

ФОРМУВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИ МОДЕЛЮВАННІ МОНОТОННОЇ ДИСКРЕТНО ПРЕДСТАВЛЕНОЇ КРИВОЇ

Таврійський державний агротехнологічний університет, Україна

У роботі розробляється схема визначення положення дотичних, які отримуються при моделюванні ділянки дискретно представленої кривої із монотонною зміною кривини. Положення дотичних визначаються всередині діапазонів, що забезпечують можливість досягнення значень кривини, призначених у вихідних вузлах. Таким чином досягається варіативність розв'язку задачі, що є одним із основних принципів варіативного дискретного геометричного моделювання.

Постановка проблеми. Проектування виробів, які взаємодіють із середовищем (канали двигунів внутрішнього згоряння, робочі органи сільськогосподарських машин, крила літака тощо), передбачає моделювання складних поверхонь із підвищеними динамічними властивостями. С геометричної точки зору динамічні властивості можна поліпшити за рахунок забезпечення закономірної зміни диференційно-геометричних характеристик (положень дотичних і значень кривини) уздовж кривих, які є елементами визначника поверхні. Якщо крива представлена дискретно, то при моделюванні обводу доцільно формувати ділянки кривої локально. Отримані ділянки стикуються із заданим порядком гладкості. Вихідними даними для моделювання ділянки дискретно представленої кривої (ДПК) є положення вихідних вузлів та задані у цих вузлах геометричні характеристики: положення дотичних та значення радіусів кривини.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Особливості існуючих методів варіативного дискретного геометричного моделювання (ВДГМ) розглянуто у роботі [2]. Одним із недоліків існуючих методів ВДГМ є неможливість забезпечення заданої динаміки зміни положень дотичних та радіусів кривини уздовж обводу.

Спосіб, за допомогою якого можна визначити область можливого розташування монотонної кривої, розроблено у статті [1]. Границі розташування обводу визначаються із урахуванням положень дотичних та значень кривини, заданих у вихідних вузлах.

Для оцінки значень радіусів кривини у вузлах ДПК використовується критерій, запропонований у роботі [3]. Критерій пов'язує значення кривини, які можна отримати у процесі моделювання, із вихідними даними: координатами вузлів та положеннями дотичних у цих вузлах.

Вимоги до призначення положень точки згущення та дотичної, що через неї проходить, при формуванні ділянки ДПК, визначено у роботі [4]. Умовами моделювання кривої є монотонна зміна кривини, задані положення дотичних та значення радіусів кривини у точках, що обмежують ділянку.

У даній статті продовжується робота по розробці метода ВДГМ кривих із закономірною зміною геометричних характеристик.

Формулювання цілей та завдання статті. Метою статті є розробка геометричної схеми визначення положення точки та дотичної згущення при моделюванні ділянки кривої із монотонною зміною кривини.

Основна частина. Розглянемо ділянку монотонної ДПК $i \dots i+1$. Позначимо дотичні, які проходять через точки i та $i+1$ як t_i та t_{i+1} відповідно. Нехай задано радіуси кривини R_i та R_{i+1} , які необхідно забезпечити у вихідних вузлах в процесі моделювання кривої.

Ділянка ДПК формується всередині базисного трикутника $i; T; i+1$, який обмежений дотичними, що проходять через послідовні точки ДПК (t_i та t_{i+1}) та хордою, що з'єднує ці точки (рис. 1).

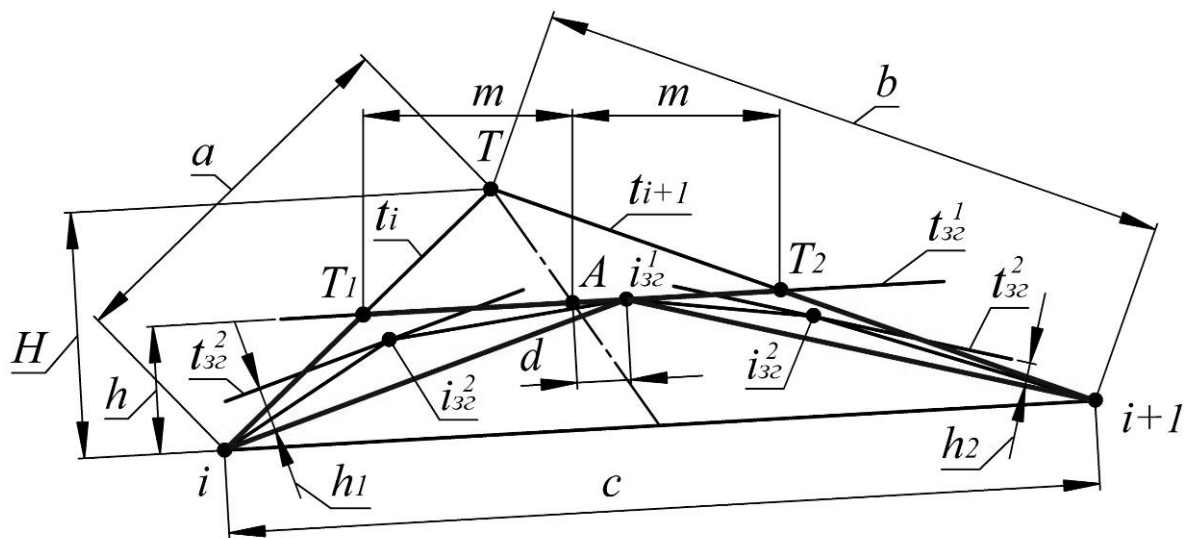


Рис. 1 – Схема призначення положення точки згущення та дотичної, що через неї проходить

Позначимо радіуси кривини у точках i та $i+1$, які визначає вихідний базисний трикутник згідно з критерієм, запропонованим у [3], як

\overleftarrow{R}_i та \overrightarrow{R}_{i+1} відповідно. У процесі збільшення числа базисних трикутників, які отримуються у результаті послідовних згущень, необхідно забезпечити

$\overleftarrow{R}_i^n = R_i$ та $\overrightarrow{R}_{i+1}^n = R_{i+1}$, де \overleftarrow{R}_i^n та $\overrightarrow{R}_{i+1}^n$ – значення, отримані у результаті останнього кроку згущення.

Положення точки першого кроку згущення (i_{32}^1) призначається всередині області можливого розташування монотонної кривої [1]. Положення дотичної, яка відповідає точці згущення, (t_{32}^1) призначається паралельно основі базисного трикутника $[i; i+1]$ на відстані h . Діапазон розташування t_{32}^1 обмежений положеннями, при яких дотична торкається границь області розташування монотонної кривої.

Після призначення i_{32}^1 та t_{32}^1 [4] отримаємо два базисних трикутника: i, T_1, i_{32}^1 та $i_{32}^1, T_2, i+1$, які у вузлах i та $i+1$ визначають

значення $\overset{\leftarrow}{R}_i^1$ та \vec{R}_{i+1}^1 , а у точці згущення – $\overset{\leftarrow}{R}_{32}^1$ та \vec{R}_{32}^1 . Положення t_{32}^1 та

i_{32}^1 призначається таким чином, щоб різниці між $\overset{\leftarrow}{R}_i^1$ та R_i ; \vec{R}_{i+1}^1 та R_{i+1} ;

$\overset{\leftarrow}{R}_{32}^1$ та \vec{R}_{32}^1 були пропорційними [3].

Далі всередині базисних трикутників i, T_1, i_{32}^1 та $i_{32}^1, T_2, i+1$ призначаються дотичні другого кроку згущення (t_{32}^2). Положення дотичних t_{32}^2 призначаються паралельно хордам $[i; i_{32}^1]$ та $[i_{32}^1; i+1]$ на відстанях h_1 та h_2 відповідно. У результаті отримаємо чотири базисних трикутника, які визначають ділянку ДПК. При цьому необхідно контролювати, щоб форма кожного базисного трикутника відповідала умові, що забезпечує можливість монотонної зміни кривини на ділянці [4].

При виконанні цієї умови обвід можна моделювати як криву, що складається із дуг неперервних кривих. Базисний трикутник однозначно визначає ділянку кривої Без'є. У випадку, коли співвідношення сторін базисних трикутників відповідає умові монотонної зміни кривини, радіуси кривини кривої Без'є уздовж ділянки змінюються монотонно та у граничних точках дорівнюють призначеним значенням. Таким чином після виконання двох кроків згущення ділянку обводу можна сформувати як криву, що складається із дуг чотирьох кривих Без'є.

У цьому випадку на другому кроці точки згущення (i_{32}^2) визначаються на медіанах відповідних базисних трикутників. При цьому положення t_{32}^2 визначаються однозначно за формулами:

$$h_1 = \frac{R_i H^3 (m+d)^3}{2n_1^2 h a^3}, \quad h_2 = \frac{R_{i+1} H^3 (m-d)^3}{2n_2^2 h b^3},$$

де d – довжина відрізка, що визначає положення i_{32}^1 відносно медіани базисного трикутника $i, T, i+1$; $a = |i; T|$, $b = |T; i+1|$ – довжини сторін вихідного базисного трикутника; H – висота вихідного базисного трикутника; $n_1 = |i; i_{32}^1|$, $n_2 = |i_{32}^1; i+1|$ – довжини сторін базисних трикутників $i; T_1; i_{32}^1$ та $i_{32}^1; T_2; i+1$; $m = \frac{1}{2}|T_1; T_2|$.

При формуванні ділянки ДПК як обводу, що складається із дуг чотирьох кривих Без'є, положення i_{32}^1 при заданому положенні дотичної t_{32}^1 можна визначити за формулою:

$$d = \frac{c(H-h)}{2H} \cdot \frac{a^3 \sqrt[3]{R_{i+1}} - b^3 \sqrt[3]{R_i}}{a^3 \sqrt[3]{R_{i+1}} + b^3 \sqrt[3]{R_i}},$$

де $c = |i; i+1|$ – довжина сторони базисного трикутника $i, T, i+1$.

Корегувати співвідношення сторін базисних трикутників, які отримуються у результаті згущення, можна шляхом зміни положення t_{32}^1 . Наприклад, при переміщенні дотичної t_{32}^1 у напрямку $[i; i+1]$ значення $\leftarrow R_i^1$ та $\leftarrow R_{i+1}^1$ зменшуються. Для забезпечення виконання умов $\leftarrow R_i^2 = R_i$ та $\leftarrow R_{i+1}^2 = R_i$ дотичні t_{32}^2 необхідно переміщувати збільшуючи відстані між t_{32}^2 та відповідними хордами супровідної ламаної лінії. Граничні положення дотичної t_{32}^1 відповідають положенням t_{32}^2 , при яких порушується умова монотонної зміни кривини на ділянці [4].

Отже, призначення положення t_{32}^1 всередині уточненого діапазону є необхідною умовою моделювання монотонної ДПК за умовами задачі.

За допомогою розробленого алгоритму кількість базисних трикутників, що визначають ділянку кривої, можна збільшувати. У цьому випадку базисні трикутники i, T_1, i_{32}^1 та $i_{32}^1, T_2, i+1$ приймаються як вихідні та повторюється схема згущення.

Формування ділянки ДПК як обводу, що складається із будь-якої кількості кривих Без'є, дозволяє виконати корегування динаміки зміни

радіусів кривини на ділянці. Корегування виконується для забезпечення відповідності швидкості зміни радіусів кривини уздовж кожної ділянки кривої Без'є, що визначає обвід, динаміці швидкості зміни радіусів кривини уздовж ДПК.

Висновки. У роботі запропоновано спосіб визначення положень дотичних, що призначаються у процесі згущення, при моделюванні ділянки монотонної ДПК по заданим положенням дотичних та радіусам кривини у вихідних точках. Положення дотичних призначаються всередині діапазонів, які забезпечують монотонну зміну радіусів кривини на ділянці. Це дає можливість моделювати ДПК по заданим граничним умовам. У процесі подальших досліджень планується розробити спосіб за допомогою якого можна забезпечити контроль швидкості зміни радіусів кривини уздовж ділянки ДПК. Виконання умов задачі дозволяє підвищити динамічні властивості поверхонь, які моделюються на основі отриманих кривих.

Література

1. *Гавриленко Є.А.* Визначення діапазонів геометричних характеристик монотонної дискретно представленої кривої / Є.А. Гавриленко, Ю.В. Холодняк // Прикл. геом. та інж. графіка / Праці ТДАТУ – Вип.4, Т.54. – Мелітополь 2012. – с. 38-42.
2. *Найдиш В.М.* Основи прикладної дискретної геометрії / В.М. Найдиш, В.М. Верещага, А.В. Найдиш, В.М. Малкіна. - Мелітополь: Люкс, 2007. – 193 с.
3. *Холодняк Ю.В.* Задача оцінки значень кривини в точках дискретно-представленої кривої / Ю.В. Холодняк // Прикл. геом. та інж. графіка / Праці ТДАТУ – Вип.4, Т.53. – Мелітополь 2012. – с. 164-167.
4. *Холодняк Ю.В.* Формування ділянки дискретно представленої кривої із монотонною зміною кривини / Ю.В. Холодняк // Прикл. геом. та інж. графіка / Праці ТДАТУ – Вип.4, Т.57. – Мелітополь 2013. – с. 211-216.

ФОРМИРОВАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ МОНОТОННОЙ ДИСКРЕТНО ПРЕДСТАВЛЕННОЙ КРИВОЙ Ю.В. Холодняк, Е.А. Гавриленко

В работе представлена схема определения положения касательных, которые назначаются при моделировании участка дискретно представленной кривой с монотонным изменением кривизны. Положения касательных определяются внутри диапазонов, обеспечивающих возможность достижения значений кривизны, назначенных в исходных точках. Таким образом, достигается вариативность решения задачи, что

является одним из основных принципов вариативного дискретного геометрического моделирования.

**FORMATION OF GEOMETRICAL CHARACTERISTICS AT
MODELING OF THE MONOTONIC DISCRETELY REPRESENTED
CURVE**

Yu. Kholodnyak, E. Gavrilenko

The scheme for determining of positions of the tangents that are assigned for modeling of section of the discretely represented curve with a monotonous change of curvature is developed in this article. Positions of the tangents are defined within of ranges which allow of achievement of curvature values assigned in the initial points. Therefore, variability of a solving the problem is achieved, which is one of the basic principles of variable geometrical discrete modeling.