

## ФОРМИРОВАНИЕ ПЛОСКИХ ОБВОДОВ ЗАДАННОГО ПОРЯДКА ГЛАДКОСТИ

*Таврический государственный агротехнологический университет, Украина*

***В работе исследованы условия формирования монотонных дискретно представленных кривых высоких порядков гладкости. Методика основана на формировании эволют дискретно представленных кривых.***

**Постановка проблемы.** Геометрическая модель динамической поверхности может быть сформирована как каркас, состоящий из плоских дискретно представленных кривых (ДПК). Геометрическими характеристиками линейных элементов каркаса, обеспечивающими функциональные качества поверхности, являются монотонное изменение значений кривизны вдоль кривой и достижение высоких порядков гладкости обвода.

Если ДПК формируется методом дискретного геометрического моделирования, то ее дифференциально-геометрические характеристики не могут быть определены однозначно. В этом случае характеристики, соответствующие исходным узлам ДПК (положение касательных, значения кривизны), назначаются внутри диапазонов возможных по условиям задачи значений. Точки сгущения, расположенные между исходными узлами, определяются с учетом ранее назначенных характеристик.

**Анализ предыдущих исследований.** В работе [2] определяется область возможного расположения нормалей, соответствующих узлам ДПК с монотонным изменением кривизны.

Задача формирования монотонной ДПК, заданной координатами узлов и положением касательных в них, исследована в [5]. В работе предложен способ определения граничных значений длины кривой и диапазонов возможных значений кривизны в исходных узлах.

Предложенная в [2, 5] методика позволяет получить точечный ряд, на основе которого может быть сформирована эволюта ДПК.

В работе [3] решается задача моделирования монотонной ДПК по предварительно сформированной эволюте. Эволюта формируется методом сгущений, как выпуклый обвод первого порядка гладкости, что обеспечивает второй порядок гладкости ДПК при монотонной изменении значений радиусов кривизны вдоль кривой.

**Формулировка целей статьи.** Задачей данной статьи является разработка методики, позволяющей формировать на основе исходной ДПК обводы высоких порядков гладкости.

**Основная часть.** Монотонная кривая линия, заданная координатами узлов, формируется методом сгущений. Пусть исходный точечный ряд позволяет обеспечить монотонное возрастание радиусов кривизны вдоль кривой [4]. Кривую будем моделировать как обвод, состоящий из участков ДПК, состыкованных в исходных узлах.

Увеличение порядка гладкости обвода можно обеспечить исходя из условия соприкосновения монотонных кривых линий, который на единицу превышает порядок соприкосновения эволют [1].

Эволюта исходной кривой формируется на основе цепочки базисных треугольников, образованных нормальными ДПК в исходных узлах ( $n_i$ ) и хордами, соединяющими центры кривизны ( $C_i$ ), назначенные на этих нормалях [3]. Эту кривую будем называть дискретно представленной эволютой первого порядка (ДПЭ-1).

Цепочка базисных треугольников однозначно определяет нормали ДПЭ-1 ( $n'_i$ ). Назначив на  $n'_i$  соответствующие центры кривизны ( $C'_i$ ) (см. рис. 1) получим ДПЭ второго порядка (ДПЭ-2).

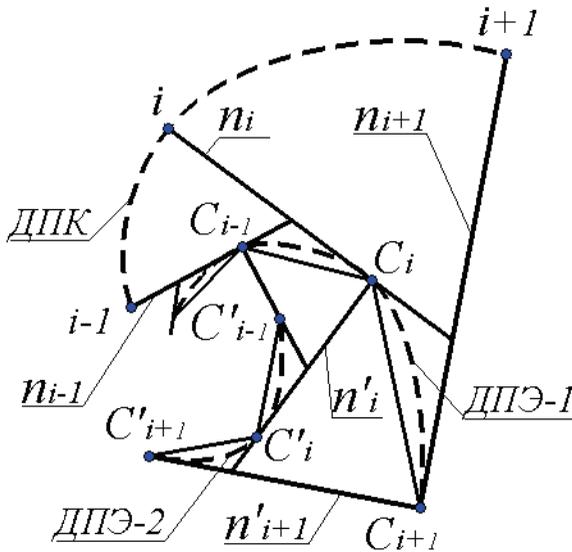


Рис. 1

Сформировав ДПЭ-2, как обвод первого порядка гладкости, обеспечиваем второй порядок гладкости ДПЭ-1 и третий порядок гладкости ДПК. Порядок гладкости ДПК можно увеличивать, обеспечив первый порядок гладкости эволюты третьего и более высоких порядков. Если ДПЭ-1 будет сформирована как выпуклая кривая линия, состоящая из участков возрастания и убывания радиусов кривизны, то ДПЭ-2 распадается на две кривые линии, имеющие внешнее соприкосновение [1]. В этом случае гладкость ДПЭ-1 не будет превышать второй порядок. Необходимое условие достижения более высоких порядков гладкости – монотонное изменение значений кривизны вдоль эволюты.

Рассмотрим задачу формирования монотонных ДПЭ.

После формирования базисных треугольников, задающих ДПЭ, определяются диапазоны возможных значений радиусов кривизны эволюты в ее исходных узлах. Диапазоны определяются исходя из условия расположения всех монотонных кривых, определяемых данной цепочкой базисных треугольников, внутри полосы, ограниченной двумя коробовыми линиями окружностей [5]. Граничные значения диапазонов определяют отрезок нормали, внутри которого может располагаться центр кривизны, соответствующий узлу монотонной кривой. На рисунке 2 такой отрезок – диапазон центра кривизны  $C'_{i+1}$ , обозначен  $[O_1; O_2]$ . Поле определения диапазонов центров кривизны эволюта формируется по отдельным участкам, расположенным внутри каждого базисного треугольника.

Рассмотрим схему формирования участков ДПЭ-1 и ДПЭ-2, соответствующих участку  $(i; i+1)$  ДПК (см. рис. 2).

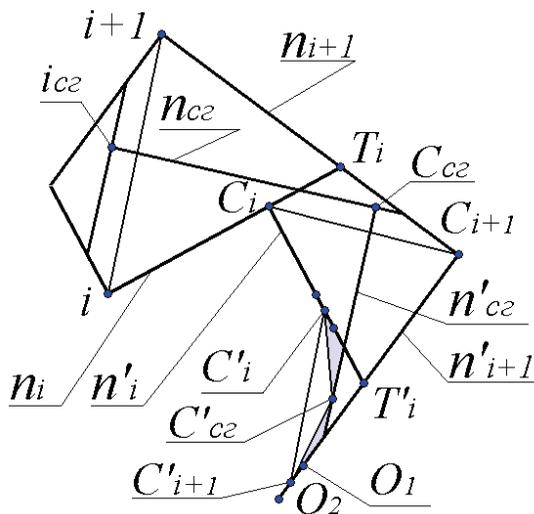


Рис. 2

1. Проверяем выполнение условия:

$$S_{min} < S_i < S_{max}, \quad (1)$$

где  $S_{min}$  и  $S_{max}$  – длины верхней и нижней линий, ограничивающих полосу возможного расположения монотонных кривых внутри базисного треугольника  $C_i; T_i; C_{i+1}; S_i$  – длина участка ДПЭ-1 ( $C_i; C_{i+1}$ ), равная разности значений радиусов кривизны ДПК в узлах  $i+1$  и  $i$ .

Выполнение (1) означает, что назначая центры кривизны ДПЭ-1 –  $C_i$  и  $C_{i+1}$  внутри соответствующих диапазонов  $[O_1; O_2]$  можно сформировать участок эволюты как кривую, вдоль которой значения радиусов кривизны монотонно возрастают.

2. Назначаем положения центров кривизны ДПЭ-1. В результате получаем базисный треугольник  $C'_i; T'_i; C'_{i+1}$ , определяющий участок ДПЭ-2. При этом контролируется выполнение условий:

$$|C'_i; C'_{i+1}| < |C_{i+1}; C'_{i+1}| - |C'_i; C'_i| \quad (2)$$

$$|C'_i; T'_i| < |C'_{i+1}; T'_i| \quad (3)$$

Выполнение (2) позволяет формировать участок ДПЭ-2 необходимой длины [3], а (3) является необходимым условием формирования внутри базисного треугольника  $C'_i; T'_i; C'_{i+1}$  кривой, вдоль которой значения радиусов кривизны монотонно возрастают [5].

3. После формирования базисных треугольников, определяющих ДПЭ-1 и ДПЭ-2, осуществляем сгущение эволют и ДПК. При этом, последовательно определяется положение нормали ( $n_{ce}$ ) и центра кривизны ( $C_{ce}$ ), соответствующих точке сгущения, а затем и самой точки сгущения ( $i_{ce}$ ) [3]. Каждый из указанных элементов назначается внутри предварительно определенного диапазона, являющегося областью возможного решения задачи. В результате внутри исходных базисных треугольников получаем два треугольника, ограниченных нормальными в исходных узлах, в точке сгущения и соответствующими хордами. При формировании эволюты высшего порядка (в нашем случае это ДПЭ-2) необходимо контролировать выполнение условий, аналогичных (3) для базисных треугольников, получающихся в результате сгущения.

Таким образом, порядок гладкости ДПК и эволют обеспечивается качеством стыковки участков, определяемых базисными треугольниками и параметрами базисных треугольников, которые позволяют формировать кривую с монотонным изменением кривизны.

**Выводы.** В результате исследований, представленных в статье, предложена методика, позволяющая формировать монотонные ДПК, гладкость которых превышает второй порядок. Методика основана на формировании эволюты ДПК, а затем эволют высших порядков (эволюта к эволюте). Задача сводится к обеспечению первого порядка гладкости эволюты высшего порядка.

## Литература

1. Бубенников А.В. Начертательная геометрия /А.В. Бубенников, М.Я. Громов– М.: ВЗПИ, 1965. – 364 с.

2. Гавриленко Є.А. Визначення границ діапазонів положення центрів кривини плоского обводу /Є.А. Гавриленко// Прикл. геом. та інж. графіка / Праці ТДАТУ – Вип. 4, Т.52. – Мелітополь 2012.– с. 103-106.

3. *Гавриленко Є.А.* Визначення положення точки згущення при моделюванні монотонної дискретно представленої кривої/ Є.А. Гавриленко // Прикл. геом. та інж. графіка / Праці ТДАТУ – Вип. 4, Т.53. – Мелітополь 2012. – с. 29-33.

4. *Гавриленко Е.А.* Дискретное интерполирование плоских одномерных обводов с закономерным изменением кривизны/Е.А. Гавриленко.– Дис. канд. техн. наук.– Мелітополь, 2004 – 182 с.

5. *Гавриленко Є.А.* Визначення діапазонів геометричних характеристик монотонної дискретно представленої кривої / Є.А. Гавриленко, Ю.В. Холодняк // Прикл. геом. та інж. графіка / Праці ТДАТУ – Вип. 4, Т.54. – Мелітополь 2012. – с. 38-42.

**ФОРМУВАННЯ ПЛОСКИХ ОБВОДІВ ЗАДАНОГО  
ПОРЯДКУ ГЛАДКОСТІ**  
*Є. А.Гавриленко*

В роботі досліджені умови формування монотонних дискретно представлених кривих високих порядків гладкості. Методика основана на формуванні еволют дискретно представлених кривих.

**FORMATION OF PLANE CURVES WITH GIVEN ORDERS  
OF SMOOTHNESS**  
*E. Gavrilenko*

The conditions for the formation of monotonous discretely presented curves with high-order smoothness are studied in this article. The method is based on the formation of evolutes of discretely represented curves.