

3. З'ясовують, чи є хоча б одне від'ємне число  $\Delta_j$ . Якщо ні, то знайдений опорний план оптимальний. Якщо ж серед чисел  $\Delta_j$  є від'ємні, то або встановлюють нерозв'язність задачі, або переходять до нового опорного плану.

4. Знаходять провідний стовпець і рядок. Провідний стовпець визначається найбільшим за абсолютною величиною від'ємним числом  $\Delta_j$ , а провідний рядок – мінімальним співвідношенням компонент стовпця вектора  $P_0$  до додатних компонент провідного стовпця.

5. Визначають додатні компоненти нового опорного плану, коефіцієнти розкладу векторів  $P_j$  по векторах нового базису і числа  $F'_0, \Delta'_j$ . Всі ці числа записуються в новій симплекс-таблиці.

6. Перевіряють знайдений опорний план на оптимальність. Якщо план не оптимальний і необхідно перейти до нового опорного плану, то повертаються до етапу 4, а у разі отримання оптимального плану або встановлення нерозв'язності процес розв'язання задачі закінчують.

Таким чином, використовуючи пакет MS Excel можна розв'язати симплекс-методом прикладну задачу пошуку оптимального розв'язку.

#### Список використаних джерел:

1. Івченко І.Ю. Математичне програмування: навч. посібн. К.: Центр учбової літератури, 2007. 232 с.

2. Сосницька Н. Л., Малкіна В. М., Іщенко О. А., Халанчук Л. В., Зінов'єва О. Г. Прикладна математика: навч. посібник. Мелітополь: ТОВ «КОЛОРПРИНТ», 2019. 100 с.

**Науковий керівник:** Халанчук Л.В., доктор філософії в галузі математики та статистики, асистент кафедри вищої математики і фізики, Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного

## СУМА КВАДРАТІВ ПОСЛІДОВНИХ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

**Кабісов Д.В., email [dykabisov@gmail.com](mailto:dykabisov@gmail.com)**

*Відокремлений структурний підрозділ «Ногайський фаховий коледж Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного»*

Ще в стародавньому Єгипті була відома формула для знаходження суми послідовних натуральних чисел:

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \quad (1)$$

Переді мною стояла задача знайти суму *квадратів* послідовних натуральних чисел.

В інтернеті я знайшов формулу, за якою це можна зробити:

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad (2)$$

Але, як зрозуміти, що формула (2) вірна?

Спочатку я її довів методом математичної індукції.

Проте мені стало цікаво, як можна довести цю формулу іншим способом. Після деяких експериментів, я дійшов до цікавого доказу формули (2), про який хотів би розповісти.

За формулою скороченого множення куб суми, можемо записати:

$$(k + 1)^3 = k^3 + 3k^2 + 3k + 1; \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

Знайдемо куби послідовних натуральних чисел:

$$1^3 = (0 + 1)^3 = 0^3 + 3 * 0^2 * 1 + 3 * 0 * 1^2 + 1^3$$

$$2^3 = (1 + 1)^3 = 1^3 + 3 * 1^2 * 1 + 3 * 1 * 1^2 + 1^3$$

$$3^3 = (2 + 1)^3 = 2^3 + 3 * 2^2 * 1 + 3 * 2 * 1^2 + 1^3$$

.....

$$(n + 1)^3 = n^3 + 3 * n^2 * 1 + 3 * n * 1^2 + 1^3$$

Далі знаходимо суми усіх лівих частин між собою та правих. При цьому взаємно знищуються ліві куби, окрім останнього, та праві перші доданки, окрім найпершого. В результаті отримуємо:

$$(n + 1)^3 = 0^3 + 3(1^2 + 2^2 + \dots + n^2) + 3(1 + 2 + \dots + n) + (n + 1)1^3$$

Тепер, залишаємо  $3(1^2 + 2^2 + \dots + n^2)$  в одній частині, а все інше переносимо в іншу. При цьому ми можемо замінити  $(1 + 2 + \dots + n)$  на  $\frac{n(n+1)}{2}$  за формулою (1). Отримали:

$$3(1^2 + 2^2 + \dots + n^2) = (n + 1)^3 - (n + 1) - 3 \frac{n(n + 1)}{2}$$

Звідки:

$$\begin{aligned} 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 &= \frac{(n + 1)^3 - (n + 1) - 3 \frac{n(n + 1)}{2}}{3} = \frac{(n + 1)(2n^2 + 4n + 2 - 2 - 3n)}{6} = \\ &= \frac{(n + 1)(2n^2 + n)}{6} = \frac{n(n + 1)(2n + 1)}{6} \end{aligned}$$

Що і треба було довести

#### Список використаних джерел:

1. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. М. : Наука, 1975.
2. Абрамович В. С. Суммы одинаковых степеней натуральных чисел. *Квант*, 1973, №5. С. 22-25.

**Науковий керівник:** Вишневецька Л.Є., викладач математики, Відокремлений структурний підрозділ «Ногайський фаховий коледж Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного»

## ВИБІР СТРАТЕГІЇ УСПІХУ ІГРОВОЇ ЗАДАЧІ

Філобок Г.С., email [gleb.filobok15@gmail.com](mailto:gleb.filobok15@gmail.com)

Мелітопольська ЗОШ І-ІІІ ступенів № 14 Мелітопольської районної ради Запорізької області

Комунальний заклад «Центр позашкільної освіти» Мелітопольської районної ради Запорізької області

В ігрових задачах під стратегією успіху (виграшною стратегією) розуміють план гри, реалізація якого дозволяє гравцю одержати перемогу незалежно від дій суперника. Задача вважається розв'язаною, якщо вказано виграшну стратегію. Найбільш поширеними є симетричні стратегії, парні стратегії та стратегії, що базуються на аналізі ігрових позицій.

Симетричні стратегії – це виграшні стратегії, що розроблені на основі симетрії стартової позиції гри. Аналіз розв'язання таких задач показує, що в іграх із симетричною стартовою позицією здебільшого виграє той, хто не порушує її симетрію, а порушену суперником симетрію стартової чи ігрової позиції може поновити. Цей висновок часто допомагає здобути перемогу в ігрових задачах з симетричною стартовою позицією.

Симетрія ігрових позицій забезпечує існування множини пар «прообраз – образ». Дбаючи про симетрію ігрової позиції, гравець зберігає такі пари, тому він дає можливість супернику під час виконання ходу використати «прообраз» і цим гарантує собі можливість виконати наступний крок з використанням симетричного «образу».

Іноді пари, що подібні симетричним парам, можна використовувати і в задачах, стартова позиція яких не є симетричною. Виграшну стратегію, що передбачає використання пар, називають парною стратегією. Зазначимо, що конкретних порад щодо вибору пар не існує. Кожного разу вибір пар здійснюється, враховуючи умови кожної конкретної задачі.