

УДК 664.8.375.635

В.М. Малкина, В.Ф. Ялпачик

Таврический государственный агротехнологический университет, 72312, г. Мелитополь, пр. Б.Хмельницкого, 18

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЗАМОРАЖИВАНИЯ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОЙ ПРОДУКЦИИ

В статье рассмотрено математическое моделирование поля температур внутри плода, что дает возможность теоретическим путем определять распределение температур по толщине плода во времени

Ключевые слова: Математическая модель – Квазилинейная задача – Треангуляция – Невязка – Толщина плода – Температура – Охлаждение плода

Mathematical simulation of the temperatures field inside the fruit is considered in this article, that enables theoretically determine temperatures distribution on the fruit thickness in time

Keywords: Mathematical model – Kvizilinear task – Triangulation – Misclosure – Thickness of fruit – Temperature – Cooling of fruit

ВВЕДЕНИЕ

В последние десятилетие в экономически развитых странах хранение сельскохозяйственной продукции в замороженном виде утвердилось как промышленный метод, обеспечивающий длительное хранение плодов и получение из них всевозможных консерв.

По замораживанию пищевых продуктов опубликовано большое количество исследовательских работ и патентно-охранных документов, в результате анализа которых сложились определенные представления об основных механизмах процессов криотропного структурообразования при низкотемпературном воздействии, специфических эффектах, характерных только для этого процесса [1,2].

Скорость замораживания сильно влияет на текстуру замораживаемого продукта главным образом, из-за размеров кристаллов льда: медленное замораживание ведет к формированию больших кристаллов, а быстрое приводит к образованию мелких по размеру кристаллов. Большие кристаллы вызывают разрушение клеточных стенок на этапе оттаивания, а органолептические показатели качества продукта ухудшаются [3,4].

Целью данной работы является моделирование поля температур внутри области плода, что позволяет определить теоретическим путем изменения температуры по толщине плода во времени, и как следствие скорость его замораживания.

1. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

При выборе режимов замораживания сельскохозяйственной продукции необходимо знать картину распределения температур по толщине плода во времени. Эти данные можно получить при проведении эксперимента по замораживанию различных плодов в холодильной камере. Но данные будут изменяться в зависимости от размеров и

физико-механических свойств плодов, а также от первоначальной температуры в камере. Следовательно, для получения данных изменения температур по толщине плода от времени необходимо проведение большого количества опытов, что связано с существенными временными и материальными затратами.

Нами была проведена попытка теоретическим путем определить изменение температур, по толщине плода используя аппарат математического моделирования. В связи с тем, что при замерзании плода вода, находящаяся в нем переходит из жидкого состояния в лед, а, следовательно, изменяются и теплотехнические характеристики, задачу решали в два этапа. Первый этап от температуры 278°K до криоскопической температуры, т.е. до начала ледообразования, и второй этап от температуры 271°K до 253°K.

Математическую модель строили в виде краевой задачи математической физики, а именно, в виде двумерной нестационарной квазилинейной задачи теплопроводности.

Найти функцию $T(x, y, t)$ в области $D = \{x^2 + y^2 \leq R^2, x \geq 0; y \geq 0\}$, которая удовлетворяет уравнению

$$c\rho \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right),$$

(1)

где $T(x, y, t)$ – температура в момент времени t в точках (x, y) ;

ρ – плотность плода, кг/м³;

c – удельная теплоемкость, Дж/кг·K;

$\lambda(T)$ – коэффициент теплопроводности, как функция от температуры $T(x, y, t)$ Вт/К·м,

начальным условиям

$$T(x, y, 0)_D = aT_{\text{нач}}(x, y)$$

и граничным условиям

$$T(x, y, t)|_{R_1} = a(T(x, y, t) - T_0),$$

$$\frac{\partial T(x, y, t)}{\partial n}|_{R_2} = \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial n}|_{R_3} = 0,$$

где α – коэффициент теплоотдачи, $Вт/К \cdot м^2$;
 T_0 – температура среды, $К$;

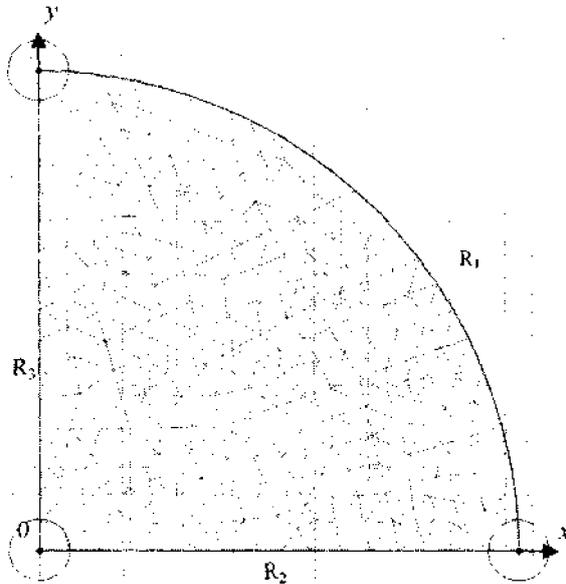


Рисунок 1 – Область решения задачи. Сетка дискретизации

$\frac{\partial T}{\partial n}$ – производная по нормали функции $T(x, y, t)$ к

границе области D ;

R_1, R_2, R_3 – граница области D .

Задача относится к классу квазилинейных краевых задач параболического типа. Решение проводили методом конечных элементов.

На области решения D (область плода) была выполнена триангуляция с шагом дискретизации 0,00225, количество узлов разбивки сетки 253 (Рисунок 1). Как известно [5], согласно методу

Галеркина невязка $\mathcal{J}(\phi)$ (приближенное решение $\Phi(x, y, t)$, подставленное в уравнение (1)) будет минимальной в случае, когда

$$\int_V W_i \mathcal{J}(\phi) dV = 0, \quad (2)$$

где W_i – некоторая система весовых функций.

Для i -го конечного элемента уравнения (2) принимает вид

$$\int_V \left(\frac{\partial W_i}{\partial x} \lambda_x \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial W_i}{\partial y} \lambda_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dV - \int_S W_i \lambda \frac{\partial \phi}{\partial n} dS + \int_V W_i \rho c \frac{\partial \phi}{\partial t} dV = 0. \quad (3)$$

Для обеспечения минимума невязки $\mathcal{J}(\phi)$ весовые функции должны совпадать с функциями формы соответствующих конечных элементов, то есть

$$W_i = N_i(x, y) = \frac{1}{2A} (a_i + b_i x + c_i y),$$

где A – площадь соответствующего конечного элемента.

После некоторых преобразований получаем уравнение

$$\int_V \left(\left[\frac{\partial N_i}{\partial x} \right]^T \cdot \lambda_x \left[\frac{\partial N_i}{\partial x} \right] \{\Phi\} + \left[\frac{\partial N_i}{\partial y} \right]^T \cdot \lambda_y \left[\frac{\partial N_i}{\partial y} \right] \{\Phi\} \right) dV + \int_S [N_i]^T [N_i] \alpha_{экв} \Phi dS + \int_V [N_i]^T [N_i] \rho c \frac{\partial \{\Phi\}}{\partial t} dV = 0, \quad (4)$$

где $\alpha_{экв} = \alpha_{конв} - \alpha_{изл}$ – эквивалентный коэффициент теплоотдачи.

Решая систему (4) находим значения температуры $\Phi(x, y, t)$ в углах сетки.

На рисунке 2 приведены графики изменения температуры по толщине плода, полученные теоретическим и экспериментальным путем для плодов баклажан

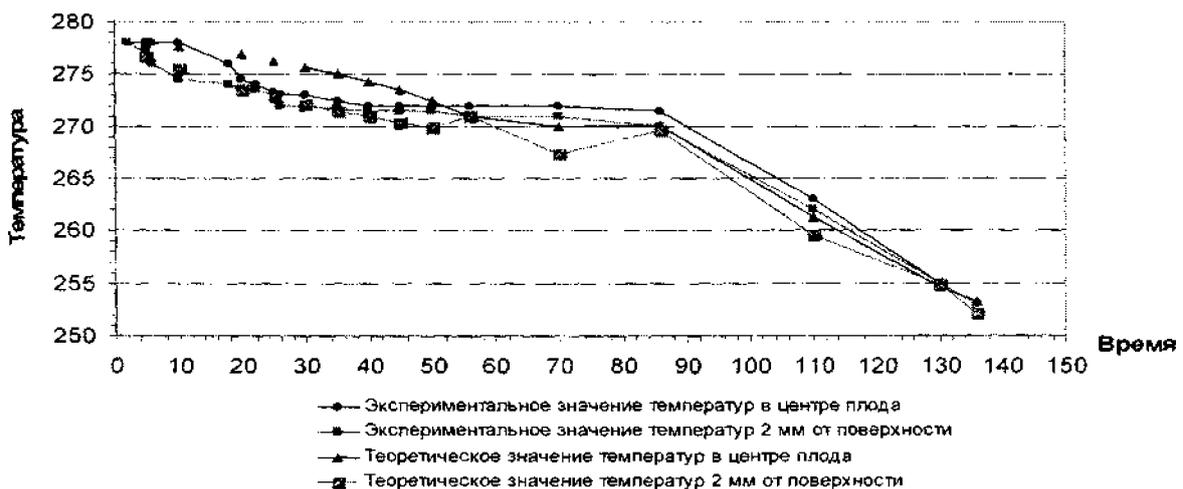


Рисунок 2 – Изменение температуры по толщине плода

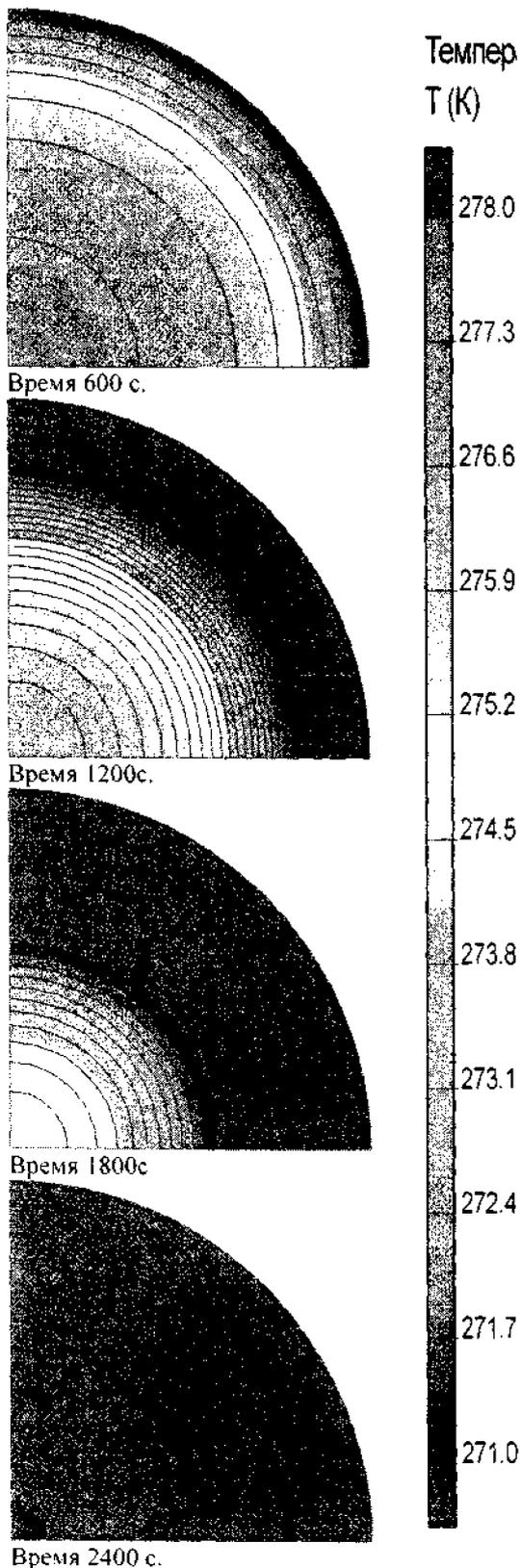


Рисунок 3 – Распределение температур по толщине плода в зависимости от времени

Полученные расчеты показали, что теоретические и экспериментальные значения отличаются не более чем на 5 %, что подтверждает достоверность построенной модели и позволяет прогнозировать температурный режим внутри плода во времени, а также определять другие характеристики процесса теплопереноса.

Аналогично решая систему (4) и подставив соответствующие значения плотности плода, удельной теплоемкости, и коэффициентов теплопроводности и теплоотдачи можем получить изменения температуры по толщине любых плодов сельскохозяйственных культур.

На рис.3 приведены графики распределения поля температур по толщине плода в фиксированные моменты времени в цветовой шкале и соответствующие поля изотерм, что визуализирует нестационарный процесс охлаждения плода.

II. ВЫВОДЫ

Предложенный метод определения температур по толщине плода во времени можно использовать для любых сельскохозяйственных плодов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Антонов А.А., Венгер К.П. Азотные системы складоснабжения для производства быстрозамороженных пищевых продуктов. – Рязань: "Узорочье", 2002. – 207 с.
2. Головкин Н.А., Чижов Г.Б. Холодильная технология пищевых продуктов. – М.: Изд. торг. лит. 1963. – 240 с.
3. Цуранов О.А. Формирование кристаллов льда в пищевых продуктах при замораживании.: автореф. дисс. канд. техн. наук: 05.18.14/ Цуранов О.А.- Л., 1972. – 14 с.
4. Рекомендации по замораживанию и хранению пищевых продуктов // Холодильная техника. – 1991. – №3. – С. 35-38.
5. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике.: Мир, 1975. – 318 с.

Получена в редакции 14.11.2008, принята к печати 25.11.2008