УДК 631.3.004

УТОЧНЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЗМІНИ РЕСУРСНИХ ПАРАМЕТРІВ АГРЕГАТІВ МАШИН

Сушко О.В., к.т.н.
Таврійський державний агротехнологічний університет
Тел. (0619) 42-13-54

Анотація **– в роботі проаналізовані статистичні характеристики процесу зміни ресурсних параметрів та обґрунтовано уточнення математичної моделі з метою прогнозування остаточного ресурсу складових частин машин за результатами їх діагностування.**

Ключові слова **– прогнозування, ресурсні параметри, залишковий ресурс, методи побудови моделей прогнозування.**

Постановка проблеми. Для встановлення точності існуючих методів індивідуального прогнозування технічного стану агрегатів машин треба мати потужний статистичний матеріал у вигляді ансамблів реалізацій діагностичних параметрів. Така інформація була зібрана експериментальним шляхом та за літературними джерелами [1, 2]. В результаті її обробки виявилося, що цілий ряд припущень, на яких заснований існуючий метод прогнозування, у багатьох випадках виконується лише частково, а іноді не виконується зовсім. У зв'язку з цим, виникла потреба в розробці більш загальної моделі зміни ресурсного параметра в залежності від напрацювання та на її основі отримання функції умовного розподілу залишкового ресурсу.

Аналіз останніх досліджень. Попередніми дослідженнями [3, 4] встановлено, що існуючий метод прогнозування оптимального залишкового ресурсу обумовлює середню квадратичну погрішність не менше 350-430 мото-год., що призводить до підвищення середніх питомих витрат на ремонт. Це довело необхідність побудови більш адекватного дійсності описання реального процесу зміни діагностичного параметра та розробки на цій основі точнішого і достовірнішого методу визначення залишкового ресурсу складової частини.

Формулювання цілей статті. Метою роботи є аналіз статистичних характеристик випадкового процесу зміни ресурсного параметра і обґрунтування його уточненої математичної моделі

Основна частина. Для розробки точнішого і достовірнішого методу визначення залишкового ресурсу необхідно, в першу чергу, побудувати статистичні оцінки функцій математичного очікування $\hat{m}(t)$ середнього квадратичного відхилення $\sigma(t)$ та автокореляційної функції $\rho(t)$ випадкового процесу $u(t)$ і його складової $z(t)$. Основна трудність при цьому полягає в тому, що значення випадкового процесу $z(t)$ неможливо отримати безпосередньо з експерименту.

На основі представлених в [1, 4] результатів випробувано декілька підходів до вирішення даної задачі. У результаті була розроблена методика, що забезпечує мінімальну середню квадратичну погрішність оцінок основних показників. Суть її полягає в тому, що значення показника швидкості V_i оцінюються за методом найменших квадратів, який застосовується до кожної i-тої реалізації ($i=\overline{1,l}$, де l – число реалізацій даного діагностичного параметра), а величини Z_{ij} визначаються за формулою:

$$Z_{ij} = U_{ij} - V_i \cdot t_{ij}^{\alpha}, \qquad (1)$$

де U_{ij} – фактична зміна параметрів при напрацюванні t_{ij} ($j = \overline{1,l}$, m_i - число експериментальних точок на i – тій реалізації).

Для точного розрахунку погрішності такої оцінки V згідно [1] потрібно знання матриці кореляцій процесу $z(t)$, яка нам не відома, і завдання полягає в тому, щоб її знайти. Проте, попередні розрахунки показали, що при числі точок на реалізації $m \geq 4$ для всіх практично можливих випадків вказаною погрішністю можна знехтувати, оскільки вона виявляється на порядок меншою за величину V.

На основі отриманих таким шляхом матриць значень $\|u_{ij}\|$ та $\|z_{ij}\|$ за стандартними формулами математичної статистики випадкових процесів [5] можна побудувати оцінки функцій їх математичного очікування, середнього квадратичного відхилення і автокореляції. Результати обчислень наведені у таблиці 1.

Вивчення отриманих статистичних характеристик процесу $z(t)$ показало, що його можна вважати стаціонарним нормальним випадковим процесом. Для доказу цього ствердження скористаємося методикою, приведеною в роботах [6, 7].

1. Математичне очікування $\hat{m}_z(t)$ слід рахувати тотожно рівним нулю, оскільки середня квадратична погрішність його оцінки в 2,5-5 разів перевищує оцінювану величину в переважній більшості точок у всіх наявних діагностичних параметрів. У таблиці 2 представлені відповідні результати для трьох діагностичних параметрів.

Таблиця 1 – Погрішність статистичної оцінки показника *V* в залежності від числа експериментальних точок

Діагностичний параметр, марка трактора, період експлуатації	Число реалізацій, *l*	Число експериментальних точок на кожній реалізації, *m*	Статистична оцінка показника швидкості зміни діагностичного параметру *V*, 1/1000 мото - год$^{\alpha}$.	Середньоквадратична погрішність оцінки показника $V\sigma_V$, 1/1000 мото - год$^{\alpha}$.
Витрата картерних газів (трактори МТЗ-82 доремонтного періоду експлуатації)	10	1	0,153	0,0358
		2	0,155	0,0181
		3	0,156	0,0141
		4	0,156	0,0102
		5	0,157	0,0057
		6	0,157	0,0043
		7	0,157	0,0041
Кутовий зазор у кінцевій передачі (трактори ДТ-75М доремонтного періоду експлуатації)	10	1	0,378	0,0543
		2	0,377	0,0286
		3	0,375	0,0207
		4	0,374	0,0179
		5	0,373	0,0154
		6	0,373	0,0138
Висота протектору шин ведучих коліс (трактори МТЗ-80 обох періодів експлуатації)	25	1	0,502	0,0550
		2	0,501	0,0394
		3	0,501	0,0309
		4	0,500	0,0250
		5	0,498	0,0184
		6	0,497	0,0131
		7	0,497	0,0030

2. Для доказу того, що дисперсію $\sigma_z(t)$ можна вважати постійною при напрацюванні, більшому 1000 мото-год., використовуємо критерій Кохрена *G*. Розглянемо ряд величин, які визначаються так

$$\hat{G} = \frac{\hat{\sigma}^2_{zj}}{\sum_{j=1}^{m} \hat{\sigma}^2_{zj}}, j = \overline{1,m} \quad . \tag{2}$$

Таблиця 2 – Статистичні характеристики математичного очікування процесу $z(t)$

Діагностичний параметр, марка трактора, період експлуатації	Поточне значення напрацювання t_j, тис. мото-год	Вибіркова оцінка математичного очікування процесу $\hat{m}_z(t_j)$	Вибіркове середнє квадратичне відхилення процесу $\sigma_z(t_j)$	Величина t –критерію Ст'юдента.	Чи є підстава для того, щоб відкинути нульову гіпотезу при рівні значущості q = 0,05
Кутовий зазор в трансмісії (трактори МТЗ-82 післяремонтного періоду експлуатації), l = 14	1,012 1,155 1,297 1,440 1,582 1,725	- 0,003 - 0,001 0,002 0,003 0,005 0,001	0,030 0,024 0,018 0,017 0,018 0,016	-0,37 - 0,16 0,42 0,66 1,04 0,23	нема нема нема нема нема нема
Висота протектору шин ведучих коліс (трактори МТЗ-82 обох періодів експлуатації), l = 25	1,020 1,170 1,319 1,468 1,617 1,767	0,007 0,001 -0,004 -0,002 -0,003 0,001	0,062 0,053 0,042 0,036 0,034 0,035	0,56 0,09 -0,48 -0,28 -0,44 0,14	нема нема нема нема нема нема
Витрата картерних газів (трактори ДТ-75М доремонтного періоду експлуатації), l = 8	1,194 1,406 1,618 1,830 2,040 2,255	0,022 0,028 0,021 0,020 0,018 - 0,013	0,082 0,073 0,060 0,058 0,056 0,049	0,76 1,08 0,99 0,98 0,91 -0,75	нема нема нема нема нема нема

Закон розподілу максимального члена цього ряду $\hat{\sigma}_{max}$, який відповідає максимальній величині $\hat{G}^2_{max}$, відомий, і в додатку до [8] є таблиця граничних значень $G_{табл}$ розглянутого критерію, входами якої є число вибірок m і об'єм кожної вибірки l. Для більшості отриманих нами ансамблів реалізацій діагностичних параметрів виконується нерівність $\hat{G}^2_{max} < G_{табл}$ при рівні значущості q = 0,05. Це свідчить про відсутність підстав для того, щоб відкинути припущення про однорідність емпіричного ряду σ_{zj}^2, тобто розсіювання оцінок дисперсій у перерізах процесу $z(t)$ слід вважати неістотним і обумовленим випадковими причинами, а дисперсійну функцію $\sigma_z^2(t)$ - постійною.

Наприклад, для діагностичного параметра «Кутовий зазор в трансмісії трактора ДТ-75М», по якому є 11 реалізацій, отриманий такий ряд значень $\hat{\sigma}_{zj}$ для семи перетинів процесу: 0,053; 0,046; 0,042; 0,047; 0,047; 0,025; 0,028 [9]. Розрахуємо суму: $\sum_{j=1}^{7}\hat{\sigma}^2_{zj=0,01199}$. Визначимо величину максимального члена ряду: $\hat{\mathbf{G}}_{\max} = \frac{\mathbf{0,0028}}{\mathbf{0,0119}} = \mathbf{0,236}$. По таблиці з [8] при $m = 7$ і l-1 = 10 знаходимо п'ятивідсоткову межу $G_{табл} = 0,315$. Як бачимо, емпіричне значення $\hat{\mathbf{G}}_{\max}$ істотно менше табличної межі $G_{табл}$, що вказує на незначущість розбіжності між оцінками дисперсії σ_{zj}^2 даного параметра.

3. Найбільш важливим для обґрунтування стаціонарності випадкового процесу фактором є, як відомо, залежність його автокореляційної функції $\rho(t_1, t_2)$ не від абсолютного розташування аргументів t_1 і t_2 на осі абсцис, а тільки від різниці між ними $\tau = t_2 - t_1$. У нашому випадку цю умову буде виконано, якщо коефіцієнти кореляції ρ_{ij}, які розташовані в матриці кореляцій по діагоналях, паралельних головній діагоналі, будуть рівними між собою. У отриманих матрицях кореляцій процесу $z(t)$ ця вимога не дотримується. Необхідно встановити, чим викликана така розбіжність оцінок: випадковим статистичним розсіюванням, залежним від числа реалізацій, або не стаціонарністю процесу $z(t)$. Для перевірки статистичної однорідності коефіцієнтів кореляції між перерізами випадкового процесу, які знаходяться на однаковій відстані τ, застосовуємо перетворення Фішера за формулою

$$r_{ij} = arcth\ \rho_{ij} = 0,5ln\left(\frac{1+\rho_{ij}}{1-\rho_{ij}}\right). \qquad (3)$$

Розбивши усі r_{ij}, що відносяться до однієї діагоналі, на дві групи через одного з метою виключення залежності між ними, обчислюємо величину χ^2 для кожної з груп розмірів m' за формулою

$$\chi^2 = (l-3)\sum^{m'} r_{ij}^2 - \frac{1}{m(l-3)}\left[(l-3)\sum^{m'} r_{ij}\right]^2. \qquad (4)$$

Для 92% всіх наявних ресурсних параметрів величини χ^2 істотно менше відповідних табульованих меж при рівні значущості $q = 0,05$

[8], тобто емпіричні дані не суперечать гіпотезі про стаціонарність випадкового процесу *z(t)*, а різницю між оцінками ρ_{ij} слід пояснювати статистичним розсіюванням.

4. З метою обґрунтування нормальності процесу *z(t)* застосуємо критерій ω^2 згідно ГОСТ 11.006-74 [10] до набору значень z_{ij} у ряді перерізів t_j. Для забезпечення незалежності значень функції перерізу t_j слід вибирати на такій відстані τ один від одного, щоб $\rho_z(\tau) \to 0$. Порівняння розрахованих значень критерію ω^2 з табличними при рівні значущості q = 0,05 показало, що гіпотеза про нормальний розподіл перерізів процесу *z(t)* не суперечить експериментальним даним.

Таким чином, проведений статистичний аналіз дозволив обґрунтувати стаціонарність і нормальність випадкового процесу *z(t)*. Даний висновок можна розповсюдити на всі ресурсні діагностичні параметри вузлів і агрегатів машин, оскільки дослідження фізичних факторів, які обумовлюють формування випадкового процесу *z(t)* при експлуатації сільськогосподарських тракторів, також його підтверджує.

Звичайно дослідники процесів зношування відмічають зростання дисперсії випадкових відхилень, до такого ж виводу призводить широко поширена модель накопичуваних ушкоджень. Однак, суттєве збільшення дисперсії отримують при вивченні відносно довгих реалізацій, кожна з яких складається з множини точок (звичайно більше 20). Ми ж маємо відносно невеликі реалізації по 5 – 8 точок на кожній. Зменшення інтервалів між спостереженнями не допоможе, оскільки діагностичний ресурсний параметр за невеличкий проміжок часу (100-150 мото-год) не зміниться, а збільшення часу спостережень неможливо, так як воно обмежено моментом досягнення параметром граничного значення з наступною відправкою складової частини в ремонт. Крім того, звичайно використовують досить точні пристрої для вимірювання зносу, а в нас досить велика погрішність діагностування, яка складає значну частину дисперсії $\sigma_z^2(t)$. Проведені дослідження також виявили деяку тенденцію до збільшення дисперсійної функції $\sigma_z^2(t)$, але ступінь такого зростання незначна. Однак, навіть якщо прийняти допущення про монотонне зростання $\sigma_z^2(t)$, процес *z(t)* може бути зведеним до стаціонарного шляхом ділення його значень на детерміновану функцію $\sigma_z(t)$ [6].

Достатньо тісний кореляційний зв'язок між віддаленими недалеко один від одного перерізами *z(t)* формується внаслідок інерційності процесу накопичення зносу по відношенню до факторів, що впливають на нього. Наприклад, при збільшенні запиленості повітря ступінь зносу деталей гільзо-поршневої групи підвищується до відчутної величини не відразу, а лише після закінчення певного напрацювання. У разі подальшого зменшення запиленості уповільнення процесу накопичення зносу можна буде встановити тільки після відпрацювання даним двигуном достатньо тривалого відрізку часу. Загалом, слід зазначити, що накопичений знос не може змінитися стрибком.

Висновки. Все це дозволяє стверджувати, що описання випадкового процесу $u(t)$, де $z(t)$ є стаціонарний нормальний випадковий процес, з достатньою точністю та достовірністю відображає реальний процес зміни ресурсного параметру і може бути взято за основу для прогнозування остаточного ресурсу складових частин машин за результатами їх діагностування.

Література

1. *Сушко О.В.* Підвищення ефективності ремонту дизелів транспортних засобів оптимізацією ремонтно-обслуговуючих дій // *О. В. Сушко.* – Дисс. канд. техн. наук. – К.: 2007. – 178 с.
2. *Сушко О.В.* Методика визначення граничних значень основних техніко-економічних параметрів двигунів з метою підвищення ефективності ремонту транспортних засобів. Свідоцтво № 15864, Україна. / *О.В.Сушко.* – Заявлено 10.01.06, зареєстровано 01.03.06 № 15927.
3. *Сушко О.В.* Описання імітаційних моделей, які використовуються для дослідження системи технічного обслуговування та ремонту машин // Праці ТДАТУ / *О.В. Сушко* – Випуск 9. – т. 4. – Мелітополь. – 2010 р. – с. 37- 41.
4. *Посвятенко Е.К.* Визначення похибки існуючого методу прогнозування залишкового ресурсу складовоъ частини машини // Науково - техніч. збірник «Вісник НТУ» / *Е.К. Посвятенко, О.В. Сушко.* – Київ. – № 18. – 2011р. – с.
5. *Корн Г.* Справочник по математике / *Г. Корн, Т. Корн* . – М.: Наука, 1974,831 с.
6. *Дашевский Я. Т.* Об оценке вероятности безотказной работы в случае нестационарных нормальных процессов изменения параметров / *Я.Т. Дашевский* – Надежность и контроль качества. 1984, №1, с. 33 – 37.
7. *Кемпинский М.М., Невельсон М.С., Старобин К.Б.* Надежность автоматических средств обработки и контроля в машиностроении / Под ред. *М.М. Кемпинского* – Л.: Машиностроение, 1977. – 184 с.
8. *Смирнов Н.Н.* Курс теории вероятностей и математической статистики / *Н.Н. Смирнов, И.В. Дунин – Барковский* – М.: Физматгиз, 1969. – 511 с.
9. *Сельцер А.А.* Прогнозирование безотказности и определение допустимых изменений параметров состояния элементов тракторов (на примере подвески тракторов Т-74, ДТ-75) // *А.А. Сельцер.* – Дисс. канд. техн. наук.- М.: 1979. – 204 с.

10. ГОСТ 11.006-74. Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим. – М.: Издательство стандартов, 1975. – 24 с.

УТОЧНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ИЗМЕНЕНИЯ РЕСУРСНЫХ ПАРАМЕТРОВ АГРЕГАТОВ МАШИН

О.В. Сушко

Аннотация

В статье проанализированы статистические характеристики процесса изменения ресурсных параметров и обосновано уточнение существующей математической модели с целью прогнозирования остаточного ресурса составных частей машин по результатам их диагностирования.

ANALYSIS OF STATISTICAL DESCRIPTIONS OF CASUAL PROCESS RESOURCE PARAMETERS OF CHANGE MACHINES AGGREGATES AND GROUND OF HIS SPECIFIED MATHEMATICAL MODEL

O. Sushko

Summary

In the article statistical descriptions of process of change of resource parameters are analyses and clarification of existent mathematical model is grounded with the purpose of prognostication of remaining resource of component parts of machines on results their diagnostic.