УДК 514.18

АНАЛІЗ КОМПОЗИЦІЙНОГО ГЕОМЕТРИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Верещага В.М., д.т.н.,
mail337@i.ua, ORCID: 0000-0002-1965-1829
Найдиш А.В., д.т.н.,
nav1304@ukr.net, ORCID: 0000-0003-4057-7085
Павленко О.М., к.т.н.,
alexander8944@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8646-2622
Мелітопольська школа прикладної геометрії
Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького (Україна)
Чижиков І.О., к.т.н.
ivan.chyzhykov@tsatu.edu.ua, ORCID 0000-0002-3022-4828
Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного (м. Мелітополь, Україна)

Підґрунтям для виникнення композиційного геометричного моделювання (КГМ) стало точкове числення Балюби-Найдиша (точкове БН-числення), просте відношення трьох точок (ПВТТ). У КГМ правила ПВТТ також виконуються.

Досліджуючи синтетичні способи параметризації вихідних геометричних фігур ГФ, (тобто способи геометричної параметризації) у точковому БН-численні та вивчаючи властивості одержаних параметрів, було знайдено аналог алгебраїчного утворення параметрів для вихідної ГФ і доцільність створення КГМ з використанням алгоритмів алгебраїчного утворення параметрів для вихідної ГФ.

Аналітичні (алгебраїчні) алгоритми утворення параметрів КГМ у порівнянні з синтетичними у точковому БН-численні виявились набагато менш ресурсовитратними і, при цьому, не мають, з математичної точки зору, ніяких обмежень щодо кількості точок вихідної ГФ.

Наведено аналіз композиційних ліній та поверхонь, від традиційних методів їхнього утворення, покажемо доцільність розробки методів композиційного геометричного моделювання і вкажемо на напрями подальших досліджень щодо нього.

Композиційна геометрична модель це ціла раціональна або дробова раціональна функції, що представлені у параметричній формі, безвідносно вихідної системи координат, будь-яка поточна точка якої визначається як композиція часток усіх базисних точок вихідної геометричної композиції. При цьому, розмір частки для кожної базисної точки визначається за відповідного значення параметру або значеннями *характеристичних функцій, або значеннями БН-координат, які являють собою параметричний базис точкового поліному, що є КГМ.*

КГМ є індиферентною щодо кількості координат у елементах, тобто такою, що у однаковій мірі використовує елементи з різною кількістю координат не зрівнюючи кількості їхніх координат як під час створення моделі, так і в процесі її експлуатації. Більше того, навіть уже у створеної КГ, яка використовується у реальності для розв'язання практичних задач, можна без усіляких застережень змінювати кількість координат точки, що відповідають кількості характеристик досліджуваних об'єктів.

Ключові слова: композиційне геометричне моделювання, моделювання, геометричне моделювання, геометрична композиція.

Постановка проблеми. Досліджуючи синтетичні способи параметризації вихідних геометричних фігур ГФ, (тобто способи геометричної параметризації) у точковому БН-численні та вивчаючи властивості одержаних параметрів, було знайдено аналог алгебраїчного утворення параметрів для вихідної ГФ і побачив доцільність створення КГМ з використанням алгоритмів алгебраїчного утворення параметрів для вихідної ГФ. Аналітичні (алгебраїчні) алгоритми утворення параметрів КГМ у порівнянні з синтетичними у точковому БН-численні виявились набагато менш ресурсовитратними і, при цьому, не мають, з математичної точки зору, ніяких обмежень щодо кількості точок вихідної ГФ.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Аналітичні (алгебраїчні) алгоритми утворення параметрів КГМ у порівнянні з синтетичними у точковому БН-численні виявились набагато менш ресурсовитратними і, при цьому, не мають, з математичної точки зору, ніяких обмежень щодо кількості точок вихідної ГФ.

Однак у перших роботах з КГМ [3, 4, 5, 6] ще використовувались синтетичні методи визначення кривих ліній і поверхонь. Першими роботами, у яких відбувався пошук технік алгебраїчного утворення параметрів для точкових рівнянь, які б у повній мірі відповідали правилам синтетичного їхнього утворення, були [1, 2]. Останнім часом, точкові рівняння, у яких застосовуються алгебраїчні способи утворення параметрів, за методом Верещаги, почали називати точковими поліномами, а утворенні, при цьому, параметри – характеристичними функціями. Це стосується робіт [7, 8 , 9, 10, 11, 12].

Нижче наведено аналіз композиційних ліній та поверхонь, від традиційних методів їхнього утворення, покажемо доцільність розробки методів композиційного геометричного моделювання і вкажемо на напрями подальших досліджень щодо нього.

Як відомо, існуючі – традиційні методи комбінаційного моделювання, Для забезпечення вихідних умов щодо створення моделі, застосовують методи лінійної алгебри та її потужний інструментарій реалізації – алгебраїчні матриці, у яких їх елементи не є незалежними поміж собою, а зв'язані певними комбінаціями, що закладені у лінійних рівняннях, складених у відповідності до вихідних умов розв'язуваної задачі. Композиційні геометричні моделі (КГМ) повністю виключають застосування методів лінійної алгебри та алгебраїчних матриць як їхнього інструмента викладання вихідних умов задачі у КГМ здійснюється шляхом застосування геометричного способу інтерполяції, яких забезпечують характеристичні функції, що є параметрами відповідного точкового поліному – моделі розв'язку задачі.

Композиційні геометричні моделі (КГМ) є безвідносними щодо вихідної системи координат тому, що точкові поліноми, які являють собою ці КГМ, записуються не відносно системи координат, а відносно усіх базисних точок вихідної геометричної композиції (ГК). У КГМ вихідна система координат використовується перед її створенням для встановлення взаємного розташування базисних точок (ГК) через визначення параметрів, тобто параметризації ГК, які у подальшому використовуються для утворення характеристичних функцій для точкового поліному, який і являє собою КГМ. В результаті чого, за будь-якого переміщення розв'язку у вихідній системі координат, не потрібно змінювати запис цього розв'язку. Тільки після того, коли точковий поліном – КГМ буде у своєму кінцевому розташуванні, необхідно здійснювати перерахунок координат його базисних точок у відповідності до відомих матриць перетворень афінної геометрії для рухів.

У композиційного геометричному моделюванні будь-яку вихідну ГФ необхідно розділити на найдрібніші неподільні частини, тобто точки, поміж яких обрати базисні точки, які і будуть утворювати геометричну композицію (ГК) У ГК лінії і площини розглядаються як підмножини із множини її базисних точок та подаються відповідною кількістю базисних точок. Базисні точки, що задають прямі і площини стають їхніми геометричними визначниками. При цьому, загальна кількість базисних точок ГК обирається у такій кількості, щоб було можливим відтворити вихідну ГФ і створити для неї неперервну (континуальну) модель у вигляді точкового поліному.

За означенням [4], композиційна геометрична модель це ціла раціональна або дробова раціональна функції, що представлені у параметричній формі, безвідносно вихідної системи координат, будь-яка поточна точка якої визначається як композиція часток усіх базисних точок вихідної геометричної композиції. При цьому, розмір частки для кожної базисної точки визначається за відповідного значення параметру або значеннями характеристичних функцій, або значеннями БН – координат, які являють собою параметричний базис точкового поліному, що є КГМ.

Формулювання цілей статті. Здійснити аналіз композиційного геометричного моделювання. Показати доцільність розробки методів композиційного геометричного моделювання і вказати на напрями подальших досліджень щодо нього.

Основна частина. Композиційні геометричні моделі, тобто точкові поліноми, забезпечують геометричний спосіб інтерполяції, тобто композиційну інтерполяцію (компоінтерполяцію) шляхом створення для кожної базисної точки ГК відповідної характеристичної функції, яка лише у цій точці має значення, що дорівнює одиниці, а у решті інших базисних точок її значення дорівнює нулю. Значення усіх характеристичних функцій точкового номіналу проміж базисних точок є числа, що не дорівнюють ні нулю ні одиниці, які відповідають певному параметру поточної точки, і визначають розмір частки кожної з базисних точок ГК, сума усіх часток і визначає поточну точку. Таким чином, характеристичні функції забезпечують компоінтерполяцію, тобто аналітично формалізований геометричний спосіб інтерполяції, який не потребує застосування методів лінійної алгебри для визначення коефіцієнтів, тому що і точкових поліномів такі коефіцієнти взагалі відсутні.

Отже, композиційні геометричні моделі, тобто точкові поліноми, будуються з використанням компоінтерполяції і призначені для створення континуальних моделей, за наперед визначеними умовами, геометричних об’єктів довільної форми.

Під час створення моделі для певної системи до реальних її об’єктів можуть бути застосовані різні ступені дезагрегації, тобто розділення цих об’єктів на елементи, що приймаються як неподільні. Або навпаки, агрегації окремих складових системи для створення елементу необхідного ступеню агрегації. Кожний елемент системи, що створений чи то шляхом дезагрегації, чи то шляхом агрегації, у КГМ позначається точкою під час герметизації досліджуваної реальної системи, для якої створюється КГМ. При цьому, усі характеристики реального елементу приймаються за координати точки, що є аналогом цього реального елементу. Як реальні об’єкти системи будуть утримувати різні за кількістю характеристики, так і точки, що є їхніми аналогами у ГК (геометричній композиції) будуть визначатися різною кількістю координат простору параметрів (характеристик). Це є проблемою навіть для сучасних інструментаріїв програмування з використанням великих даних (BIG DATA) таких як Python, до складу яких входить модуль NumPy (Numerical Python), що використовує методи бібліотеки Pandas, серед яких drop – метод, що видаляє непотрібні рядки або стовпці; fillna – метод для заповнення пропущених значень у стовпці, тобто робить однаковою кількість координат в усіх елементах.

КГМ є індиферентною щодо кількості координат у елементах, тобто такою, що у однаковій мірі використовує елементи з різною кількістю координат не зрівнюючи кількості їхніх координат як під час створення моделі, так і в процесі її експлуатації. Більше того, навіть уже у створеної КГ, яка використовується у реальності для розв’язання практичних задач, можна без усіляких застережень змінювати кількість координат точки, що відповідають кількості характеристик досліджуваних об'єктів. Причому у запитах працюючої КГМ не потрібно робити ніяких змін. У композиційному геометричному моделюванні точки що визначається l координатами скорочено прийнято називати l – значними. Можливість зміни l – значності також під час створення КГМ та під час її експлуатації надає значних переваг, що полягають у наступному. Не потрібно застосовувати методи видалення окремих даних та заповнення пропущених значень і взагалі не потрібно слідкувати за l – значністю точок. Все це зменшує витрати часу на створення КГМ; не потрібно корегувати записи КГМ та здійснювати її переналаштування і таке інше.

Крім сказаного, КГМ розглядаються у двох системах координат (СК) одночасно. Перша – це СК координатного трипростору, у якій знаходяться досліджувані об'єкти, здійснюється їх геометризація, тобто визначається ступінь агрегації (дезагрегації) та визначаються базисні точки геометричної композиції, що відповідає досліджуваній системі і здійснюється параметризація створеної геометричної композиції. Друга – це система координат простору параметрів, у якій аналізуються характеристики об'єктів досліджуваної системи ці дві системи не є окремими та не залежними одна від одної, вони з'єднані між собою спільним параметричним базисом точкового поліному, що представляє композиційну геометричну модель.

Параметричний базис точкових поліномів (КГМ) створюється у координатному трипросторі та поширюється без змін на простір параметрів для дослідження характеристик об'єктів, для яких утворюється ця композиційна геометрична модель. Наявність двох систем координат для КГМ є однією з особливостей методу композиційного геометричного моделювання, який призначений для обслуговування систем, що використовують великі дані (BIG DATA). Розглянуті раніше криві Безьє, B-сплайни, NURB-сплайни за формою їхнього запису у деякій мірі нагадують форму запису точкових поліномів, однак, за своїм призначенням та сутністю відрізняються від них. Криві Безьє, B-сплайни та NURBS призначені для моделювання технічних та дизайнерських форм, точкові поліноми – для створення моделей аналізу великих даних (МАВД). Нижче наведено таблицю їхніх відмінностей.

Таблиця 1

Відмінності кривих Безьє, B-сплайнів, NURBS від точкових поліномів.

Криві Безьє, B-сплайни, NURBS	Точкові поліноми
Інтерполюють лише першу та останню точки визначального многокутника	Інтерполюють усі базисні точки вихідної ДПК, тобто проходять через усі вершини супровідної ламаної лінії.

Функціональним базисом для кривих Безьє слугує базис Бернштейна, тобто поліноміальний базис	Параметричним базисом точкового поліному є характеристичні функції або Балюби – Найдиша координати (БН - координати), що утворюються за певним алгоритмом окремо для кожної базисної точки вихідної геометричної композиції (ГК).
Криві Безьє, B-сплайни, NURBS проходять всередині опуклої частини визначального многокутника та інтерполюють лише першу і останню його точки.	Точкові поліноми проходять зовні опуклої частини многокутника супровідної ламаної лінії, побудованої на точках вихідної ДПК, та інтерполює усі її вершини.
Кожна базисна функція кривих Безьє і B-сплайнів є додатною або дорівнюють нулю.	Кожна характеристична функція (ХФ) точкового поліному, проміж базисних точок, може бути як додатною так і від'ємною. При цьому біля базисних точок для яких створена ХФ, її значення дорівнює одиниці, а для решти інших – нулю.
Кожна раціональна базисна функція NURBS має один максимум який менше одиниці.	Характеристичні функції (ХФ) точкового поліному утримують декілька екстремумів як додатних так і від'ємних і при цьому, усі ХФ мають коливальний вщухаючий характер. Вщухання відбувається у бік віддалення від базисної точки з максимальною амплітудою, яка дорівнює одиниці.

Висновки. Виходячи з аналізу робіт [1, 2], розглянутих способів утворення параметрів для вихідної ГК (геометричної композиції), можна зробити висновок, що подальші дослідження, з використанням синтетичних методів, у бік збільшення кількості вихідних точок для інтерполянта, не є перспективним. У роботах [1, 2] щодо алгебраїчного утворення характеристичних функцій – параметрів ГК запропонована техніка утворення ХФ не носить загального характеру. У роботах [7, 12] були розроблені техніки алгебраїчного утворення ХФ для точкових поліномів, що подаються ДПК які утримують до десяти вихідних точок. Однак, і у цих різних роботах щодо КГМ немає узагальнених записів для n точок, усі записи здійснюються у розгорнутому вигляді, що не дає можливості здійснювати компактних записів для створюваних композиційних геометричних моделей. При цьому взагалі не йдеться про записи двопараметричних та трипараметричних точкових поліномів у загальному вигляді та ще й матричній формі.

Таким чином, розробка загальних записів для одно-, дво- та трипараметричних точкових поліномів, які подаються n базисними точками вихідної геометричної композиції та виконання дії над кини у композиційно- матричній формі, можна обрати за напрямок цього дисертаційного дослідження.

Література

1. Адоньєв Є.О., Верещага В.М., Лисенко К.Ю. Розробка узагальненої техніки алгебраїчного формування Б-функцій для трьох точок. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ»*. Х.: НТУ «ХПІ» 2016 р. №50 (1222)
2. Адоньєв Є.О., Верещага В.М., Лисенко К.Ю. Розробка узагальненої техніки алгебраїчного формування Б-функцій для чотирьох точок Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Х.: НТУ «ХПІ» 2017р. №16(1238).
3. Адоньєв Є.О. Композиційний метод геометричного моделювання багатофакторних систем: дис. ... д-ра техн. наук. К.: КНУБА, 2018. 512 с.
4. Верещага В.М. Композиційне геометричне моделювання: Моногафія. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2017. 108с.
5. Верещага В.М., Найдиш А.В., Адоньєв Є.О., Лисенко К.Ю. Основи композиційного геометричного моделювання: навчальний посібник. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2019. 255 с.
6. Верещага В.М., Найдиш А.В., Адоньєв Є.О. Метод композиційного геометричного моделювання. Монографія. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2019. 310 с.
7. Верещага В.М., Лисенко К.Ю. Спосіб визначення опуклості ДПК. *Сучасні проблеми моделювання. Технічні науки.* Мелітополь, 2017. Вип.8. С. 44-48.
8. Верещага В.М., Павленко О.М., Адоньєв Є.О., Рубцов М.О. Геометричний спосіб інтерполяції точкового поліному у параметричній формі. *Сучасні проблеми моделювання. Технічні науки.* Мелітополь, 2019. Вип. 16, с. 15-26.
9. Верещага В.М., Павленко О.М., Балюба І.Г., Лебедєв В.О. Аналіз геометричних фігур з використанням одно- та двовимірних композиційних матриць. *Сучасні проблеми моделювання. Технічні науки.* Мелітополь, 2020.
10. Верещага В.М., Павленко О.М., Рубцов М.О. Глобальна інтерполяція точковим поліномом геометричної композиції із трьох точок, серед яких є двократна. *Вісник Херсонського національного технічного університету. Прикладні питання математичного моделювання.* Херсон: ХНТУ, Том 3, №1. 2020, с. 33-40.
11. Лисенко К.Ю., Верещага В.М., Адоньєв Є.О., Павленко О.М. Одно- та дворозмірні дійсні композиційні матриці. *Сучасні проблеми моделювання. Технічні науки.*. Мелітополь, 2020. Вип.18. С. 69-82.

12. Лисенко К.Ю., Верещага В.М. Двопараметрична композиційна інтерполяція дискретно поданої поверхні. *Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво.* ЛНТУ – Луцьк, 2019. Вип 35. С. 16-21.

АНАЛИЗ КОМПОЗИЦИОННОГО ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Верещага В.М., Найдыш А.В.Павленко А.М., Чижиков И.А.

Основанием для возникновения композиционного геометрического моделирования (КГМ) стало точечное исчисление Балюбы-Найдыша (точечное БН-исчисление), простое отношение трех точек (ПОТТ). В КГМ правила ПОТТ также выполняются.

Профессор В.М. Верещага, исследуя синтетические способы параметризации выходных геометрических фигур ГФ, (то есть способы геометрической параметризации) в точечном БН-исчислении и изучая свойства полученных параметров, нашел аналог алгебраического образования параметров для исходной ГФ и увидел целесообразности создания КГМ с использованием алгоритмов алгебраического образования параметров для исходной ГФ .

Аналитические (алгебраические) алгоритмы образования параметров КГМ по сравнению с синтетическими в точечном БН-исчислении оказались гораздо менее ресурсозатратные и, при этом, не имеют, с математической точки зрения, никаких ограничений по количеству точек исходной ГФ.

Приведен анализ композиционных линий и поверхностей, от традиционных методов их образования, покажем целесообразность разработки методов композиционного геометрического моделирования и укажем на направления дальнейших исследований к нему.

Композиционная геометрическая модель это целая рациональная или дробная рациональная функции, представленные в параметрической форме, безотносительно исходной системы координат, любая текущая точка которой определяется как композиция долей всех базисных точек исходной геометрической композиции. При этом размер доли для каждой базовой точки определяется соответствующим значением параметра или значениями характеристических функций или значениями БН-координат, которые представляют собой параметрический базис точечного полинома, что является КГМ.

КГМ является индифферентной по количеству координат в элементах, то есть такой, что в равной степени использует элементы с разным количеством координат не уравнивая количества их координат как при создании модели, так и в процессе ее эксплуатации. Более того, даже уже в созданной КГ, которая используется в реальности для решения практических задач, можно без всяких оговорок изменять *количество координат точки, соответствующие количеству характеристик исследуемых объектов.*

Ключевые слова: композиционное геометрическое моделирование, моделирование, геометрическое моделирование, геометрическая композиция.

ANALYSIS OF COMPOSITE GEOMETRIC MODELING

Viktor Vereshchaha, Andrii Naidysh, Alexander Pavlenko,
Ivan Chyzhykov

Pidoruntyam for the determination of the composite geometric model (KGM) has become the point of Balubi-Naidish number (point BN-number), it is simpler to identify three points (HTTT). KGM also has HTTT rules.

Professor V.M. Vereshaga, doslidzhuyuchi sintetichni way to parametrizatsiï vihidnih geometric figur GF (tobto way to geometrichnoï parametrizatsiï) at the of point BN-chislenni that vivchayuchi vlastivosti possession parametriv, znayshov analogue algebraïchnogo utvorennya parametriv for vihidnoï GF i pobachiv dotsilnist stvorennya KGM s vikoristannyam algoritmiv algebraïchnogo utvorennya parametriv for vihidnoï GF.

Analytical (algebraic) algorithms for setting the parameters of the CGM at the same time with synthetic ones at the point BN-numerical ones appeared to have a lot of less resources, and at the same time, from the mathematical point of view, there are some similarities.

An analysis of the compositional lines and surfaces, from the traditional methods of their establishment, is shown, the completeness of the development of methods of compositional geometric modeling, as well as directly on more recent developments, is shown.

The compositional geometric model of the whole is rational or fractional rational function, which is given in parametric forms, in an irrevocably outgoing coordinate system, be it a precise point, which is meant to be the composition of the basic parts of the basic composites At the same time, the size of the part for the skin base point is determined by the specific value of the parameter, either by the values of the characteristic functions, or by the values of the BN coordinates, which are the parametric basis of the point polynomial, which KGM.

KGM has an indifferent number of coordinates at the elements, that is, the same as in the same world as a victorious element with a different number of coordinates that do not evolve a number of processes of coordinates for such an hour during Moreover, it is possible to navigate already at the established CG, as it is victorious in reality for the development of practical tasks, it is possible without efforts to reduce the number of coordinates of a point, so that one can see a number of characteristics of the previous ones.

Key words: geometric composition, geometric composition, geometric composition.

References

1. Adoniev Ye.O., Vereshchahaб V.M., Lysenko K.Iu. (2016) Development of generalized technique of algebraic formation of B-functions for three points. Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «KhPI». Kh.: NTU «KhPI», 50 (1222) [in Ukrainian]
2. Adonievб Ye.O., Vereshchahaб V.M., Lysenkoб K.Iu. (2017) Development of generalized technique of algebraic formation of B-functions for four points. Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «KhPI». Kh.: NTU «KhPI» 16(1238). [in Ukrainian]
3. Adoniev, Ye. (2018) Compositional method of geometric modeling of multifactor systems: Doctor's thesis. K .: KNUBA. [in Ukrainian].
4. Vereshchaga, V. (2017) Composite geometric modeling: Monograph. Melitopol: FOP Odnorog T.V. [in Ukrainian].
5. Vereshchaga, V., Naydysh, A., Adoniev, Ye., Lysenko, K. (2019) Fundamentals of compositional geometric modeling: a textbook. Melitopol: FOP Odnorog T.V. [in Ukrainian].
6. Vereshchaga, V., Naydysh, A., Adoniev, Ye. (2019) Method of compositional geometric modeling. Monograph. Melitopol: FOP Odnorog T.V. [in Ukrainian].
7. Vereshchaga, V., Lysenko, K. (2017) Method for determining the convexity of DGC. Modern Problems of Modeling. Melitopol, 8, 44-48. [in Ukrainian].
8. Vereshchaha V.M., Pavlenko O.M., Adoniev Ye.O., Rubtsov M.O. (2019) Geometric method of interpolation of point polyne in paraiever form. Suchasni problemy modeliuvannia. Melitopol, 16, 15-26. [in Ukrainian]
9. Vereshchaha V.M., Pavlenko O.M., Baliuba I.H., Lebediev V.O. (2020) Analysis of geometric shapes using single- and two-dimensional composite matrices. Suchasni problemy modeliuvannia. Melitopol, [in Ukrainian]
10. Vereshchaha V.M., Pavlenko O.M., Rubtsov M.O. (2020) Global interpolation with a dot polynomial of a three-point geometric composition, including a double point. Visnyk Khersonskoho natsionalnoho tekhnichnoho. Kherson: KhNTU, 3, 1. 33-40. [in Ukrainian]
11. Lysenko K.Iu., Vereshchaha V.M., Adoniev Ye.O., Pavlenko O.M. (2020) One- and two-dimensional real composite matrices. Suchasni problemy modeliuvannia. Melitopol, 18, 69-82. [in Ukrainian)
12. Lysenko K.Iu., Vereshchaha V.M. (2019) Diparametric composite interpolation of discrete surface. Kompiuterno-intehrovani tekhnolohii: osvita, nauka, vyrobnytstvo. LNTU – Lutsk, 35, 16-21. [in Ukrainian]