

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БУДІВНИЦТВА І
АРХІТЕКТУРИ

ГАВРИЛЕНКО ЄВГЕН АНДРІЙОВИЧ

УДК 514.18

**МОДЕЛЮВАННЯ ОБВОДІВ У ПРОСТОРІ МОЖЛИВОГО
РОЗТАШУВАННЯ МОНОТОННИХ КРИВИХ**

05.01.01 – Прикладна геометрія, інженерна графіка

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора технічних наук

Київ 2020

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Таврійському державному агротехнологічному університеті імені Дмитра Моторного Міністерства освіти і науки України (м. Мелітополь)

Науковий консультант: доктор технічних наук, професор
Найдиш Андрій Володимирович,
Мелітопольський державний педагогічний університет
імені Богдана Хмельницького (м. Мелітополь),
завідувач кафедри прикладної математики та
інформаційних технологій

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
Ванін Володимир Володимирович,
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут
імені Ігоря Сікорського» (м. Київ),
професор кафедри нарисної геометрії,
інженерної та комп'ютерної графіки;

доктор технічних наук, професор
Несвідомін Віктор Миколайович,
Національний університет біоресурсів і
природокористування України (м. Київ),
професор кафедри нарисної геометрії,
комп'ютерної графіки та дизайну;

доктор технічних наук, професор
Пугачов Євген Валентинович,
Національний університет водного господарства
та природокористування (м. Рівне),
професор кафедри основ архітектурного
проектування, конструювання та графіки.

Захист відбудеться 07 жовтня 2020 р. о 13 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.056.06 при Київському національному університеті будівництва та архітектури за адресою: 03037, м. Київ, просп. Повітрофлотський, 31, КНУБА, ауд. 466.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Київського національного університету будівництва та архітектури за адресою: 03037, м. Київ, просп. Повітрофлотський, 31, КНУБА.

Автореферат розісланий « 04 » вересня 2020 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради

_____ О.А. Бондар

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Геометричне моделювання об'єкта часто є визначальним для забезпечення його функціональних властивостей. До таких об'єктів, перш за все, відносяться вироби з динамічними обводами в авіабудуванні, автомобілебудуванні, суднобудуванні, енергетичному та хімічному машинобудуванні. Складні поверхні, як правило, моделюються на основі лінійчатих каркасів, елементи яких формуються в результаті інтерполяції точкових рядів. При цьому геометричні характеристики кривої, яка інтерполює точковий ряд, забезпечують експлуатаційні якості виробу.

Таким чином, розробка методів геометричного моделювання кривих ліній із заданим поєднанням характеристик, які інтерполюють точкові ряди складної конфігурації, є актуальною науково-методологічною проблемою у розвитку прикладної геометрії.

Залежно від способу подання інформації методи геометричного моделювання можна розділити на дві групи:

- методи неперервного геометричного моделювання, коли результатом є модель, представлена функцією або сукупністю функцій;
- дискретне геометричне моделювання, яке передбачає розв'язок у вигляді впорядкованої множини точок.

Збільшення числа умов, які накладаються на геометричний образ, що формується методами неперервного геометричного моделювання, вимагає збільшення параметричного числа кривих ліній, які складають його визначник. Це призводить до неконтрольованого виникнення у кривих особливих точок, що знижує загальну якість одержуваного розв'язку. На даний момент зазначена проблема не має кардинального розв'язання.

Дискретний підхід відкриває можливість контролю характеристик інтерполюючої кривої за рахунок відмови від її аналітичного подання і використання в якості інструменту формоутворення алгоритмів, що визначають положення проміжних точок кривої. Однак, до теперішнього часу ця потенційна можливість дискретного геометричного моделювання в значній мірі не реалізована. Основними завданнями, розв'язання яких дозволить підвищити ефективність дискретного геометричного моделювання, є контроль геометричних властивостей кривої лінії через характеристики точкового ряду, який їй належить, та оцінка точності дискретної інтерполяції.

Актуальність теми дисертаційного дослідження обумовлена існуючою потребою розвитку теорії і практики дискретного геометричного моделювання і розробки відповідних алгоритмів для комп'ютерного дослідження та конструювання кривих ліній і поверхонь складної конфігурації.

Теоретичною та інформаційною базою для досліджень, виконаних у дисертації, стали роботи вітчизняних та зарубіжних вчених в області:

- теорії диференціальної геометрії кривих ліній та поверхонь: Г. Дарбу, Ф. Дюпена, Ф. Френе, Ф. Іоахімсталя, Е. Картана та ін.;
- теорії геометричного моделювання кривих ліній та поверхонь Д. Алберга, Н.М. Аушевої, Ю.І. Бадаєва, І.Г. Балюби, В.Д. Борисенко, В.В. Ваніна, В.М. Верещаги, Г.А. Вірченко, В.В. Гнатушенко, С.М. Грибова, Ю.О. Дорошенко,

Ю.С. Зав'ялова, Г.С. Іванова, С.М. Ковальова, Ю.М. Ковальова, В.М. Корчинського, І.І. Котова, Л.М. Куценко, Д.Ф. Кучкарова, Є.В. Мартина, В.Є. Михайленко, А.В. Найдиша, В.М. Найдиша, В.М. Несвідоміна, В.С. Обухової, В.А. Осипова, А.В. Павлова, О.Л. Підгорного, С.Ф. Пилипаки, В.О. Плоского, А.М. Подкоритова, Є.В. Пугачова, М.М. Риждова, А.М. Тевліна, П.В. Філіппова, А.М. Хомченко, О.В. Шоман, В.І. Якуніна;

- теорії моделювання інженерних об'єктів та процесів: Г.С. Іванова, С.М. Ковальова, Л.М. Куценко, В.Є. Михайленко, В.С. Обухової, А.В. Павлова, О.Л. Підгорного, А.М. Подкоритова, Н.І. Седлецької, І.А. Скідана, А.М. Тевліна, П.В. Філіппова та ін.;

- обчислювальної та комбінаторної геометрії: Б. Грюнбаума, Г. Дербуннера, М. Пратта, Ф. Препарата, Д. Роджерса, А. Фокса, А.М. Хомченко, А.Т. Фоменко та ін.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Робота виконана на кафедрі «Інформаційні технології проектування ім. В.М. Найдиша» Таврійського державного агротехнологічного університету відповідно до держбюджетної науково - технічної програми «Розробка наукових основ, систем, технологій і технічних засобів для забезпечення продовольчої безпеки південного регіону України» (номер державної реєстрації 0111U001949) та відповідно до науково-дослідницької програми Мелітопольського державного педагогічного університету імені Богдана Хмельницького «Варіативне дискретне геометричне моделювання об'єктів, явищ і процесів» (номер державної реєстрації 0115U001737).

В процесі впровадження результатів досліджень вирішувалися завдання в рамках науково-виробничих програм НПК «Роста» по моделюванню робочих поверхонь інструменту для розпушування ґрунту в пристовбурних смугах саду; ТОВ «Спеціальні гідравлічні машини» по оптимізації конструкції робочих коліс відцентрового одноступінчатого насоса; ТОВ «Мелітопольський завод турбокомпресорів» щодо підвищення динамічних характеристик потоків в міжлопатковому каналі робочих коліс турбокомпресорів.

Мета і задачі дослідження. Мета дослідження полягає в розробці теоретичних і методологічних основ нового методу варіативного дискретного геометричного моделювання обводів на основі області можливого розташування кривих з відомими геометричними властивостями.

Для досягнення мети дослідження поставлені такі завдання:

- визначити напрям наукових досліджень щодо розвитку теорії варіативного дискретного геометричного моделювання кривих ліній із заданими геометричними властивостями;

- запропонувати систему дискретно представлених аналогів геометричних характеристик кривої і розробити на її основі методику аналізу точкового ряду на можливість його інтерполяції кривою лінією із заданими характеристиками;

- запропонувати загальну схему моделювання просторових і плоских дискретно представлених кривих (ДПК) по частинах, уздовж яких значення характеристик кривої змінюються монотонно;

- встановити залежності між характеристиками кривої лінії, яка інтерполює точковий ряд, і областю її можливого розташування в просторі;

- розробити алгоритми призначення положень проміжних точок інтерполюючої кривої лінії, виходячи з умови монотонного збільшення (зменшення) уздовж неї значень її характеристик;
- дослідити конфігурацію полярних торсів просторових кривих ліній і розробити спосіб формування ДПК на основі їх дискретних аналогів.
- розробити метод моделювання плоскої ДПК на основі формування дискретного аналога її еволюти по частинах, уздовж яких значення кривини монотонно зростають або зменшуються;
- запропонувати способи визначення, класифікації та згущення ділянок ДПК, які містять особливі точки;
- запропонувати методику оцінки похибки, з якою точковий ряд представляє криву лінію з заданими геометричними властивостями;
- розробити способи формування безперервних обводів в межах області можливого розташування монотонних частин ДПК;
- дослідити можливості практичного застосування розробленого методу при розв'язанні прикладних задач і впровадити отримані результати в виробничий процес.

Об'єктом дослідження є варіативне дискретне геометричне моделювання кривих ліній довільної конфігурації з забезпеченням закономірної зміни їх диференціально-геометричних характеристик.

Предметом дослідження є забезпечення закономірної зміни значень кривини, скруту, радіусів стичних сфер при моделюванні дискретно представлених кривих на основі області їх можливого розташування.

Методи дослідження. Розв'язок поставлених в роботі завдань здійснювався з використанням наступних наукових методів:

- методика аналізу точкового ряду на можливість його інтерполяції кривою лінією із заданими характеристиками, а також загальна схема моделювання просторових і плоских ДПК по частинах, уздовж яких значення характеристик кривої змінюються монотонно розроблені на основі теорії диференціальної геометрії кривих ліній з використанням методу нарисної геометрії;
- алгоритми визначення положень проміжних точок інтерполюючої кривої лінії, що належать її монотонним частинам і ділянкам, які містять особливі точки, способи формування безперервних обводів в межах області можливого розташування монотонних частин ДПК розроблені з використанням методів нарисної, аналітичної та обчислювальної геометрії;
- дослідження розробленого методу на збіжність, стійкість до зміни вихідних умов, можливість забезпечення заданої точності інтерполяції проведено з використанням методів нарисної та аналітичної геометрії;
- програмна реалізація розроблених в роботі алгоритмів здійснена на основі обчислювальної геометрії і методів комп'ютерного моделювання;
- моделювання виробів, обмежених складними функціональними поверхнями, з метою впровадження отриманих результатів у виробничий процес здійснено на основі теорії кривих ліній і поверхонь, теорії моделювання інженерних об'єктів і процесів з застосуванням методів комп'ютерного моделювання.

Напрямки досліджень дисертації відповідають наступним пунктам паспорта спеціальності 05.01.01 - прикладна геометрія, інженерна графіка:

- теорія і практика дискретного геометричного моделювання;
- конструювання кривих ліній і поверхонь за заданими вимогами;
- геометричні методи оптимізації в різних галузях науки і техніки;
- геометричні основи комп'ютерного дослідження та конструювання.

Наукова новизна отриманих в дослідженні результатів полягає в розробці теоретичних і методологічних основ моделювання обводів точкових рядів довільної конфігурації в просторі можливого розташування кривих ліній із заданим поєднанням геометричних характеристик, що є подальшим розвитком варіативного дискретного геометричного моделювання геометричних образів за заданими умовами.

У роботі вперше:

- запропоновано і теоретично обґрунтовано напрям наукових досліджень по варіативному дискретному геометричному моделюванню кривих ліній за заданими умовами, який засновано на формуванні точкових рядів, що належать області можливого розташування кривих з заданими геометричними властивостями;

- розроблена методика аналізу точкового ряду довільної конфігурації, що дозволяє визначати його частини, які можливо інтерполювати кривою лінією постійного ходу з монотонною зміною радіусів стичних кіл і сфер, а також визначати ділянки, на яких інтерполююча крива обов'язково містить особливі точки. Аналіз встановлює можливість інтерполяції точкового ряду монотонною кривою, її характеристики і область розташування;

- запропонована загальна схема моделювання просторових і плоских ДПК по частинах, уздовж яких значення характеристик кривої монотонно зростають або зменшуються. Алгоритмічна реалізація схеми забезпечила формування точкових рядів, що складаються з як завгодно великої кількості точок, які належать кривій лінії з призначеними на підставі аналізу вихідного точкового ряду характеристиками;

- встановлені залежності між характеристиками кривої лінії, яка інтерполює точковий ряд, і областю її можливого розташування в просторі, що дозволило формувати ДПК у вигляді послідовності замкнутих геометричних образів, які обмежені дискретно заданими аналогами стичних площин або сфер;

- розроблені алгоритми визначення положень проміжних точок інтерполюючої кривої лінії, виходячи з умови монотонного збільшення (зменшення) уздовж неї значень її характеристик, які дозволяють згущувати точкові ряди, розташовані на кривих постійного ходу, кривих з монотонним зміною кривини, скруту, радіусів стичних сфер;

- розроблено метод моделювання просторової ДПК на основі формування її полярного торса. Використання дискретного аналога полярного торса дозволило здійснювати комплексний контроль дискретних характеристик точкового ряду, що формується, і області можливого розташування кривої, яка його інтерполює, призначати у вихідних точках фіксовані значення кривини, скруту, радіусів стичних сфер, при яких задача моделювання ДПК по частинах з монотонною зміною значень її характеристик має розв'язок;

- розроблено спосіб моделювання плоскої ДПК на основі формування дискретного аналога її еволюти по частинах, уздовж яких значення кривини монотонно зростають або зменшуються. Контроль конфігурації дискретного аналога еволюти дозволяє визначати область можливого розташування монотонних частин ДПК, формувати в їх межах точковий ряд, призначати положення особливих точок;

- запропоновані способи формування ДПК на ділянках, які містять особливі точки: точки перегину, зміни ходу, зміни зростання - убуття кривини, скруту, радіусів стичних сфер, що дозволило моделювати ДПК на основі точкового ряду довільної конфігурації по частинах, уздовж яких значення її характеристик змінюються монотонно.

- розроблені способи формування обводів точкових рядів в межах області можливого розташування монотонних частин ДПК. Способи дозволяють створювати безперервні геометричні образи і їх комп'ютерні моделі, які з похибкою, що не перевищує задану величину, замінюють ДПК довільної конфігурації.

Удосконалено методику оцінки абсолютної похибки, з якою точковий ряд представляє криву лінію, яка заснована на визначенні максимально можливої відстані між кривими лініями із заданими характеристиками, що інтерполюють сформований точковий ряд. Визначення похибки дискретної інтерполяції дозволяє встановити необхідну кількість проміжних точок, призначення яких забезпечує задану точність формування ДПК на кожній з вихідних ділянок.

Отримало подальший розвиток методологія оцінки геометричних характеристик кривої за допомогою дискретних характеристик точкового ряду, який їй належить. При цьому запропоновані дискретні аналоги стичних сфер і значень скруту використовуються вперше. Дискретні характеристики є вихідними даними для визначення частин ДПК з монотонною зміною геометричних характеристик і простору їх можливого розташування.

Практичне значення отриманих результатів полягає в наданні конструктору ефективного інструменту формування кривих ліній із заданою закономірністю зміни диференціально-геометричних характеристик і моделювання на їх основі каркасів поверхонь з заданими функціональними властивостями. Розроблене алгоритмічне і програмне забезпечення дозволяє підвищити якість моделювання складних поверхонь, що обмежують промислові вироби, і скоротити витрати часу на створення програм для їх обробки на верстатах з ЧПУ.

Розроблені на підставі проведених в дисертації досліджень алгоритми, методичні рекомендації та програмне забезпечення прийняті до впровадження ливарною компанією «Мелт» (акт впровадження від 21.11.2013 р.), ТОВ «Мелітопольський завод турбокомпресорів» (акт впровадження від 23.10.2013 р.), ПП «Таврія Турбо Плюс» (акт впровадження від 10.12.2013 р.), науково-виробничою комерційною фірмою «Спеціальні гідравлічні машини» (акт впровадження від 14.01.2014 р.), науково-виробничою компанією «РОСТА» (акт впровадження від 17.12.2014 р.), науково-виробничим підприємством «Центр САПР» (акт впровадження від 15.05.2014 р.).

Особистий внесок здобувача. Автором самостійно отримані основні результати, які становлять наукову новизну і практичне значення роботи:

- запропонована методика формування ДПК по частинах з монотонною зміною диференціально-геометричних характеристик і стикуванням монотонних частин із заданим порядком гладкості;

- запропонована методика формування полярних торсів, які визначають дискретно представлену криву, що інтерполює просторовий точковий ряд;

- запропонована методика формування еволюти, яка визначає дискретно представлену криву, що інтерполює плоский точковий ряд;

- розроблені способи стикування монотонних частин ДПК із забезпеченням призначених характеристик в особливих точках;

- розроблені методи формування плоских і просторових одновимірних обводів, які із заданою точністю представляють криву лінію, з регулярною зміною значень кривини, скруту, радіусів стичних сфер і мінімальним за умовами задачі числом особливих точок;

- запропонована схема формування дискретних і безперервних каркасів поверхонь на основі ДПК із заданими диференціально-геометричними характеристиками.

Особистий внесок автора у працях, які опубліковано у співавторстві: у працях [1] – розроблено спосіб моделювання одновимірних обводів с закономірною зміною диференціально-геометричних характеристик; [2] – запропоновано спосіб оцінки точності дискретної інтерполяції; [3] – запропоновано спосіб визначення області розташування точки перегину кривої; [5] – запропоновано спосіб визначення діапазонів положень нормалей дискретно представленій кривої виходячи із умови монотонної зміни значень її характеристик; [6] – запропоновано спосіб визначення області розташування монотонної кривої лінії; [9] – запропоновано спосіб визначення діапазонів можливих, за умовами задачі, характеристик при моделюванні монотонної кривої на ділянці, що обмежена сусідніми точками; [13] – запропоновано спосіб визначення та алгоритм розрахунку діапазонів можливих значень диференціально-геометричних характеристик у точках кривої виходячи із умови монотонної зміни кривини; [14] – запропоновано спосіб моделювання дискретно представленій поверхні із забезпеченням заданих диференціально-геометричних характеристик [15] – запропоновано геометрична схема та розроблено алгоритм моделювання дискретно представленій кривої другого порядку гладкості на основі просторових кутових параметрів, виконано перевірку алгоритму на контрольних прикладах; [16] – визначено систему обмежень на розташування кривої відповідно до умов задачі; [18] – розроблено спосіб визначення та уточнення області можливого розташування точки перегину та нормалі, яка проходить через цю точку, виходячи із умови монотонної зміни диференціально-геометричних характеристик уздовж кривої; [19] – розроблено спосіб визначення діапазонів положень нормалей та значень радіусів кривини у вихідних точках при моделюванні монотонної кривої; [20] – розроблено спосіб визначення максимальної абсолютної похибки дискретної інтерполяції; [21] – запропоновано спосіб формування міжлопаткового каналу робочого колеса та розроблено геометричну схему моделювання дискретного каркасу робочої поверхні лопатки; [22] – запропоновано схему формування дискретних каркасів поверхонь на основі дискретно представлених кривих із заданими диференціально-геометричними характеристиками; [24] – запропоновано

спосіб формування лінійчатого каркасу поверхні на основі вихідного масиву точок [25] – запропоновано спосіб визначення геометричних характеристик монотонної кривої лінії; [26] – запропоновано спосіб формування міжлопаткового каналу робочого колеса та розроблено геометричну схему моделювання дискретного каркасу робочої поверхні лопатки; [27] – запропоновано спосіб визначення простору можливого розташування кривих із визначеними геометричними властивостями; [28] – запропоновано спосіб визначення ділянок вихідного точкового ряду, який можливо інтерполювати кривою з монотонною зміною кривини; [29] – запропоновано спосіб визначення абсолютної похибки інтерполяції кривою з заданими геометричними властивостями; [30] – запропоновано спосіб формування одновимірних обводів із закономірною зміною кривини виходячи з конфігурації вихідного точкового ряду; [31] – запропоновано спосіб визначення ділянок, що містять особливі точки, та формування дискретно представлені кривої на цих ділянках; [32] – запропоновано геометричну схему та розроблено алгоритм моделювання просторових обводів за заданими умовами, виконано перевірку методу на контрольних прикладах; [34] – запропоновано спосіб формування кривої виходячи з динаміки зміни уздовж неї радіусів стичних сфер; [35] – розроблено алгоритм моделювання кривої з монотонною зміною кривини по заданим умовам: фіксовані положення нормалей та значень радіусів кривини у вихідних точках; [36] – розроблено алгоритм моделювання одновимірних обводів на основі просторових кутових параметрів, виконано перевірку методу на контрольних прикладах, зроблено висновки; [37] – запропоновано схему формування лінійчатого каркасу, що задає поверхню, та спосіб визначення можливих значень її характеристик; [38] – Особистий внесок здобувача: запропоновано геометричну схему та розроблено алгоритм моделювання кривих із закономірною зміною диференціально-геометричних характеристик, виконано перевірку схеми на контрольних прикладах; [40] – запропоновано спосіб формування одновимірних обводів із забезпеченням контролю виникнення осциляції; [41] – запропоновано спосіб формування лінійчатого каркасу, що задає поверхню, функціональне призначення якої – взаємодія з середовищем.

Аналіз наукових досліджень, розробка алгоритмічного забезпечення, впровадження результатів досліджень у виробництво виконані автором самостійно.

Постановка наукової проблеми та визначення шляхів її розв'язання виконана спільно з науковим консультантом.

Апробація результатів дисертаційної роботи. Основні положення дисертаційної роботи доповідалися на наступних конференціях:

- XIV-XX Міжнародних науково - практичних конференціях «Сучасні проблеми геометричного моделювання» (м. Мелітополь, 2012-2018 р.);
- IX, X Кримських міжнародних науково - практичних конференціях «Геометричне та комп'ютерне моделювання: енергозбереження, екологія, дизайн» (м. Сімферополь, 2012, 2013 р.);
- XV-XVIII Міжнародних конференціях з математичного моделювання (м. Херсон, 2014-2017 р.);
- XVI Міжнародній науково - практичній конференції «Технические науки – от теории к практике» (м. Новосибірськ, 2013 р.);

- XVIII, XIX Міжнародних науково - практичних конференціях «Научные итоги: достижения, проекты, гипотезы» (м. Мінеральні Води, 2013, 2014 р.);
- Всеукраїнської науково-методичної конференції «Дослідження можливостей використання інноваційних технологій в науковій роботі з прикладної геометрії та навчальному процесі кафедр ВНЗ, які займаються графічною підготовкою студентів» (м. Луцьк, 2015 р.);
- XI Міжнародній науково - практичній конференції «Обухівські читання» (м. Київ, 2016 р.);
- III, IV Міжнародних науково - практичних конференціях «Комп'ютерні системи та інформаційні технології в освіті, науці та управлінні» (м. Дніпро, 2016, 2017 р.)
- щорічних науково-практичних конференціях професорсько - викладацького складу ТДАТУ (м. Мелітополь, 2012-2019 р.).

Публікації. Основні положення дисертаційної роботи опубліковані в друкованих виданнях, серед яких 6 статей у виданнях, які входять до наукометричних баз, 25 статей у виданнях, рекомендованих ВАК України, 7 матеріалів конференцій, 3 додаткові публікації, 1 патент України на корисну модель.

Структура і обсяг дисертації. Дисертація складається з анотації, вступу, семи розділів з висновками, загальних висновків по роботі, списку використаних джерел, додатків. Загальний обсяг роботи склав 422 сторінки, включаючи 143 рисунки, 27 таблиць.

ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** міститься загальна характеристика дисертації. Обґрунтована актуальність теми та сформульована проблема, яка вирішується у роботі, вказується на зв'язок роботи з науковою програмою. Сформульовано мету, задачі, визначено об'єкт, предмет та методи досліджень. Показано наукову новизну та практичне значення одержаних результатів. Вказано на особистий внесок здобувача та проведено апробацію результатів дисертації. Наведено список публікацій та надано структуру дисертації.

У **першому розділі** «Аналіз існуючих методів моделювання обводів за заданими умовами» виконано огляд методів прикладної геометрії з моделювання кривих ліній та поверхонь, розглянуті основні напрямки розвитку сучасного геометричного моделювання, визначено завдання дисертаційного дослідження.

Відзначено, що формування обводів, які використовуються в якості лінійних елементів каркасів, які задають поверхні з підвищеними аеро- і гідродинамічними характеристиками є однією з найбільш затребуваних і складних задач геометричного моделювання. Функціональні якості поверхні забезпечуються геометричними характеристиками ліній каркаса. У нашому дисертаційному дослідженні завдання інтерполяції точкових рядів розглядається, перш за все, як інструмент для моделювання функціональних поверхонь складної конфігурації. Для розв'язання такого завдання необхідна розробка методу моделювання обводів точкових рядів довільної конфігурації, які із заданою точністю представляють криву з мінімальною, виходячи з вихідних умов, кількістю особливих точок. Це можуть бути точки перегину, зміни ходу кривої, зміни зростання-убування уздовж кривої

значень кривини, скруту, радіусів стичних сфер.

Можливість контролю кількості та розташування особливих точок, забезпечення заданої динаміки зміни уздовж кривої значень її диференціальних характеристик, призначення фіксованих характеристик в конкретних точках роблять метод інтерполяції універсальним. Моделювання кривої при меншій кількості умов можна розглядати як окремий випадок основного варіанту постановки завдання. Відомі методи інтерполяції точкових рядів розглянуті з позицій забезпечення зазначених вимог та з метою відбору закладених в них ідей, які можуть бути використані для розв'язання поставлених завдань.

Методи неперервного геометричного моделювання засновані на інтерполяції точкових рядів аналітично заданими кривими лініями. Перевагою методів неперервного геометричного моделювання є однозначне визначення кривої лінії і її характеристик. Найбільші можливості по управлінню формою інтерполюючої кривої і контролю її характеристик надають методи формування обводу ділянками кривих, які стикуються в початкових точках із заданим порядком гладкості. Це методи інтерполяції з використанням кривих другого порядку, сплайн-функцій, кривих Безьє, B-сплайнів, кривих заданих натуральним рівнянням, інші методи.

Конфігурація і властивості кожної ділянки обводу визначаються вибором кривої лінії, яка його складає і характеристиками цієї кривої на межі ділянки. При цьому можливість коригування форми ділянок, умова контролю за виникненням особливих точок і завдання збільшення порядків гладкості і фіксації обводу можуть суперечити або виключати один одного. Збільшення кількості накладених на ділянку обводу умов можливо за рахунок збільшення параметричного числа кривих ліній, які його формують. При цьому ймовірність неконтрольованого виникнення особливих точок зростає.

Протиріччя між потребою в збільшенні параметричного числа кривої і необхідністю запобігання виникнення у неї особливих точок є джерелом проблем інтерполяції аналітично заданими кривими лініями. Основним напрямком пошуку розв'язку задачі є збільшення можливостей локального коригування ділянок обводу, яка здійснюється за рахунок зміни характеристик кривих, що становлять обвід. Для ефективного розв'язання такого завдання доцільно заздалегідь визначити частини вихідного точкового ряду, які можливо інтерполювати кривою з заданими геометричними властивостями. Відомі методи неперервного геометричного моделювання не пропонують можливість такого аналізу і не спираються на його результати.

В силу існування зазначених проблем методи неперервного геометричного моделювання не забезпечують необхідне поєднання диференціально-геометричних характеристик кривих ліній, що інтерполюють точкові ряди складної конфігурації.

Дискретна інтерполяція передбачає формування ДПК, яка задана точковим рядом і алгоритмом визначення положень проміжних точок кривої. Дискретне подання результату моделювання дозволяє відмовитися від аналітичного представлення інтерполюючої кривої лінії і уникнути пов'язаного з ним неконтрольованого виникнення особливих точок. Іншою потенційною перевагою дискретної інтерполяції є можливість коригування будь-якої, в тому числі і як

завгодно малої ділянки ДПК при відсутності впливу цього коригування на характеристики решти масиву.

На даний момент основними напрямками дискретного геометричного моделювання є статико-геометричний метод, метод формування обводів на основі кривих кінцевих сум, варіативне дискретне геометричне моделювання (ВДГМ). За результатами аналізу відомих методів дискретної інтерполяції зроблено висновок про те, що ВДГМ найбільшою мірою відповідає завданню формування точкових рядів, що належать кривим лініям з заданими характеристиками.

Особливістю дискретної інтерполяції методами ВДГМ є призначення проміжних точок по одній з можливостей покрокового аналізу і коригування розв'язку, що формується. Положення точок згущення визначається на підставі алгоритму і системи обмежень, які залежать від конфігурації вихідного точкового ряду і заданих характеристик ДПК. Це дозволяє на всіх стадіях моделювання оцінювати характеристики не тільки точкового ряду, але і кривої лінії, яка буде отримана в результаті нескінченно великої кількості згущень, в межі, коли відстань між точками стане нескінченно малою. Точки згущення можуть заповнювати вихідні ділянки в призначеній послідовності і в різних кількостях. Такий підхід забезпечує максимальну гнучкість моделювання ДПК, яка вважається сформованою, коли розміри області простору, в якій розташовані всі криві лінії з заданими характеристиками, що інтерполюють сформований точковий ряд, стає меншою ніж задане значення.

На даний момент розроблено кілька методів ВДГМ плоских ДПК різних порядків фіксації із забезпеченням контролю кількості та розташування точок перегину і точок з екстремальним значенням кривини.

Відносно інтерполяції точкових рядів розташованих на площині, завдання формування просторових одновимірних обводів з використанням будь-якого з розглянутих підходів різко ускладнюється. Це обумовлено збільшенням кількості характеристик обводу, значення яких необхідно контролювати. Відомі методи інтерполяції просторових точкових рядів не забезпечують регулярну і монотонну зміну диференціально-геометричних характеристик уздовж кривої, що їх інтерполює.

Огляд літературних джерел дозволив зробити висновок про необхідність подальшого розвитку теорії моделювання за заданими умовами дискретно представлених геометричних образів і розробки на її основі алгоритмів для створення математичного забезпечення САПР кривих ліній і поверхонь. Зазначена потреба визначає актуальність мети дисертаційного дослідження, яка полягає в розробці теоретичних основ загального методу ВДГМ плоских і просторових обводів на основі області можливого розташування кривих ліній, уздовж яких значення диференціально-геометричних характеристик монотонно зростають або зменшуються.

У другому розділі «Аналіз геометричних властивостей ДПК на основі характеристик вихідного точкового ряду» розроблено спосіб, що дозволяє визначати частини точкового ряду, які можливо інтерполювати монотонною кривою лінією – кривою постійного ходу, вздовж якої значення радіусів стичних кіл і сфер монотонно зростають або зменшуються.

Монотонна крива l розглядається, як траєкторія руху точки M , що належить площині N , яка обкатує полярний торс, ребро звороту якого – крива постійного ходу (рис. 1).

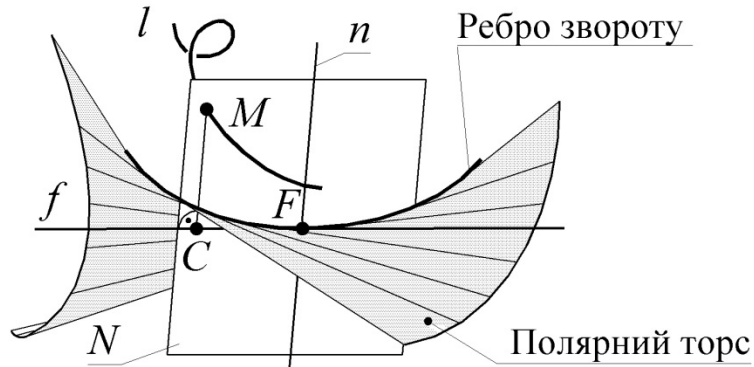


Рис. 1 Формування монотонної кривої

Характеристики кривої визначаються ходом ребра звороту полярного торса, напрямком обкату торса площиною N і розташуванням точки M в цій площині. Можливі вісім варіантів поєднання характеристик, які визначають монотонність кривої, що дозволяє розглядати і формувати будь-яку криву лінію, як таку, що складається з монотонних частин зістикованих в особливих точках.

Аналіз точкового ряду заснований на використанні дискретних характеристик, які є аналогами геометричних характеристик кривої лінії і визначаються положенням послідовних точок, які задають ДПК. Дискретна характеристика стичної площині – прилегла площина (ПП), що проходить через три послідовні точки точкового ряду. Напрямок повороту ПП на кут $\varphi_i \leq 90^\circ$ до суміщення з сусідньою ПП (рис. 2) визначає хід ДПК на відповідній ділянці.

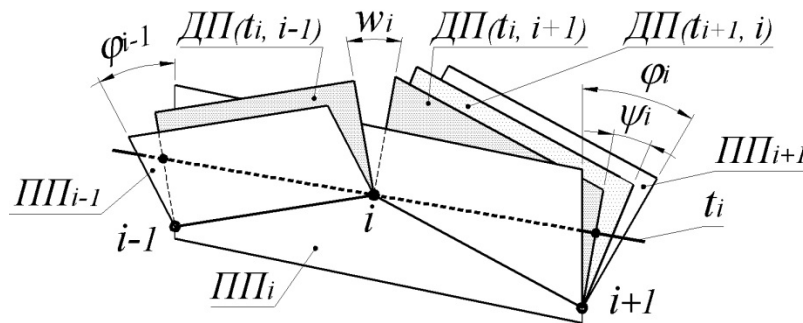


Рис. 2 Двогранні кути, що визначають дискретний скрут ДПК

Величина дискретного скруту $B_i^\varphi = \varphi_i \cdot \frac{3}{h_{i-1} + h_i + h_{i+1}}$ визначається

відношенням кута між суміжними прилеглими площинами до довжини відповідних хорд супровідної ламаної лінії: $h_{i-1} = |i-1, i|$, $h_i = |i, i+1|$, $h_{i+1} = |i+1, i+2|$. Радіус кривини в точці ДПК оцінюється радіусом прилеглого кола (ПК), яке визначається цією точкою, попередньою та наступною точками ряду. Дискретний аналог стичної сфери – прилегла сфера (ПСф), яка перетинає криву в чотирьох послідовних вихідних точках.

Проведений аналіз змін розташування і розмірів *ПП*, *ПК* і *ПСф*, які відбуваються в результаті збільшення відстаней між точками, що їх визначають, починаючи з нескінченно малої, дозволив встановити взаємозв'язок між геометричними характеристиками монотонної кривої і дискретними характеристиками точкового ряду, який їй належить. Дискретні характеристики і їх значення обмежують діапазони можливих значень і положень геометричних характеристик монотонної ДПК у відповідних точках.

1. Дотична до ДПК в точці i (t_i) розташовується всередині двох суміжних двогранних кутів φ_{i-1} і φ_i одночасно. Двогранний кут w_i , обмежений площинами, дотичними з ДПК в точці $i - ДП(i-1, t_i)$ і $ДП(t_i, i+1)$ (рис. 2), містить в собі стичну площину ($СП_i$) в цій точці (рис. 3).

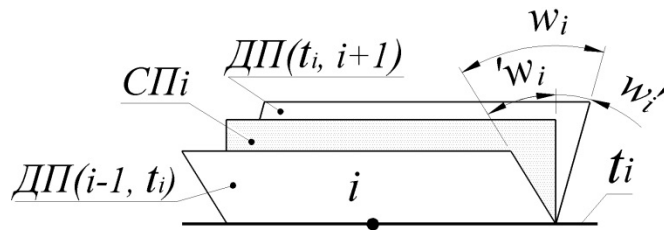


Рис. 3 Область розташування стичної площини

2. Закономірність зміни уздовж кривої значень її скруту, радіусів стичних кіл і сфер відповідає закономірності зміни значень їх дискретних аналогів уздовж точкового ряду. Наприклад, уздовж точкового ряду, що належить конічній гвинтовій лінії значення B_i^φ , радіусів *ПК* і *ПСФ* зростають в одному напрямку.

Встановлено, що точність оцінки значень характеристик ДПК підвищується при використанні в якості їх дискретних аналогів площин, кіл і сфер, що проходять через точки ДПК і мають з нею спільну дотичну пряму. В цьому випадку дискретний скрут в точці i оцінюється величиною $B_i^w = w_i \cdot \frac{3}{h_{i-1} + h_i}$, а на ділянці

$(i, i+1)$ величиною $B_i^\psi = \psi_i \cdot \frac{3}{h_i}$, де ψ_i – величина кута між $ДП(t_i, i+1)$ і $ДП(i, t_{i+1})$

(рис. 2). Значення скруту (B_i) в точці ДПК, уздовж якої скрут монотонно збільшується, знаходиться в діапазоні, обмеженому значеннями:

$$\dots < B_{i-1}^w < B_{i-1}^\varphi < B_{i-1}^\psi < B_i^w \approx B_i < B_i^\psi < B_i^\varphi < B_{i+1}^w < \dots$$

Для ДПК, уздовж якої монотонно збільшується кривина, значення радіуса кривини в точці i (R_i) знаходиться в межах діапазонів, обмежених значеннями радіусів $ПК_{i-1}(i-2, i-1, i)$ та $ПК_{i+1}(i, i+1, i+2)$ і значеннями радіусів дотичних кіл $'ДК_i(i-1; i, t_i)$ та $ДК'_i(i, t_i; i+1)$, які торкаються ДПК в точці i і проходять через сусідню точку:

$$RПК_{i-1} > R'ДК_i > R_i > RДК'_i > RПК_{i+1}.$$

3. Послідовні *ПП* та *ПСф* обмежують області простору, в межах яких розташовуються ділянки всіх монотонних кривих, що інтерполують точковий ряд.

Ділянки ДПК постійного ходу розташовані в межах прилеглих тетраедрів, обмежених чотирма послідовними $ПП$. Для ділянки $(i, i+1)$ це $ПП_{i-1}, ПП_i(i-1, i, i+1), ПП_{i+1}, ПП_{i+2}$. Ділянка $(i, i+1)$ монотонної ДПК розташована в межах тригранника прилеглих сфер, який обмежений трьома послідовними $ПС\phi$: $ПС\phi_{i-1}, ПС\phi_i(i-1, i, i+1, i+2), ПС\phi_{i+1}$ (рис. 4).

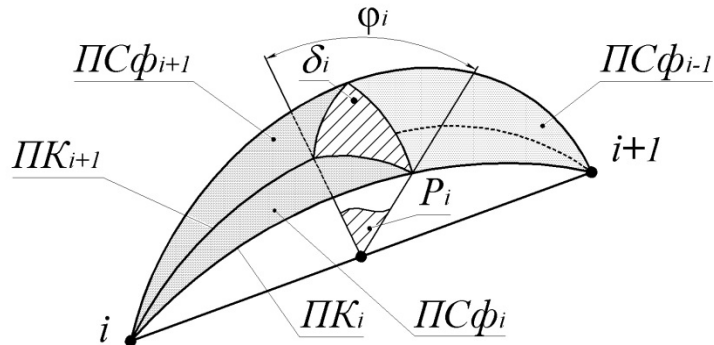


Рис. 4 Тригранник прилеглих сфер

Призначення фіксованих характеристик в точках ДПК дозволяє оцінювати область її можливого розташування за допомогою геометричних образів, розміри яких менше вихідних прилеглих тетраедрів і тригранників прилеглих сфер. Ділянка $(i, i+1)$ ДПК постійного ходу, в точках якої визначено положення основних тригранників, розташована в межах тетраедра, обмеженого дотичними і стичними площинами $ДП(i, t_{i+1}), ДП(t_i, i+1), СП_i, СП_{i+1}$ (рис. 5). Ділянка $(i, i+1)$ монотонної ДПК розташована в межах тригранника дотичних сфер, обмеженого $ДС\phi(i-1, i, t_i, i+1), ДС\phi_i(i, i+1, t_{i+1}, i+2), ДС\phi_{i+1}(i, t_i, i+1, t_{i+1})$.

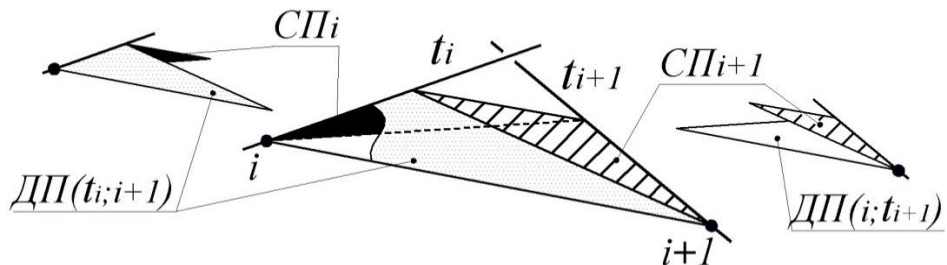


Рис. 5 Стичний тетраедр ДПК постійного ходу

Доведено, що обмежені дотичними площинами тетраедри і обмежені дотичними сферами тригранники уточнюють область можливого розташування монотонної ДПК. Їх розташування всередині відповідних прилеглих тетраедрів і сферичних тригранників є критерієм коректного призначення прямих, дотичних до монотонної ДПК.

Найбільш повну комплексну оцінку властивостей ДПК дає аналіз грані полярної поверхні, яка є аналогом полярного торса кривої лінії. Для ДПК, яка задана координатами точок, що їй належать, це є поверхня утворена площинами, які проходять через середини хорд супровідної ламаної лінії перпендикулярно цим хордам. Для ДПК, в вузлах якої задані положення дотичних прямих, грану поверхню утворюють перпендикулярні (P_i) і нормальні (N_i) площини (рис. 6).

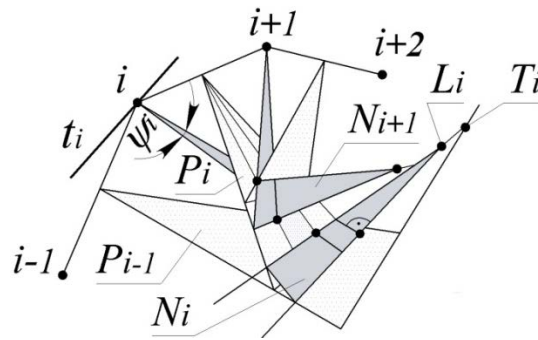


Рис. 6 Грана полярна поверхня нормальних площин

На прямих, по яким перетинаються грані полярної поверхні, розташована просторова ламана лінія, що є аналогом ребра звороту полярного торса кривої лінії. Цю ламану будемо називати ламаною звороту.

Ланки ламаної звороту грані полярної поверхні перпендикулярних площин обмежують центри $ПС\phi$ (T_i). Центри $ПК$ належать прямим, що проходять через ланки ламаної звороту, а кути між цими прямими рівні кутам φ_i між відповідними $ПП$. Ланки ламаної звороту грані полярної поверхні нормальних площин з'єднують центри $ДС\phi$ (L_i). Прямі, що проходять через ці ланки визначають центри дотичних кіл, а кути ψ_i і w_i між сусідніми ланками рівні кутам між відповідними дотичними площинами. Розташування та довжини ланок ламаних звороту визначають всі дискретні характеристики, тип і область можливого розташування монотонних частин ДПК.

Розроблений в розділі спосіб аналізу точкового ряду дозволяє розділяти його на частини, які можливо інтерполювати монотонною кривою лінією, визначати тип і область можливого розташування цієї кривої, встановлювати для вихідних точок діапазони положень елементів основних тригранників, а також значень кривини, скруту, радіусів стичних сфер при яких задача формування монотонної ДПК має розв'язок. Зроблені за результатами проведених в розділі досліджень висновки перевірені і підтверджені розрахунками дискретних характеристик точкових рядів, призначених на кінцевих гвинтових лініях.

У третьому розділі «Формування монотонної ДПК нульового порядку фіксації» розроблені способи згущення ДПК, яка задана тільки координатами вихідних точок. Схема згущення точкового ряду заснована на призначенні точки згущення в межах контуру, одержуваного в перетині області можливого розташування ділянки монотонної кривої лінії площиною P_i (рис. 7).

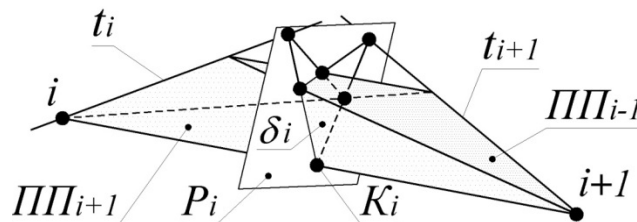


Рис. 7 Область розташування точки згущення ДПК постійного ходу

Точки згущення ДПК постійного ходу призначаються в межах багатокутників

δ_i , які є перетином прилеглих тетраедрів.

Забезпечення заданої закономірності зміни скруту є основною умовою формування ДПК на основі прилеглих тетраедрів. Призначення точок згущення в межах перетину δ_i гарантує формування ДПК постійного ходу. Формування ДПК з монотонною зміною (наприклад зростанням) скруту вимагає уточнення області розташування точки згущення (i_{32}).

Уточнена область розташування точки згущення на ділянці $(i, i+1)$ вихідної ДПК обмежена прямими, по яким площина P_i перетинає прилеглі площини: $ПП(i-1, i, i_{32})$, $ПП(i, i_{32}, i+1)$, $ПП(i_{32}, i+1, i+2)$, коли положення останніх визначає рівність значень дискретного скруту на відповідних ділянках ДПК. На рис. 8 ці прямі позначені $ПП'_i$, $ПП'_{32}$, $ПП'_{i+1}$ відповідно.

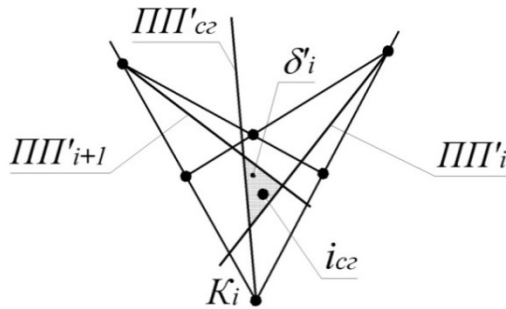


Рис. 8 Область розташування точки згущення ДПК з монотонним зростанням скруту

Призначивши точку i_{32} отримуємо точковий ряд $\dots i-1, i, i_{32}, i+1, i+2, \dots$ уздовж якого виконуються співвідношення: $B'_{i-2} < B'_{i-1} < B'_i < B'_{32} < B'_{i+1} < B'_{i+2}$, де B'_{i-1} , B'_i , B'_{32} , B'_{i+1} – значення дискретного скруту на ділянках $(i-1, i)$, (i, i_{32}) , $(i_{32}, i+1)$, $(i+1, i+2)$, які отримані в результаті призначення i_{32} .

Точка згущення i -ї ділянки монотонної ДПК призначається в межах відповідного тригранника прилеглих сфер ($ТПС\phi_i$), але за межами $ПС\phi_{i-2}$ і $ПС\phi_{i+2}$. Область можливого розташування i_{32} (Δ_i) обмежена дугами кіл, по яким площина P_i перетинає п'ять послідовних $ПС\phi$ (рис. 9).

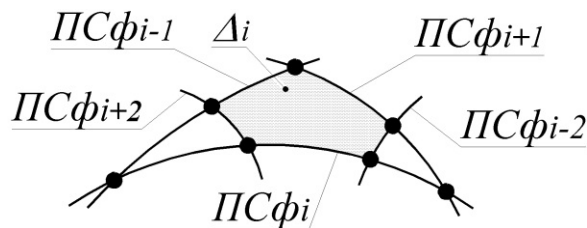


Рис. 9 Область розташування точки згущення монотонної ДПК

Призначивши точку i_{32} отримуємо чотири нові $ПС\phi$, що призводить до утворення $ТПС\phi$, які обмежують ділянки (i, i_{32}) , $(i_{32}, i+1)$ і зміни $ТПС\phi$, які обмежують розташування ДПК на вихідних ділянках $(i-3, i-2)$, $(i-2, i-1)$, $(i-1, i)$, $(i+1, i+2)$, $(i+2, i+3)$, $(i+3, i+4)$. Призначення точки i_{32} , в межах області Δ_i гарантує

розташування $ТПСф$, отриманих в результаті згущення, в межах вихідної області розташування ДПК.

Схема згущення точкового ряду заснована на контролі конфігурації ламаної звороту граної полярної поверхні, яка сформована площинами P_i . В результаті призначення i_{32} частина вихідної ламаної $T_{i-2} - T_{i-1} - T_i - T_{i+1} - T_{i+2}$ замінюється на $T_{i-2} - T'_{i-1} - T_i^{32} - T_i^i - T'_{i+1} - T_{i+2}$ (рис. 10), де T'_{i-1} , T_i^{32} , T_i^i , T'_{i+1} – центри $ПСф(i-2, i-1, i, i_{32})$, $ПСф(i-1, i, i_{32}, i+1)$, $ПСф(i, i_{32}, i+1, i+2)$, $ПСф(i_{32}, i+1, i+2, i+3)$ відповідно.

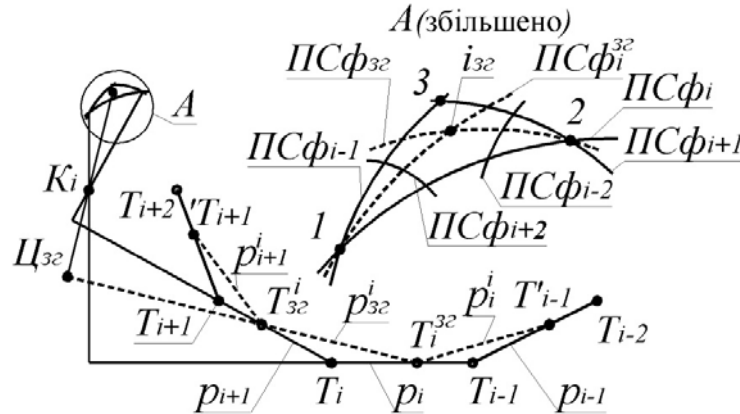


Рис. 10 Ламана звороту, отримана в результаті призначення точки згущення

На рисунку зображена частина ламаної звороту, яка задає правий хід ДПК і убування радіусів $ПК$ і $ПСф$ уздовж точкового ряду. Центри $ПСф$ T_{i-1} , T_i , T_{i+1} , T_i^{c2} , T_i^i , центр $ПК(i, i_{32}, i+1)$ – точка C_{32} і кола, які обмежують область розташування точки i_{32} належать площині P_i . Точки T_{i-2} , T'_{i-1} , T_{i-1} і T_{i+1} , T'_{i+1} , T_{i+2} належать площинам P_{i-1} і P_{i+1} відповідно.

Положення i_{32} однозначно визначає нові ланки ламаної звороту і навпаки. Належність точок T'_{i-1} , T_i^{32} , T_i^i , T'_{i+1} вихідним ланкам $[T_{i-2}, T_{i-1}]$, $[T_{i-1}, T_i]$, $[T_i, T_{i+1}]$, $[T_{i+1}, T_{i+2}]$ відповідно, гарантує приналежність точки i_{32} області Δ_i . Необхідне розташування центрів $ПСф$ досягається корегуванням положення прямої $\rho_{32}^i \equiv (T_i^{32}, T_{32}^i)$.

Після призначення точок згущення на всіх вихідних ділянках отримуємо ламану звороту $\dots - T_{i-1}^i - T_i^{i-1} - T_i^{i+1} - \dots$, де T_i^{i+1} – центр $ПСф(i, i_{32}, i+1, i+1_{32})$. Розташування зазначених центрів $ПСф$, при якому їх можливо інтерполювати кривою постійного ходу є умовою формування монотонної ДПК. Необхідна конфігурація ламаної звороту досягається коригуванням положень окремих точок згущення. Наприклад, в результаті наближення прямої ρ_{32}^i до точки T_i – точки T_i^{i-1} і T_i^{i+1} спочатку будуть зближатися (рис. 11), а потім, після збігу, стануть віддалятися одна від одної. З цього моменту положення i_{32} , яке визначається прямою ρ_{32}^i , не дозволить формувати монотонну ДПК.

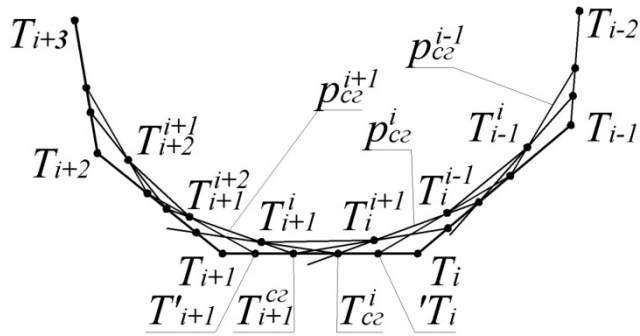


Рис. 11 Ламана звороту грані полярної поверхні згущеної ДПК

Зміна положення кожної точки згущення призводить до зміни п'яти послідовних ланок ламаної звороту, що ускладнює коригування згущеного точкового ряду. Локальність коригування ДПК можна підвищити за рахунок призначення фіксованих характеристик в її точках.

Запропоновані в розділі способи дозволяють моделювати ДПК по монотонним частинам представленим будь-якою кількістю вихідних точок, проводити коректування отриманого розв'язку на будь-якій стадії його формування, відмовитися від аналітичного представлення ДПК і контролювати її властивості через характеристики прилеглих тетраедрів, тригранників прилеглих сфер, грані полярної поверхні.

У четвертому розділі «Формування ДПК вищих порядків фіксації» розроблені способи згущення ДПК, яка задана координатами вихідних точок і призначеними в них характеристиками. Це можуть бути положення дотичних прямих, стичних площин, значення кривини, скруту, радіусів стичних сфер. Згущення ДПК може здійснюватися на основі дотичних тетраедрів, тригранників дотичних сфер, грані поверхні нормальних площин. Фіксовані характеристики не входять у вихідні умови. Вони призначаються в процесі моделювання виходячи з умови наявності у ДПК мінімальної кількості особливих точок.

Дотичні прямі в вихідних точках ДПК призначаються виходячи з характеристик дотичних тетраедрів, обмежених послідовними дотичними площинами (рис. 12).

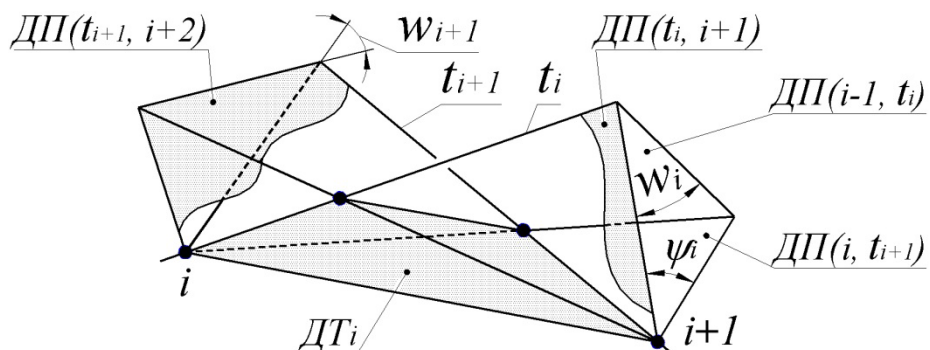


Рис. 12 Елементи дотичного тетраедра

Дотичні тетраедри повинні визначати той же хід ДПК, що і відповідні прилеглі тетраедри. Це забезпечується розташуванням дотичних площин $ДП(t_i, i+1)$

і $ДП(i, t_{i+1})$ усередині двогранного кута $\varphi_i \leq 90^\circ$ (рис. 2).

Для ДПК, уздовж якої значення скруту зростають положення дотичних площин уточнюється відповідно до умови:

$$\dots < B_{i-1}^\psi < B_i^w < B_i^\psi < B_{i+1}^w < \dots$$

Стична площина у точці i ($СП_i$) ділить двогранний кут w_i на два кути (рис. 3) – w_i , обмежений $СП_i$ і $ДП(i-1, t_i)$ і w'_i , обмежений $СП_i$ і $ДП(t_i, i+1)$. Для ДПК, у вузлах якої визначені положення стичних площин, умова монотонного зростання значень дискретного скруту приймає вигляд:

$$\dots < \frac{w_i}{h_{i-1}} < \frac{w'_i}{h_i} \leq \frac{\psi_i}{h_i} \leq \frac{w_{i+1}}{h_i} < \frac{w'_{i+1}}{h_{i+1}} < \dots$$

Діапазон значень скруту, які можуть бути призначені в вихідних точках ДПК становить:

$$\frac{3' w_i}{h_{i-1}} < B_i < \frac{3 w'_i}{h_i}.$$

Призначення точок згущення в межах стичних тетраедрів (рис. 5) забезпечує формування ДПК постійного ходу. У разі формування ДПК з монотонним зростанням скруту положення точки згущення i -ої ділянки i_{32} , дотичної прямої t_{32} і стичної площини $СП_{32}$ в цій точці, призначаються виходячи з умови:

$$\frac{B_i}{3} < \frac{w'_i}{h_{32}} \leq \frac{\psi'_i}{h_{32}} \leq \frac{w_{32}}{h_{32}} < \frac{w'_{32}}{h_{32}} \leq \frac{\psi_{32}}{h_{32}} \leq \frac{w_{i+1}}{h_{32}} < \frac{B_{i+1}}{3},$$

де w'_i – кут між $СП_i$ і $ДП(t_i, i_{32})$; ψ'_i – кут між $ДП(t_i, i_{32})$ і $СП_{32}$; w_{32} – кут між $СП_{32}$ і $ДП(t_{32}, i+1)$; ψ_{32} – кут між $ДП(t_{32}, i+1)$ і $ДП(i_{32}, t_{i+1})$; w_{i+1} – кут між $ДП(i_{32}, t_{i+1})$ і $СП_{i+1}$; $h_{32} = |i, i_{32}| = |i_{32}, i+1|$ – довжина хорди супровідної ламаної лінії.

Призначення точки i_{32} призводить до формування стичних тетраедрів, які обмежують область розташування ділянок (i, i_{32}) і $(i_{32}, i+1)$. Конфігурація стичних тетраедрів, що обмежують інші ділянки ДПК, при цьому не змінюється.

Згущення монотонної ДПК здійснюється на основі формування ламаної звороту, ланки якої належать прямим перетину перпендикулярних (P_i) і нормальних (N_i) площин (рис. 13).

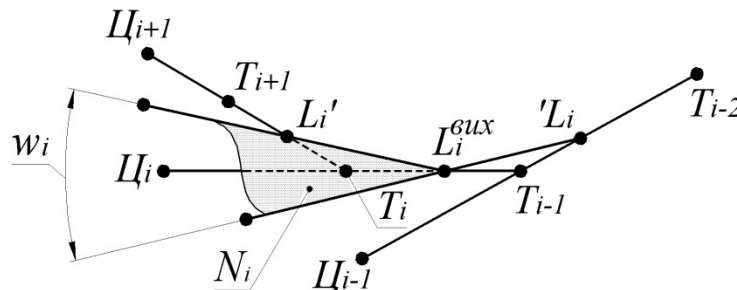


Рис. 13 Центри $ДСФ$, розташовані в i -й нормальній площині

Нормальна площина, призначена в i -й точці ДПК визначає положення центрів трьох дотичних сфер: $L_i \equiv P_{i-2} \times P_{i-1} \times N_i$ – центр $ДСФ(i-2, i-1, i, t_i)$; $L_i^{вух} \equiv P_{i-1} \times P_i \times N_i$ – центр $ДСФ(i-1, i, t_i, i+1)$; $L_i' \equiv P_{i+1} \times P_{i+2} \times N_i$ – центр

$ДС\phi(i, t_i, i+1, i+2)$. Належність точок $'L_i, L_i^{6ux}, L_i'$ ланкам вихідної ламаної звороту $[T_{i-2}, T_{i-1}], [T_{i-1}, T_i], [T_i, T_{i+1}]$ відповідно – умова призначення N_i монотонної ДПК.

В результаті призначення нормальних площин у всіх вихідних точках отримуємо ламану звороту $\dots - L_{i-1}^i - L_i^{6ux} - L_i^{i+1} - L_{i+1}^{6ux} - L_{i+1}^{i+2} - \dots$, де L_i^{i+1} – центр $ДС\phi_i^{i+1}(i, t_i, i+1, t_{i+1})$. Точку L_i^{i+1} отримуємо в перетині $[L_i^{6ux}, L_i']$ та $[L_{i+1}, L_{i+1}^{6ux}]$ (рис. 14). Коректність призначення нормальних площин можна контролювати черговістю розташування центрів $ДС\phi$ на відповідних ланках вихідної ламаної звороту. Для ланки $[T_{i-1}, T_i]$ ця черговість наступна: $- T_{i-1} - L_{i-1}' - L_i^{6ux} - L_{i+1}' - T_i$.

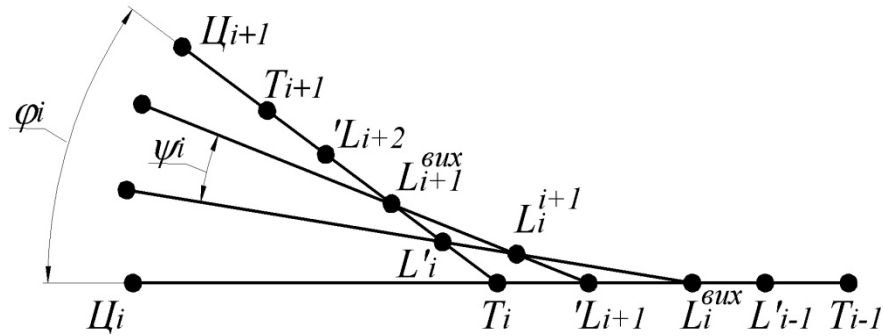


Рис. 14. Ділянки ламаної звороту грані полярної поверхні нормальних площин

Ділянка ламаної $L_i^{6ux} - L_i^{i+1} - L_{i+1}^{6ux}$ задає область розташування ділянки ДПК $(i, i+1)$ – тригранник дотичних сфер ($ТДС\phi_i$), який обмежують $ДС\phi_i, ДС\phi_i^{i+1}, ДС\phi_{i+1}$. На рис. 15 показано перетин $ТДС\phi_i$ площиною P_i . Тригранники дотичних сфер розташовуються усередині відповідних тригранників прилеглих сфер.

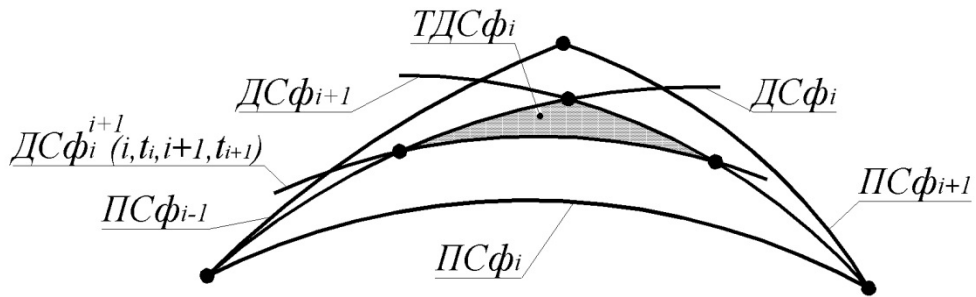


Рис. 15 Конфігурація i -го тригранника дотичних сфер

Згущення ДПК полягає в призначенні точок згущення і відповідних їм нормальних площин. Положення точки i_{32} в межах перетину $ТДС\phi_i$ площиною P_i контролюється приналежністю ланкам $[L_{i-1}^i, L_i^{6ux}], [L_i^{6ux}, L_i^{i+1}], [L_i^{i+1}, L_{i+1}^{6ux}], [L_{i+1}^{6ux}, L_{i+1}^{i+2}]$ точок $L_i, 'M_i, M_i', L_{i+1}$ – центрів $ДС\phi(i-1, i, t_i, i_{32}), ДС\phi(i, t_i, i_{32}, i+1), ДС\phi(i, i_{32}, i+1, t_i), ДС\phi(i_{32}, i+1, t_{i+1}, i+2)$ відповідно (рис. 16). Положення нормальної площині ДПК в точці i_{32} контролюється приналежністю ланкам $[L_i, 'M_i], ['M_i, M_i']$,

$[M'_i, L_{i+1}]$ точок $L_i^{32}, L_{32}, L_{32}^{i+1}$ – центрів $ДС\phi(i, t_i, i_{32}, t_{32}), ДС\phi(i, i_{32}, t_{32}, i+1), ДС\phi(i_{32}, t_{32}, i+1, t_{i+1})$ відповідно.

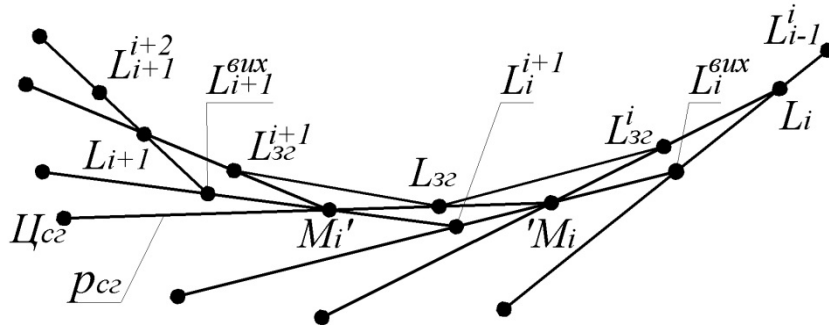


Рис. 16 Ділянки ламаної звороту згущеної ДПК

В результаті частина ламаної звороту $L_{i-1}^i - L_i^{6ux} - L_i^{i+1} - L_{i+1}^{6ux} - L_{i+1}^{i+2}$ замінюється на $L_{i-1}^i - L_i - L_{32}^i - L_{32} - L_{32}^{i+1} - L_{i+1} - L_{i+1}^{i+2}$. Нова частина ламаної звороту задає послідовність з чотирьох $ТДС\phi$, які обмежують область розташування ДПК на ділянках $(i-1, i), (i, i_{32}), (i_{32}, i+1), (i+1, i+2)$. Новосформовані $ТДС\phi$ розташовані всередині вихідних $ТДС\phi_{i-1}, ТДС\phi_i, ТДС\phi_{i+1}$ відповідно.

Вісь кривини, яка відповідає i -й точці ДПК (f_i) належить нормальній площині N_i (рис. 17).

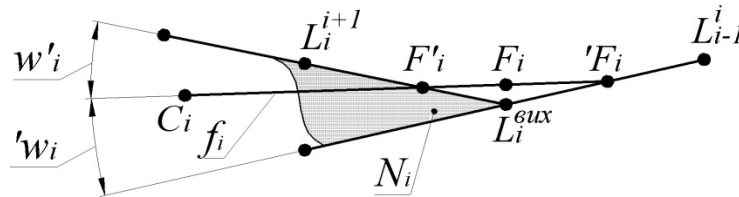


Рис. 17 Розташування вісі кривини в нормальній площині

Для монотонної ДПК умовою призначення f_i є перетин нею відрізків $[L_{i-1}^i, L_i^{6ux}]$ та $[L_i^{6ux}, L_i^{i+1}]$ в точках F_i та F_i' – центрах $ДС\phi(СК_i, i-1)$ і $ДС\phi(СК_i, i+1)$, які перетинаються по i -ому стичному колу ($СК_i$).

Призначивши вісь кривини для всіх вихідних точок отримуємо ламану звороту, $\dots - L_{i-1}^i - F_i - F_i' - L_i^{i+1} - F_{i+1} - F_{i+1}' - L_{i+1}^{i+2} - \dots$, яка задає мінімальну за розмірами область розташування ДПК. Для ділянки $(i, i+1)$ цю область обмежують $ДС\phi(i, t_i, i+1, t_{i+1}), ДС\phi(СК_i, i+1), ДС\phi(i, СК_{i+1})$. Призначення точки згущення в межах цієї області не призводить до зміни аналогічних областей, що обмежують розташування ДПК на інших ділянках.

Розроблені в третьому і четвертому розділах способи вирішують задачу формування точкового ряду, що складається з як завгодно великої кількості точок і який можливо інтерполювати монотонною кривою лінією. Необхідною умовою формування ДПК є монотонна зміна значень дискретних характеристик уздовж вихідного точкового ряду. Для розв'язання завдання достатньо контролювати

приналежність центрів прилеглих та дотичних сфер, утворених в результаті згущення, ланкам раніше сформованої ламаної звороту.

У п'ятому розділі «Формування ДПК на ділянках, що містять особливі точки» розроблені способи згущення точкового ряду на ділянках стикування монотонних частин ДПК. У першому наближенні особлива ділянка обмежена послідовними вихідними точками, в яких порушується закономірність зміни уздовж точкового ряду значень дискретних характеристик. У процесі згущення точкового ряду і локалізації області розташування ДПК особливі ділянки також послідовно локалізуються в межі вироджуючись в особливі точки – точки зміни ходу, перегину, зміни збільшення і зменшення уздовж кривої значень стичних кіл та сфер.

Область можливого розташування ДПК на ділянці, що містить особливу точку, розділена на дві частини. Конфігурація кожної з цих частин відповідає характеристикам однієї з двох монотонних кривих ліній, які стикуються в особливій точці. Призначення точок згущення в середині областей, обмежених прилеглими площинами забезпечує локалізацію області розташування ділянки, яка містить точку перегину або точку зміни ходу кривої. Точковий ряд, що належить кривій лінії в околі точки зміни ходу розташовується по одну сторону прилеглої площини $ПП_{i+1}$, яка визначається точками, що обмежують особливу ділянку ДПК (рис. 18, а).

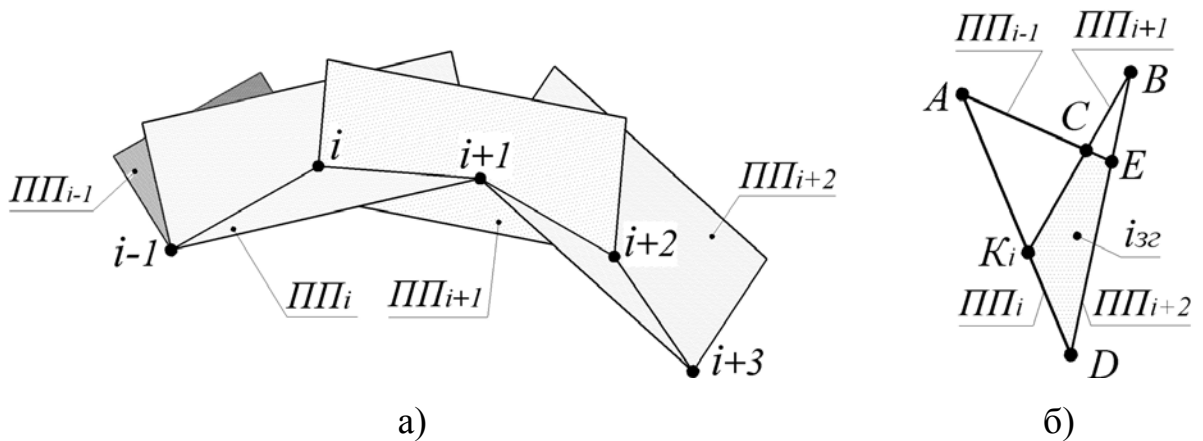


Рис. 18 Розташування прилеглих площин в околі точки зміни ходу

Область розташування точки згущення на ділянці $(i, i+1)$ розділена на трикутник K_i, A, C і чотирикутник K_i, C, E, D , які обмежені прямими перетину площини P_i і послідовних $ПП$ (рис. 18, б). Область розташування точки згущення на ділянці $(i+1, i+2)$ має аналогічну конфігурацію. У разі призначення точки згущення ділянки $(i, i+1)$ в межах чотирикутника K_i, C, E, D особливою ділянкою згущеної ДПК буде $(i - i_{32} - i+1)$. Якщо точка i_{32} призначається в межах трикутника K_i, A, C , то особливою ділянкою буде $(i_{32} - i+1 - i+2)$. Точка зміни ходу ДПК може бути призначена на одній з вихідних ділянок $(i, i+1)$, $(i+1, i+2)$ або в точці $i+1$.

Точкою перегину просторової кривої лінії будемо вважати точку, в якій спрямна площина перетинає криву. Точковий ряд, розташований на кривій лінії в околі точки перегину розділений площиною, яка проходить через точки i та $i+1$, що

обмежують особливу ділянку, перпендикулярно $ПП_i$ або $ПП_{i+1}$, яким ці точки належать (рис. 19, а). Область розташування точки згущення особливої ділянки розділена на два трикутника, що мають спільну вершину K_i в центрі відрізка $[i, i+1]$ (рис. 19, б). Після призначення точки i_{3z} в межах трикутника A, K_i, C отримаємо ДПК з особливою ділянкою $(i_{3z}, i+1)$. Якщо i_{3z} призначити в межах трикутника B, K_i, D , то особливою ділянкою буде (i, i_{3z}) .

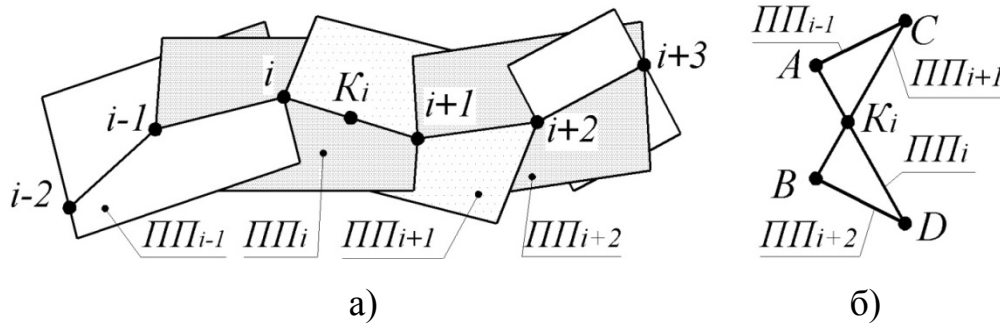


Рис. 19 Розташування прилеглих площин в околі точки перегину

Якщо особлива точка не є точкою перегину або зміни ходу, то в такій точці відбувається зміна напрямку зростання вздовж кривої радіусів стичних кіл і (або) радіусів стичних сфер. Розташування $ПП$ в околі ділянки ДПК, що містить таку точку, таке ж, як і на монотонних ділянках. Тому контроль згущення особливої ділянки можливий через аналіз розташування $ПС\phi$.

На рис. 20 зображена область розташування точки згущення ділянки ДПК $(i, i+1)$, на якій змінюється закономірність зростання вздовж кривої радіусів стичних сфер. Уздовж точкового ряду $\dots, i, i+1$ радіуси $ПК$ та $ПС\phi$ зменшуються. Уздовж точкового ряду $i, i+1, \dots$ значення радіусів $ПК$ продовжують зменшуватися, а радіуси $ПС\phi$ зростають. Обидві частини точкового ряду визначають правий хід ДПК.

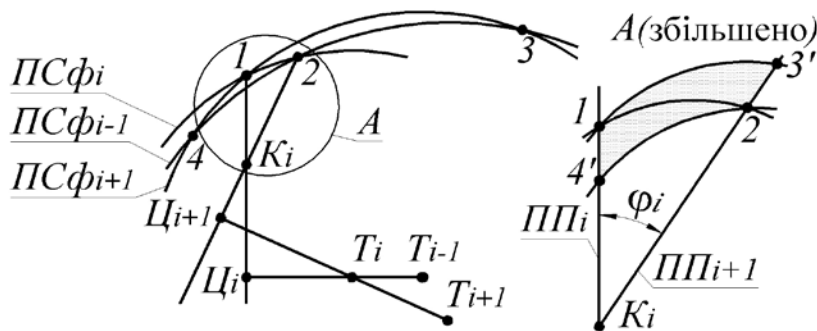


Рис. 20 Область можливого розташування особливої ділянки ДПК

Область розташування точки згущення особливої ділянки обмежена колами, за якими площина P_i перетинає $ПС\phi_{i-1}$, $ПС\phi_i$, $ПС\phi_{i+1}$ і розділена на два криволінійних трикутника. У разі призначення точки i_{3z} в межах трикутника $(1,2,3)$ особливою ділянкою стає $(i_{3z}, i+1)$. Якщо i_{3z} призначити в межах трикутника $(1,2,4)$, то особливою ділянкою буде (i, i_{3z}) . Одночасно, точка i_{3z} повинна розташовуватися в

межах кута φ_i , обмеженого III_i та III_{i+1} , що є умовою збереження ходу ДПК після згущення.

В особливій точці можливі різні поєднання перегину, зміни ходу, зміни напрямку зростання вздовж кривої радіусів стичних кіл і сфер. Область розташування особливої ділянки, що містить таку особливу точку, отримуємо в перетині тетраедрів, обмежених прилеглими площинами, і сферичних тригранників, обмежених прилеглими сферами. Згущення особливої ділянки в межах області перетину зазначених тетраедрів і тригранників запобігає виникненню додаткових монотонних ділянок ДПК, що в межі забезпечує концентрацію зміни закономірності збільшення та зменшення вздовж кривої значень різних характеристик в одній особливій точці.

Кожній особливій ділянці ДПК відповідає особлива ділянка ламаної звороту, конфігурація якої визначає наявність у ребра звороту полярного торса ДПК, яка формується, вершини вістря (рис. 21, а) або точки перегину (рис. 21, б).

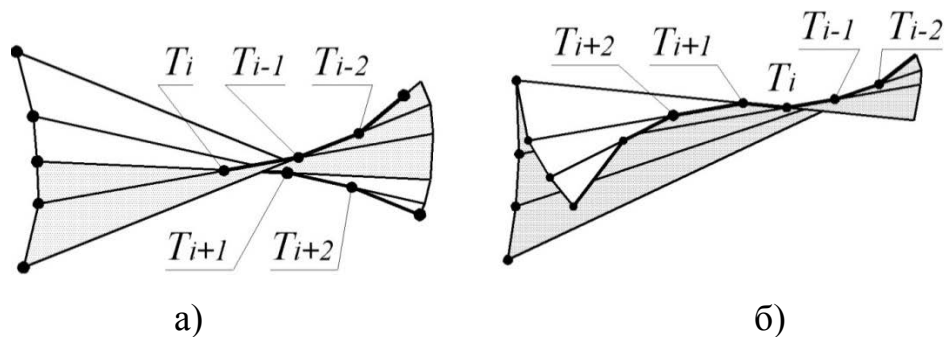


Рис. 21 Ламані звороту, що відповідають особливій ділянці ДПК

Зображена на рис. 21, а) частина ламаної звороту $T_{i-1} - T_i - T_{i+1}$ задає межі області розташування особливої ділянки ДПК $(i, i+1)$. Перетин цієї області площиною P_i зображено на рис. 20. Ламану звороту зображену на рис. 21, б) задає точковий ряд, розташований в околі точки зміни ходу з одночасною зміною збільшення - зменшення уздовж кривої радіусів кривини. Частина ламаної звороту $T_{i-1} - T_i - T_{i+1} - T_{i+2}$ визначає наявність двох вихідних ділянок ДПК – $(i, i+1)$ та $(i+1, i+2)$, на яких може бути призначена особлива точка.

Згущення точкового ряду супроводжується збільшенням числа і зменшенням розмірів ланок ламаної звороту грані полярної поверхні. Збереження в процесі згущення вихідної конфігурації особливої ділянки ламаної звороту гарантує локалізацію області розташування особливої ділянки ДПК.

Запропоновані способи згущення особливих ділянок дають можливість моделювати на основі точкового ряду довільної конфігурації ДПК, що складається з зістикованих в особливих точках монотонних частин. Контроль незапланованого виникнення особливих ділянок забезпечує формування ДПК, у якої число монотонних частин мінімальне виходячи з конфігурації вихідного точкового ряду.

У шостому розділі: «Моделювання плоскої ДПК з закономірною зміною кривини» розроблені способи згущення плоского точкового ряду по частинах, які можливо інтерполювати кривою з монотонною зміною кривини.

Монотонні ДПК формуються на основі точкового ряду, уздовж якого радіуси PK зростають або зменшуються. Нормалі, призначені в початкових точках (n_i) , і відрізки, що з'єднують центри кривини (C_i) , призначені на нормалях, обмежують послідовність базисних трикутників (BT_i) , яка є областю можливого розташування еволюти ДПК (рис. 22). Для ДПК, уздовж якої значення радіусів кривини (R_i) зростають, положення нормалей і центрів кривини призначаються виходячи з умови $|C_i, C_{i+1}| \leq R_{i+1} - R_i \leq |C_i, T_i| + |C_{i+1}, T_i|$. Виконання умови гарантує можливість формування ділянки ДПК, довжина еволюти якої дорівнює різниці значень радіусів кривини в точках, що обмежують ділянку.

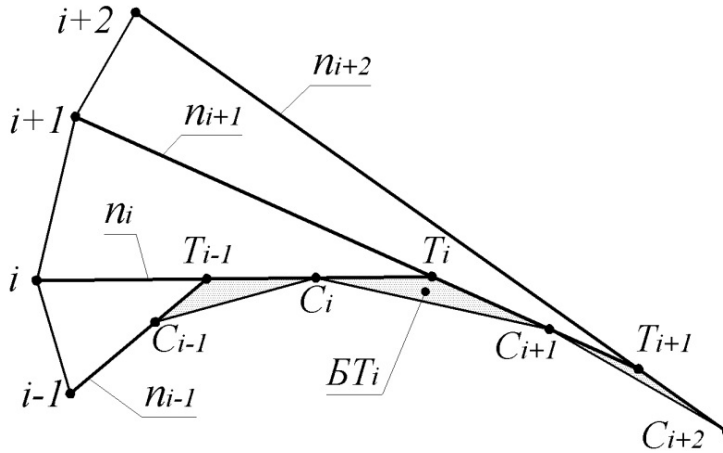


Рис. 22 Область розташування еволюти ДПК

Алгоритм згущення точкового ряду заснований на контролі властивостей еволюти ДПК, що формується. На кожному кроці згущення послідовно призначається положення нормалі (n_{32}) , що відповідає точці згущення, центру кривини (C_{32}) , що належить цій нормалі, а потім і самої точки згущення (рис. 23).

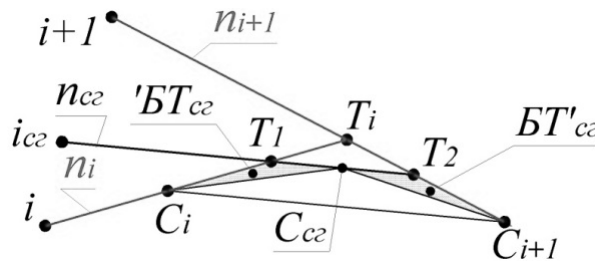


Рис. 23 Згущення ділянки ДПК

Кожен із зазначених елементів призначається в межах відповідного діапазону, який забезпечує задане співвідношення довжин сторін базисних трикутників (BT_{32}) , що отримуються в результаті згущення.

Для ділянки $(i, i+1)$ положення n_{32} та C_{32} призначається виходячи з умови: $|C_i, C_{32}| + |C_{32}, C_{i+1}| \leq R_{i+1} - R_i \leq |C_i, T_1| + |T_1, T_2| + |T_2, C_{i+1}|$. Положення точки згущення i_{32} на нормалі n_{32} визначається значенням радіуса кривини ДПК $R_{32} = |C_{32}, i_{32}|$ в точці згущення, яке призначається в межах діапазону: $R_i + |C_i, C_{32}| \leq R_{32} \leq R_{i+1} - |C_{i+1}, C_{32}|$

Призначення кожної точки згущення супроводжується заміною одного вихідного базисного трикутника на два нових. В результаті згущення точкового

ряду, в межі, послідовність базисних трикутників виродиться в еволюту монотонної кривої лінії, яка інтерполіує вихідний точковий ряд.

Монотонні частини ДПК стикаються в особливих точках – точках перегину і точках, в яких значення кривини досягає екстремуму. Точковий ряд, що належить кривій лінії яка містить точку перегину, розділений на дві частини. Ці частини розташовані по різні боки відносно прямої $(i, i+1)$, яка проходить через точки, що обмежують особливу ділянку ДПК (рис. 24). Послідовності базисних трикутників, які задають еволюту кожної з монотонних частин ДПК, формуються по різні боки прямої $(i, i+1)$, а радіуси кривини R_i та R_{i+1} , призначені в точках, що обмежують особливу ділянку, максимальні для кожної з частин точкового ряду.

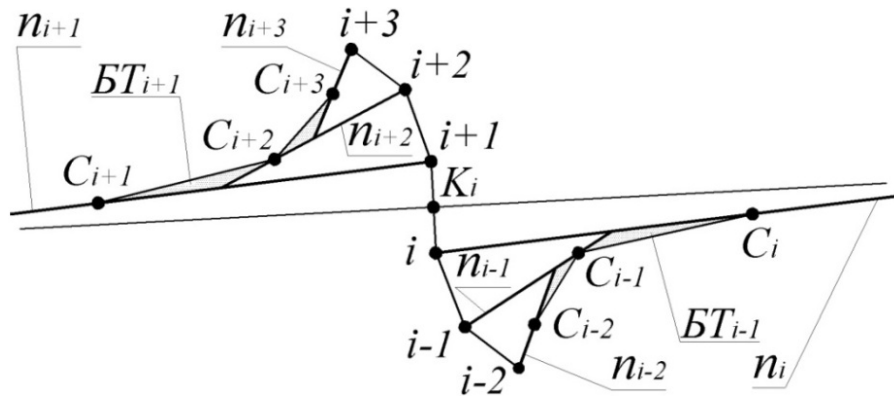


Рис. 24 Конфігурація ДПК в околі точки перегину

Діапазон можливого напрямку нормалі ДПК в точці перегину (n_E) визначається кутом між прямими, одна з яких проходить через центри кривини ДПК C_i та C_{i+1} , а інша перпендикулярна прямій, яка одночасно торкається стичних кіл CK_i та CK_{i+1} . Після призначення напрямку нормалі n_E діапазон її можливого розташування обмежений прямими $'n_E$ та n'_E , які паралельні n_E і проходять через центри кривини C_i та C_{i+1} відповідно (рис. 25). Можливе положення дотичної в точці перегину (t_E), обмежене прямими $'t_E$ та t'_E , які торкаються з CK_i та CK_{i+1} відповідно.

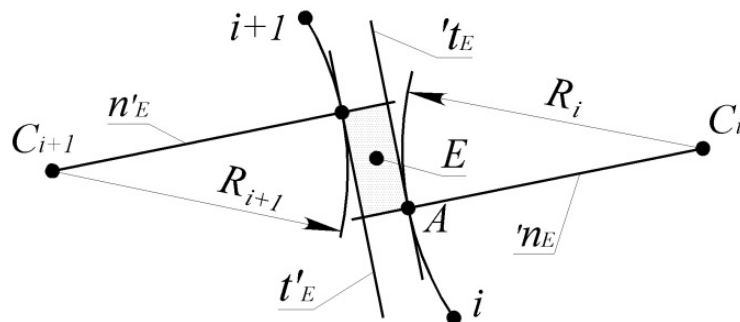


Рис. 25 Уточнена область розташування точки перегину

Призначення точки перегину в межах прямокутника, обмеженого прямими $'n_E$, n'_E , $'t_E$, t'_E дозволяє формувати ДПК з регулярною зміною кривини, яка складається з опуклої та увігнутої монотонних частин. Після призначення точки перегину і нормалі ДПК в цій точці опукла і увігнута частини кривої формуються окремо, виходячи з умови нескінченно великого радіуса кривини в точці їх стикування.

Точковий ряд, що належить кривій лінії, яка містить точку зміни зростання - убування радіусів кривини, розділений на частини, уздовж яких радіуси PK зростають і зменшуються відповідно.

Особлива точка належить частини ДПК $i-1-i+1$, якій відповідає $PK(i-1, i, i+1)$ найбільшого радіуса. Вона може призначатися в межах вихідної ділянки $(i-1, i)$ або $(i, i+1)$. Ламана $\dots C_{i-1}, C_i, C_{i+1}, \dots$, що з'єднує центри стичних кіл ДПК, які призначені у вихідних точках, утворює в точці C_i загострення, подібне до загострення в точці звороту кривої лінії (рис. 26). У разі вибору точки i як особливої, монотонні частини ДПК $\dots, i-1, i$ и $i, i+1, \dots$ формуються окремо на основі двох ланцюжків базисних трикутників, які визначаються послідовностями центрів кривини \dots, C_{i-1}, C_i та C_i, C_{i+1}, \dots відповідно.

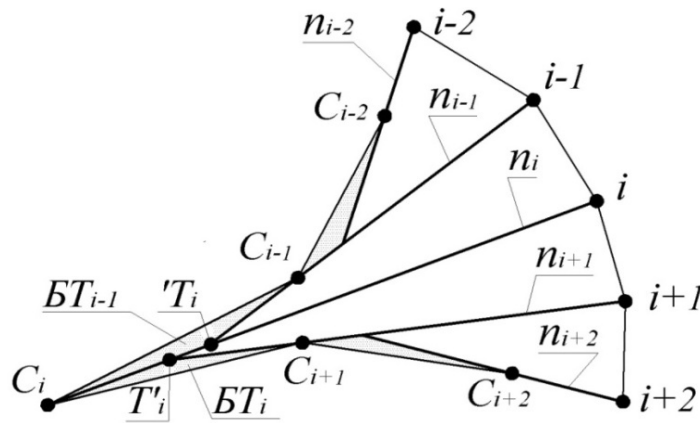


Рис. 26 Ділянка ДПК, що містить точку мінімальної кривини

Схема формування ділянки ДПК, що містить точку зміни убування - зростання радіусів кривини аналогічна розглянутій вище.

Запропоновані алгоритми дозволяють згущувати ділянки плоскої монотонної ДПК локально, в довільній послідовності і з призначенням в межах кожної вихідної ділянки будь-якої кількості точок згущення.

Розроблений в розділі спосіб забезпечує формування плоских точкових рядів, що складаються з як завгодно великої кількості точок, із забезпеченням можливості їх інтерполяції регулярною кривою лінією з мінімальним числом особливих точок.

В сьомому розділі «Розв'язок прикладних задач з використанням методу моделювання обводів в просторі можливого розташування монотонних кривих» досліджені збіжність і стійкість розробленого методу, його можливості по забезпеченню заданої точності дискретної інтерполяції і інтерполяції згущеного точкового ряду обводом, запропонована методика моделювання дискретно представлених поверхонь з підвищеними аеро- і гідродинамічними характеристиками.

Максимальна абсолютна похибка дискретної інтерполяції (Δ_i) оцінюється величиною, яку не може перевищувати відстань між монотонними ДПК заданими одним точковим рядом і з однаковим поєднанням характеристик.

Похибка дискретної інтерполяції плоского точкового ряду визначається шириною області, всередині якої розташовуються ДПК з монотонною зміною кривини. Якщо ДПК задана тільки точковим рядом, то область її розташування

обмежена послідовністю прилеглих кіл. У цьому випадку ширина області на ділянці $(i, i+1)$ визначається довжиною відрізка, обмеженого точками перетину прилеглих кіл $ПК_i$ та $ПК_{i+1}$ з прямою, яка проходить через середину хорди $[i, i+1]$ перпендикулярно цій хорді (рис. 27).

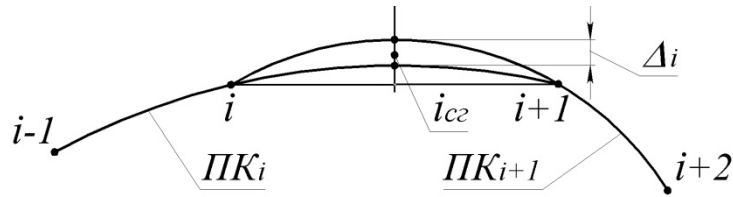


Рис. 27 Ширина області розташування ділянки плоскої ДПК

Якщо в точках ДПК задані положення дотичних прямих і значення кривини кривої, то ширина областей розташування її ділянок зменшується приблизно в півтора рази. Тепер область обмежена коробовими лініями, кожна з яких складається з дуги стичного кола ДПК в точці, що обмежує ділянку, і дуги кола дотичного з ДПК в іншій граничній точці. В цьому випадку похибка формування ділянки оцінюється відстанню між прямими, паралельними хорді $[i, i+1]$, які торкаються верхньої і нижньої меж області (рис. 28).

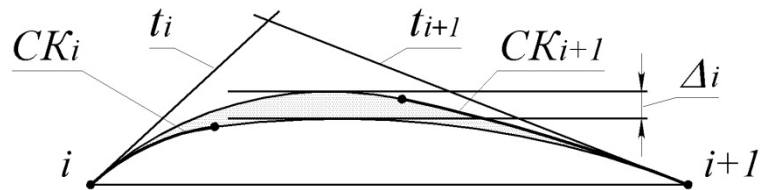


Рис. 28 Похибка формування ділянки ДПК, в точках якої задані стичні кола

На i -й ділянці просторової монотонної ДПК похибка оцінюється виходячи з розмірів сферичного тригранника, що обмежує область розташування ділянки. Похибка не може перевищувати довжину більшого з відрізків, що з'єднують вершини криволінійного трикутника $(1, 2, 3)_i$, по якому тригранник перетинається площиною P_i перпендикулярною хорді, що з'єднує межі ділянки і проходить через її середину (рис. 29). Ширина області обмеженої дотичними сферами в 3-4 рази менше ширини області, обмеженої прилеглими сферами.

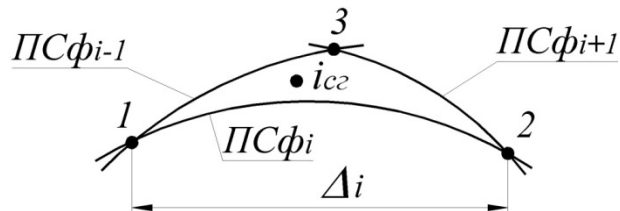


Рис. 29. Ширина області розташування ділянки просторової ДПК

В результаті призначення точки згущення на кожній вихідній ділянці ширина області розташування як плоскої, так і просторової ДПК зменшується приблизно у вісім разів.

Після того, як похибка дискретної інтерполяції стане менше призначеної величини, ДПК вважаємо сформованою, а згущений точковий ряд інтерполюється обводом, що складається з ділянок ліній, які використовуються більшістю САД-систем. Це пряма лінія, коло, В-сплайн. Обводи формуються в межах області можливого розташування ДПК. Виконання цієї умови забезпечує подання монотонної кривої лінії обводом з похибкою, яка не перевищує похибку дискретної інтерполяції.

Найбільшу точність інтерполяції забезпечує розроблений в розділі спосіб формування коробової лінії кіл, які дотичні з ДПК у вихідних точках. Радіуси дуг кіл зростають уздовж точкового ряду в тому ж напрямку, що і радіуси кривини уздовж ДПК. Напрямок повороту суміжних дуг просторової коробової лінії відносно загальної дотичної збігається з ходом ДПК. Відповідність вказаних характеристик коробової лінії і характеристик ДПК забезпечує розташування просторової коробової лінії в межах тригранників дотичних сфер, а плоскої – в межах області розташування ДПК, в точках якої задані стичні кола (рис. 28).

Похибка інтерполяції В-сплайном просторового точкового ряду оцінюється розмірами прилеглих тетраєдрів, що обмежують область можливого розташування кривих, хід яких збігається з ходом монотонної ДПК. При інтерполяції плоского точкового ряду похибка оцінюється висотою трикутників, обмежених дотичними до ДПК в сусідніх вихідних точках і хордами, які з'єднують ці точки (рис. 28). Забезпечення заданої похибки інтерполяції В-сплайном вимагає більшого числа згущень точкового ряду відносно інтерполяції коробовою лінією кіл.

Стійкість розробленого методу дискретної інтерполяції до зміни вихідних умов забезпечується формуванням ДПК в межах області можливого розташування її монотонних частин. При будь-якому корегуванні положень вихідних точок відстань від хорд супровідної ламаної лінії до границь області розташування відповідних ділянок ДПК залишається обмеженою і не може перевищувати половину довжини хорди.

Послідовна локалізація області розташування кривої в межах своїх вихідних границь гарантує збіжність процесу моделювання. Призначення кожної точки згущення наближає границю області до точного розв'язку – монотонної кривої лінії із заданим поєднанням характеристик.

На основі розроблених способів дискретної інтерполяції запропонована методика згущення упорядкованого на прямокутній в плані сітці масиву точок, який задає дискретно представлену поверхню (ДПП) і формування в її точках індикатрис Дюпена.

Згущення точкового масиву здійснюється за наступною схемою.

1. Із вихідного масиву точок виділяється два сімейства плоских ДПК, які перетинаються. Між площинами розташування вихідних ДПК призначаються паралельні їм площини, в яких будуть формуватися ДПК згущення цього ж сімейства кривих (рис. 30). Ці ДПК задаються точками згущення вихідних ДПК іншого сімейства.

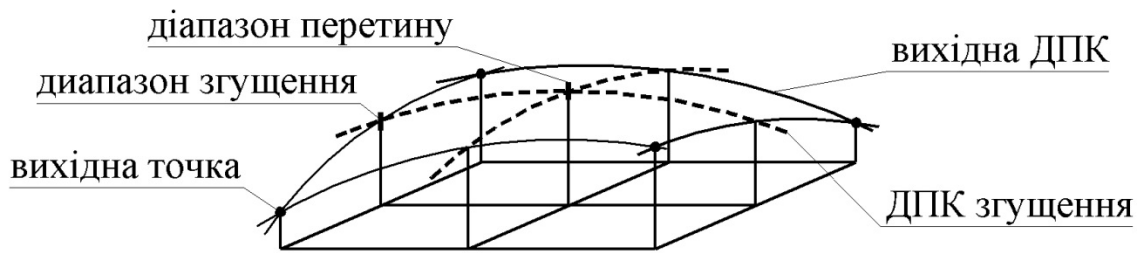


Рис. 30 Формування каркаса поверхні

2. Точки згущення вихідних ДПК призначаються в межах відрізків, по яким області розташування їх монотонних частин перетинаються площинами розташування ДПК згущення іншого сімейства.

3. Точки перетину ДПК згущення різних сімейств призначаються на прямих перетину площин їх розташування в межах діапазону, який визначається виходячи з умови монотонної зміни кривини уздовж кожної з кривих.

В результаті кожного кроку згущення отримуємо подвоєний масив точок, які задають сітчастий каркас з ДПК.

Положення дотичних площин в точках ДПП ($P_{i,j}$) визначаються дотичними прямими до двох ДПК ($ДПК_i$ та $ДПК_j$), які перетинаються в цій точці (рис. 31).

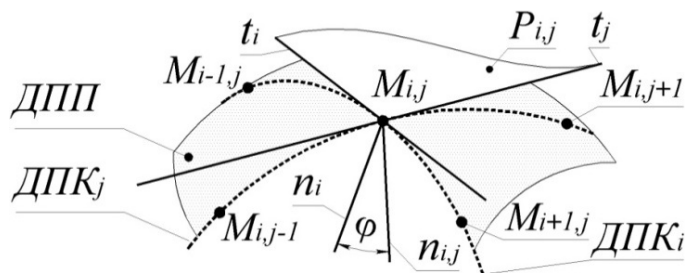


Рис. 31 Положення дотичної площини в точці ДПП

Значення радіусів кривини $ДПК_i$ та $ДПК_j$, призначені в точці їх перетину ($M_{i,j}$) задають індиатрису Дюпена в цій точці. Індиатрися Дюпена є центральною кривою другого порядку, яка розташована в дотичній площині поверхні. Кожна її точка задає радіус кривини в точці $M_{i,j}$ одного з нормальних перетинів поверхні. Для побудови індиатриси досить знати положення її центральної точки ($M_{i,j}$) і значення радіусів кривини двох нормальних перетинів. Ці значення розраховуються виходячи з радіусів кривини двох ДПК і величин кутів між нормаллю поверхні ($n_{i,j}$) і нормаллями ДПК в точці $M_{i,j}$. Індиатрися Дюпена дозволяє визначити в даній точці кривину будь-яких кривих ліній, які належать поверхні.

Отримані розв'язки дозволяють формувати на основі масиву точок дискретний сітчастий каркас, елементами якого є ДПК, а також призначати узгоджені характеристики ДПК, що належать різним сімействам ліній каркаса, в точках їх перетину.

З використанням розробленого методу дискретної інтерполяції у розділі розв'язано задачу створення моделі робочого колеса турбокомпресора осерадіального типу для ТОВ «Мелітопольський завод турбокомпресорів». Однією з вимог, що висуваються при проектуванні поверхонь, які взаємодіють із

середовищем, є ламінарний характер обтікання їх потоком. Виконання цієї вимоги досягається за рахунок забезпечення монотонної зміни значень диференціально-геометричних характеристик уздовж лінійних елементів каркасу моделі поверхні.

Робоче колесо виготовляється литтям та представляє собою ступицю з лопатками. Модель ступиці сформована на основі даних кресленика деталі. Вихідними даними при формуванні геометричних моделей поверхонь лопатки робочого колеса є упорядкований масив з 77 точок, що їм належать, які розподілені в одинадцяти горизонтальних площинах. Точки визначають плоскі ДПК, які задають сімейство перетинів поверхні горизонтальними площинами та просторові ДПК, які розташовані на кромці лопатки та ступиці робочого колеса. У результаті аналізу у вихідних точках призначено положення дотичних та значення радіусів кривини, при яких задача формування монотонних ДПК має розв'язок.

За допомогою програмного забезпечення, розробленого на основі запропонованого методу дискретної інтерполяції, сформовано згущені точкові ряди, які можливо інтерполювати монотонною кривою лінією. При розв'язанні задачі похибка, з якою отриманий точковий ряд представляє криву, що відповідає умовам задачі, не перевищує $5 \cdot 10^{-4}$ мм.

Отримані точкові ряди інтерпольовані обводами, які складаються з дуг неперервних кривих та відповідають умовам задачі. Обводи імпортовані в пакет тривимірного моделювання SolidWorks. Каркас поверхні лопатки складається з сімейства одинадцяти плоских перетинів, та двох просторових напрямних кривих ліній (рис. 32). Робоча поверхня моделюється на основі сформованого каркасу з використанням стандартних інструментів SolidWorks.

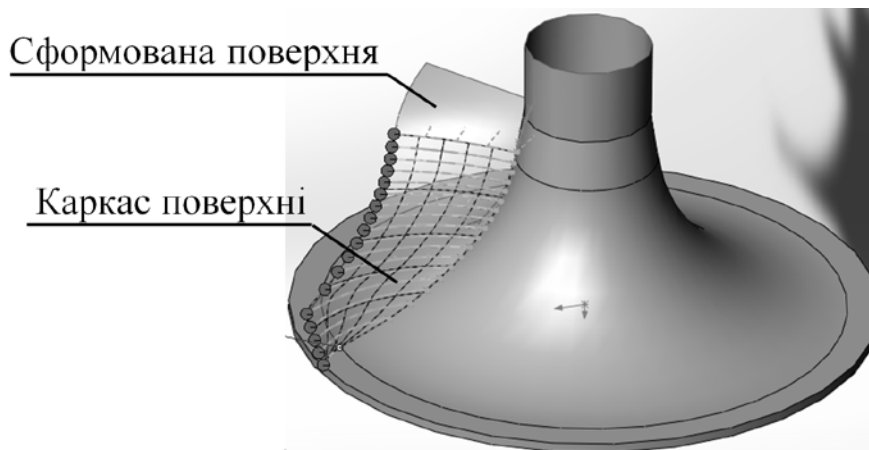


Рис. 32 Модель поверхні лопатки турбокомпресора

Отримані геометричні моделі поверхонь використані в якості вихідних даних для розробки в пакеті PowerMill управляючих програм для верстатів з числовим програмним управлінням.

Крім розглянутого прикладу, з використанням метода моделювання обводів в просторі можливого розташування монотонних кривих, створені і впроваджені у виробничий процес моделі робочого колеса відцентрового гідронасоса та ножа ротаційного різача для розпушування ґрунту.

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі вирішена важлива науково-прикладна проблема формування обводів точкових рядів довільної конфігурації, які із заданою точністю представляють криві лінії з відомими геометричними властивостями. З цією метою розроблені теоретичні основи нового методу варіативного дискретного геометричного моделювання ДПК постійного ходу з монотонною зміною радіусів кривини і дотичних сфер на основі області їх можливого розташування. Метод характеризується простотою розрахунків, можливістю локальної корекції одержуваного розв'язку і контролю виникнення осциляції кривої, що формується, та графіків її геометричних характеристик.

Значення для науки отриманих в дослідженні результатів полягає в розробці теоретичних і методологічних основ моделювання обводів точкових рядів довільної конфігурації в просторі можливого розташування кривих ліній з заданим поєднанням геометричних характеристик, що є подальшим розвитком варіативного дискретного геометричного моделювання геометричних образів за заданими умовами.

Використання отриманих результатів у наукових дослідженнях доцільно при розробці нових методів геометричного моделювання кривих ліній та поверхонь з заданими диференціально-геометричними характеристиками.

Значення для практики отриманих результатів полягає в наданні конструктору ефективного інструменту моделювання кривих ліній та поверхонь з заданими геометричними і функціональними характеристиками.

Використання отриманих результатів доцільно при вирішенні завдань зворотного інжинірингу та при конструюванні поверхонь, до аеро- і гідродинамічних якостей яких пред'являються підвищені вимоги.

Проведені дослідження дозволяють зробити наступні основні висновки.

1. Розвиток теоретичних основ та практичне застосування геометричного моделювання кривих ліній та поверхонь вимагає розв'язку задачі інтерполяції точкових рядів довільної конфігурації при забезпеченні регулярності значень кривини, скруту і одночасного контролю за виникненням особливих точок у інтерполюючої кривої. Відомі методи геометричного моделювання не забезпечують розв'язку поставленого завдання.

Таким чином, розробка методу варіативного дискретного геометричного моделювання точкових рядів, що складаються з як завгодно великої кількості точок, які належать кривій з заданими геометричними властивостями, і подальшої інтерполяції отриманого точкового ряду обводом, який з заданою точністю замінює ДПК, є затребуваною і актуальною.

2. В результаті аналізу залежностей між властивостями кривої лінії і конфігурацією точкового ряду, який їй належить, запропонована система дискретних характеристик - аналогів стичних площин, скруту, стичних кіл і сфер безперервної кривої лінії. Дискретні характеристики визначаються площинами, колами і сферами, які задані умовою проходження через послідовність точок, що належать кривій. Доведено, що для монотонної кривої постійного ходу, вздовж якої

радіуси стичних кіл і сфер монотонно зростають або зменшуються, виконуються умови:

- напрям зростання вздовж точкового ряду значень дискретних характеристик збігається з напрямом зростання відповідних значень геометричних характеристик уздовж вихідної кривої;

- дискретні аналоги стичних площин, кіл і сфер обмежують область простору, в межах якої розташована вихідна крива лінія;

- значення геометричних характеристик в точках вихідної кривої знаходяться в межах діапазонів, які обмежені значеннями відповідних дискретних характеристик точкового ряду.

На підставі встановлених залежностей запропоновано спосіб аналізу вихідного точкового ряду, який дозволяє:

- визначати частини точкового ряду, які можливо інтерполювати монотонною кривою лінією і класифікувати цю криву лінію виходячи з поєднання закономірностей зміни уздовж неї геометричних характеристик;

- призначати у вихідних точках фіксовані положення елементів основних тригранників, а також значення кривини, скруту, радіусів стичних сфер, при яких задача інтерполяції точкового ряду монотонною кривою лінією має розв'язок;

- визначати область можливого розташування монотонної ДПК, яка відповідає сукупності вихідних даних, що її задають.

3. Запропоновано загальну схему формування просторових і плоских ДПК. Крива формується згущенням вихідного точкового ряду по частинам, які можливо інтерполювати монотонною кривою. Необхідною умовою моделювання кривої є попередній аналіз вихідного точкового ряду, в результаті якого визначаються і класифікуються монотонні частини ДПК, а також ділянки, що містять особливі точки.

Запропонована схема є універсальною. Її можна застосовувати для формування ДПК на основі вихідного точкового ряду будь-якої конфігурації і якій складається з як завгодно великої кількості точок.

4. Встановлені однозначні відповідності між сукупністю характеристик, що визначають монотонність кривої лінії, і взаємним розташуванням їх дискретних аналогів дозволили формувати ДПК у вигляді послідовності замкнутих геометричних образів, які обмежують область можливого розташування її ділянок. Для ДПК постійного ходу область розташування обмежена послідовністю тетраєдрів, грані яких належать аналогам стичних площин. Монотонна ДПК розташована в межах послідовності сферичних тригранників, обмежених аналогами стичних сфер.

Доведено, що призначення точок згущення в межах області розташування відповідних ділянок забезпечує формування точкового ряду, який належить монотонній ДПК. І навпаки, призначення точки згущення за межами області розташування обов'язково призводить до наявності особливих точок у кривої лінії, яка інтерполює отриманий точковий ряд.

Способи формування ДПК різних порядків фіксації, засновані на контролі області її можливого розташування, включають алгоритми, які дозволяють згущувати точкові ряди, розташовані на кривих постійного ходу, кривих з

монотонною зміною кривини, скруту, радіусів стичних сфер. Кожній умові, яка накладаються на ДПК що формується, відповідає своя окрема область простору. Область остаточного розв'язку отримуємо в перетині областей, відповідних сукупності умов формування ДПК.

Запропонований підхід забезпечує локальність моделювання, покроковий контроль і можливість коригування одержуваного розв'язку, контроль за виникненням особливих точок.

5. В результаті дослідження конфігурації полярних торсів монотонних кривих ліній і їх ребер звороту розроблено спосіб формування ДПК на основі граної полярної поверхні – дискретного аналога полярного торса. Аналіз кутових і метричних характеристик аналога ребра звороту – ламаної звороту, яка розташована на перетині граней граної полярної поверхні, дає найбільш повну комплексну оцінку властивостей ДПК, що формується. Через характеристики ламаної звороту контролюються всі дискретні характеристики і тип монотонних частин ДПК, область її можливого розташування і ділянки, що містять особливі точки.

Згущення ДПК на основі формування її ламаної звороту дозволяє спростити геометричну схему моделювання звівши її до розв'язку задач на перетин прямих ліній і площин.

6. На підставі аналізу характеристик ребер звороту полярних торсів кривих ліній, що містять особливі точки, запропоновані способи визначення, класифікації та згущення ділянок ДПК, які містять точки стикування її монотонних частин. Ділянки, які обов'язково містять особливі точки, визначаються виходячи з конфігурації ламаної звороту граної полярної поверхні. Алгоритм згущення точкового ряду в околі особливої ділянки забезпечує запобігання неконтрольованого виникнення додаткових особливих ділянок.

Способи згущення особливих ділянок спільно зі способами згущення монотонних частин ДПК вирішують задачу її формування на основі будь-якого точкового ряду.

7. Визначення меж області можливого розташування ДПК дозволило контролювати точність, з якою точковий ряд представляє криву лінію з заданими геометричними властивостями. Абсолютна похибка дискретної інтерполяції оцінюється на кожній ділянці ДПК як максимально можлива відстань між монотонними кривими лініями з заданим поєднанням характеристик, які інтерполують точковий ряд. Оцінка абсолютної похибки дозволяє визначити мінімальну кількість необхідних згущень ДПК на кожній з її вихідних ділянок, після чого сформований точковий ряд може бути інтерпольовано обводом.

8. Задану точність інтерполяції точкового ряду обводом забезпечує його формування в межах області можливого розташування монотонних частин ДПК. При формуванні обводу хордами супровідної ламаної лінії або В-сплайном точність інтерполяції оцінюється розмірами області розташування ДПК постійного ходу. Найменшу похибку інтерполяції забезпечує спосіб формування коробової лінії кіл, яка є дотичною з монотонною ДПК у вихідних точках. Зростання радіусів кіл, що складають ланки коробової лінії, в тому ж напрямку, в якому уздовж ДПК зростають радіуси кривини, дозволяє оцінювати похибку інтерполяції розмірами області простору, обмеженого послідовністю сфер, дотичних з ДПК.

Інтерполяція з заданою точністю точкових рядів обводами, що складаються з ділянок кривих ліній, формування яких забезпечують бібліотеки САД-систем, дозволяє створювати на основі алгоритмів згущення ДПК комп'ютерні моделі кривих ліній.

9. На основі розробленого в дисертаційному дослідженні методу розв'язані задачі визначення точки перетину двох ДПК і формування індикатрис Дюпена в точках дискретно представленої поверхні. Отримані розв'язки дозволили формувати на основі вихідного масиву точок дискретний сітчастий каркас поверхні, лінійні елементи якого задають ДПК. Функціональні якості поверхні забезпечують характеристики згущених ДПК, значення яких узгоджені з заданими у вихідних точках характеристиками поверхні.

10. На основі розроблених алгоритмів створено програмне забезпечення по формуванню лінійних елементів каркасу поверхні. Програмне забезпечення прийнято до впровадження:

- на ливарній компанії «Мелт», ТОВ «Мелітопольський завод турбокомпресорів», приватному підприємстві «Таврія Турбо Плюс» при проектуванні поверхонь робочих коліс турбокомпресора;

- на науково-виробничій комерційній фірмі «Спеціальні гідравлічні машини» при проектуванні функціональних поверхонь робочого колеса відцентрового одноступінчатого насоса СЦН 75/70;

- на науково-виробничій компанії «РОСТА» при проектуванні функціональної поверхні ножа для розпушування ґрунту в пристовбурних смугах саду;

- на науково-виробничому підприємстві «Центр САПР» при створенні програмних модулів для моделювання поверхонь, заданих каркасом, для пакетів твердотілого параметричного моделювання.

Робочий орган для розпушування ґрунту, виготовлений науково-виробничою компанією «РОСТА», пройшов польові випробування на базі ТОВ «ЛАНА». Випробування показали, що застосування робочого органу, виготовленого з використанням розробленого методу, призводить до поліпшення показників структури ґрунту, отриманого в результаті обробки, та зменшення витрат палива на обробку еталонної ділянки.

11. За результатами досліджень отримано патент України на корисну модель №91024 «Спосіб моделювання лінійних елементів каркасу складних поверхонь, які обмежують технічні вироби, які взаємодіють із середовищем», бюл. № 12 від 25.06.2014.

Достовірність отриманих в роботі теоретичних результатів підтверджується тестовими прикладами, перевірочними розрахунками вирішених практичних завдань, актами про впровадження результатів дослідження.

СПИСОК НАУКОВИХ ПРАЦЬ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

у яких опубліковано основні наукові результати дисертації

Статті у виданнях, які включено до міжнародних наукометричних баз

1. Gavrilenko E. A. Discretely geometrical modelling of one-dimensional contours with a regular change of differential – geometric characteristics

[Електронний ресурс] / Е. А. Gavrilenko, Yu. V. Kholodnyak // Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Dynamics). – 2014. – P. 1-5. Режим доступу: <http://ieeexplore.ieee.org/xpl/articleDetails.jsp?arnumber=7005654>. Особистий внесок здобувача: розроблено спосіб моделювання одновимірних обводів с закономірною зміною диференціально-геометричних характеристик.

2. Havrylenko Y. Development of the method for the formation of one-dimensional contours by the assigned interpolation accuracy / Y. Havrylenko, Y. Kholodniak, O. Vershkov, A. Naidysh // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2018. – Vol. 1, Iss. 4(91). – P. 76-82. Режим доступу: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.123921>. Особистий внесок здобувача: запропоновано спосіб оцінки точності дискретної інтерполяції.

3. Гавриленко Є. А. Визначення області розташування точки перегину при моделюванні обводу другого порядку гладкості / Є. А. Гавриленко, Ю. В. Холодняк, В. І. Межуєв // Вісник Херсонського національного технічного університету / ХНТУ. – Херсон, 2014. – Вип. 3 (50). – С. 16-20. (Збірник включено до наукометричних баз: National Library of Ukraine (Vernadsky), Google Scholar, PИИЦ). Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>. Особистий внесок здобувача: запропоновано спосіб визначення області розташування точки перегину кривої.

4. Гавриленко Е. А. Вариативное дискретное геометрическое моделирование одномерных обводов с заданными дифференциально геометрическими свойствами / Е. А. Гавриленко // Вісник Херсонського національного технічного університету / ХНТУ. – Херсон, 2015. – Вип. 3 (54). – С. 555-559. (Збірник включено до наукометричних баз: National Library of Ukraine (Vernadsky), Google Scholar, PИИЦ). Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>.

5. Гавриленко Е. А. Формирование геометрических характеристик монотонной кривой линии / Е. А. Гавриленко, Ю. В. Холодняк, В. А. Пахаренко // Вісник Херсонського національного технічного університету: наук. журнал / ХДТУ. – Херсон, 2016. – № 3(58). – С. 492-496. (Збірник включено до наукометричних баз: National Library of Ukraine (Vernadsky), Google Scholar, PИИЦ). Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>. Особистий внесок здобувача: запропоновано спосіб визначення діапазонів положень нормалей дискретно представленої кривої виходячи із умови монотонної зміни значень її характеристик.

6. Гавриленко Е. А. Дискретное моделирование одномерного пространственного обвода на основе области возможного расположения кривых с заданными геометрическими характеристиками / Е. А. Гавриленко, Ю. В. Холодняк, А. В. Найдых // Вісник Херсонського національного технічного університету / ХНТУ. – Херсон, 2017. – № 3(62), т. 2. – С. 264-268. (Збірник включено до наукометричних баз: National Library of Ukraine (Vernadsky), Google Scholar, PИИЦ). Режим доступу:

<https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>. Особистий внесок здобувача: запропоновано спосіб визначення області розташування монотонної кривої лінії.

Статті у наукових фахових виданнях

7. Гавриленко Е. А. Визначення положення центрів кривини дискретно представленої кривої / Е. А. Гавриленко // Системні технології: регіон. межвуз. зб. наук. пр. / НМетАУ. - Дніпропетровськ, 2011. – Вип. 5 (76). – С. 145-151. Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>.

8. Гавриленко Є. А. Умови розташування стичних кіл при формуванні обводу з монотонною зміною кривини / Є. А. Гавриленко // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету: наук. фах. видання / ТДАТУ. – Мелітополь, 2011. – Вип. 4: Прикладна геометрія та інженерна графіка, т. 50. – С. 146-150. Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>.

9. Гавриленко Є. А. Визначення діапазонів положення нормалей у вузлах ДПК з монотонною зміною кривини / Є. А. Гавриленко, В. В. Гнатушенко, В. М. Щербина // Системні технології: регіон. межвуз. зб. наук. пр. / НМетАУ. – Дніпропетровськ, 2012. – Вип. 5(82). – С. 43-47. Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>. Особистий внесок здобувача: запропоновано спосіб визначення діапазонів можливих, за умовами задачі, характеристик при моделюванні монотонної кривої на ділянці, що обмежена сусідніми точками.

10. Гавриленко Е.А. Формирование плоских обводов заданного порядка гладкости / Е.А. Гавриленко // Прикладна геометрія та інженерна графіка: міжвід. наук.-техн. збірник / КНУБА. – Київ, 2012. – Вип. 90. – С. 74-78. Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>.

11. Гавриленко Є. А. Визначення границь діапазонів положення центрів кривини плоского обводу / Є. А. Гавриленко // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету: наук. фах. видання / ТДАТУ. – Мелітополь, 2012. – Вип. 4: Прикладна геометрія та інженерна графіка, т. 52. – С. 103-106. Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>.

12. Гавриленко Є. А. Визначення положення точки згущення при моделюванні монотонної дискретно представленої кривої / Є. А. Гавриленко // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету: наук. фах. видання / ТДАТУ. – Мелітополь, 2012. – Вип. 4: Прикладна геометрія та інженерна графіка, т. 53. – С. 29-33. Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>.

13. Гавриленко Є. А. Визначення діапазонів геометричних характеристик монотонної дискретно представленої кривої / Є. А. Гавриленко, Ю. В. Холодняк // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету: наук. фах. видання / ТДАТУ. – Мелітополь, 2012. – Вип. 4: Прикладна геометрія та інженерна графіка, т. 54. – С. 38-42. Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>. Особистий внесок здобувача: запропоновано спосіб визначення та алгоритм розрахунку діапазонів можливих значень диференціально-геометричних характеристик у точках кривої виходячи із умови монотонної зміни кривини.

14. Гавриленко Є. А. Задача формування локальних геометричних характеристик у вузлах дискретно представленої поверхні / Є. А. Гавриленко, В. А. Дідур // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету:

наук. фах. видання / ТДАТУ. – Мелітополь, 2012. – Вип. 4: Прикладна геометрія та інженерна графіка, т. 55. – С. 56-61. Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>. Особистий внесок здобувача: запропоновано спосіб моделювання дискретно представленої поверхні із забезпеченням заданих диференціально-геометричних характеристик.

15. Гавриленко Є. А. Розрахунок граничних значень геометричних характеристик при дискретному геометричному моделюванні монотонної кривої / А. В. Найдиш, Є. А. Гавриленко, В. Ф. Ялпачик // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету: наук. фах. видання / ТДАТУ. – Мелітополь: ТДАТУ, 2012. – Вип. 12, т. 5. – С. 192-196. Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>. Особистий внесок здобувача: запропоновано геометрична схема та розроблено алгоритм моделювання дискретно представленої кривої другого порядку гладкості на основі просторових кутових параметрів, виконано перевірку алгоритму на контрольних прикладах.

16. Гавриленко Є. А. Програмна реалізація алгоритму моделювання одновимірних обводів по заданим геометричним умовам / Є. А. Гавриленко, Ю. В. Холодняк // Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво: наук. журн. / Луцький НТУ. – Вип. 13. – Луцьк, 2013. – С.4-9. Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>. Особистий внесок здобувача: визначено систему обмежень на розташування кривої відповідно до умов задачі.

17. Гавриленко Є. А. Дискретне моделювання одновимірних просторових обводів першого порядку гладкості / Є. А. Гавриленко // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету: наук. фах. видання / ТДАТУ. – Мелітополь, 2013. – Вип. 4: Прикладна геометрія та інженерна графіка, т. 56. – С. 28-32. Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>.

18. Gavrilenko E. A. Determine of geometrical characteristics ranges of the discretely presented curve with law of curvature change / E. A. Gavrilenko, V. V. Gnatushenko, Yu. V. Kholodnyak // Системні технології: регіон. межвуз. зб. наук. пр. / НМетАУ. – Дніпропетровськ, 2013. – Вип. 1(84). - С.156-161. Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>. Особистий внесок здобувача: розроблено спосіб визначення та уточнення області можливого розташування точки перегину та нормалі, яка проходить через цю точку, виходячи із умови монотонної зміни диференціально-геометричних характеристик уздовж кривої.

19. Гавриленко Е. А. Вариативное дискретное геометрическое моделирование на основе пространственных угловых параметров дискретно представленной кривой второго порядка гладкости / Е. А. Гавриленко, А.В. Найдыш // Прикладна геометрія та інженерна графіка: міжвід. наук.-техн. збірник / КНУБА. – Київ, 2013. – Вип. 91. – С. 69-75. Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>. Особистий внесок здобувача: розроблено спосіб визначення діапазонів положень нормалей та значень радіусів кривини у вихідних точках при моделюванні монотонної кривої.

20. Гавриленко Е. А. Точность дискретной интерполяции плоских дискретно представленных кривых / Е. А. Гавриленко, Ю. В. Холодняк // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету: наук. фах. видання / ТДАТУ. – Мелітополь, 2014. – Вип. 4: Прикладна геометрія та інженерна графіка, т. 58. – С. 23-28. Режим доступу:

<https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>. Особистий внесок здобувача: розроблено спосіб визначення максимальної абсолютної похибки дискретної інтерполяції.

21. Гавриленко Е. А. Формирование геометрической модели рабочего колеса турбокомпрессора / Е. А. Гавриленко, Ю. В. Холодняк // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету: наук. фах. видання / ТДАТУ. – Вип. 14, т. 2. – Мелітополь, 2014. – С. 48-53. Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>. Особистий внесок здобувача: запропоновано спосіб формування міжлопаткового каналу робочого колеса та розроблено геометричну схему моделювання дискретного каркасу робочої поверхні лопатки.

22. Гавриленко Е. А. Разработка технологии формообразования и обработки динамических поверхностей / Е. А. Гавриленко, Ю. В. Холодняк, В. В. Кучеренко, А. А. Бездитный // Наукові нотатки: міжвузівський збірник / Луцький НТУ. – Луцьк, 2015. - С. 54-58. Режим доступу:

<https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>. Особистий внесок здобувача: запропоновано схему формування дискретних каркасів поверхонь на основі дискретно представлених кривих із заданими диференціально-геометричними характеристиками.

23. Гавриленко Е. А. Использование барицентрических координат при конструировании пространственной дискретно представленной кривой / Е. А. Гавриленко // Сучасні проблеми моделювання: наук. фах. видання / Мелітоп. держ. пед. ун-т ім. Б. Хмельницького. – Мелітополь, 2016. – Вип. 6. – С. 38-42. Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>.

24. Гавриленко Е. А. Технология компьютерного проектирования функциональных поверхностей технических изделий на основе массива точек / Е. А. Гавриленко, А. В. Найдыш, Ю. В. Холодняк // Строительство. Материаловедение. Машиностроение: сб. науч. трудов / Приднепров. гос. акад. стр-ва и архитектуры. – Днепр, 2016. – Вып. 94. – С. 24-29. – (Компьютерные системы и информационные технологии в образовании, науке и управлении). Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>. Особистий внесок здобувача: запропоновано спосіб формування лінійчатого каркасу поверхні на основі вихідного масиву точок.

25. Гавриленко Е. А. Вариативное моделирование кривых с закономерным изменением дифференциально-геометрических характеристик / Е. А. Гавриленко, Ю. В. Холодняк // Науковий вісник Таврійського державного агротехнологічного університету: електрон. наук. фах. видання / ТДАТУ. – Мелітополь, 2016. – Вип. 6, т. 1. – С. 230-235. Режим доступу:

<https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>. Особистий внесок здобувача: запропоновано спосіб визначення геометричних характеристик монотонної кривої лінії.

26. Гавриленко Е. А. Информационная технология проектирования и изготовления рабочих колес турбокомпрессора / Е. А. Гавриленко, Ю. В. Холодняк, Ю. А. Дмитриев // Науковий вісник Таврійського державного агротехнологічного університету: електрон. наук. фах. видання / ТДАТУ. – Мелітополь, 2016. – Вип. 6, т. 2. – С. 52-62. Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>. Особистий внесок здобувача: запропоновано спосіб формування міжлопаткового каналу робочого колеса та розроблено геометричну схему моделювання дискретного каркасу робочої поверхні лопатки.

27. Гавриленко Е. А. Область возможного расположения пространственного одномерного обвода / Е. А. Гавриленко, Ю. В. Холодняк // Сучасні проблеми моделювання: наук. фах. видання / Мелітоп. держ. пед. ун-т ім. Б. Хмельницького. – Мелітополь, 2017. – Вип. 8. – С. 60-64. Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>. Особистий внесок здобувача: запропоновано спосіб визначення простору можливого розташування кривих із визначеними геометричними властивостями.

28. Холодняк Ю. В. Моделирование одномерных обводов по заданным условиям / Ю. В. Холодняк, Е. А. Гавриленко, А. В. Дубинина // Сучасні проблеми моделювання: наук. фах. видання / Мелітоп. держ. пед. ун-т ім. Б. Хмельницького. – Мелітополь, 2017. – Вип. 9. – С. 162-166. Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>. Особистий внесок здобувача: запропоновано спосіб визначення ділянок вихідного точкового ряду, який можливо інтерполювати кривою з монотонною зміною кривини.

29. Гавриленко Е. А. Определение абсолютной погрешности интерполяции кривой с заданными геометрическими свойствами / Е. А. Гавриленко, А. В. Найдыш, Ю. В. Холодняк // Строительство. Материаловедение. Машиностроение: сб. науч. трудов / Приднепров. гос. акад. стр-ва и архитектуры. – Днепр, 2017. – Вып. 101. – С. 72-79. – (Компьютерные системы и информационные технологии в образовании, науке и управлении). Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>. Особистий внесок здобувача: запропоновано спосіб визначення абсолютної похибки інтерполяції кривою з заданими геометричними властивостями.

30. Холодняк Ю. В. Формирование обводов с заданными геометрическими свойствами / Ю. В. Холодняк, Е. А. Гавриленко, А. В. Дубинина // Сучасні проблеми моделювання: наук. фах. видання / Мелітоп. держ. пед. ун-т ім. Б. Хмельницького. – Мелітополь, 2018. – Вип. 11. – С. 165-169. Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>. Особистий внесок здобувача: запропоновано спосіб формування одновимірних обводів із закономірною зміною кривини виходячи з конфігурації вихідного точкового ряду.

31. Гавриленко Е. А. Формирование ДПК на участках, содержащих особые точки / Е. А. Гавриленко, Ю. В. Холодняк // Сучасні проблеми моделювання: наук.

фах. видання / Мелітоп. держ. пед. ун-т ім. Б. Хмельницького. – Мелітополь, 2018. – Вип. 12. – С. 53-57. Режим доступу:

<https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>. Особистий внесок здобувача: запропоновано спосіб визначення ділянок, що містять особливі точки, та формування дискретно представленої кривої на цих ділянках.

Додаткові публікації

32. Гавриленко Е. А. Дискретное геометрическое моделирование пространственных одномерных обводов по заданным условиям // Е. А. Гавриленко, Ю. А. Дмитриев // Динамика систем, механизмов и машин / Омский ГТУ. – № 1. – Омск, 2014. – С. 150-152. Режим доступу:

<https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>. Особистий внесок здобувача: запропоновано геометричну схему та розроблено алгоритм моделювання просторових обводів за заданими умовами, виконано перевірку методу на контрольних прикладах.

33. Гавриленко Є. А. Формування просторової ДПК на основі прилягаючих кіл / Є. А. Гавриленко // Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праць / МДПУ ім. Б.Хмельницького. – Мелітополь, 2014. – Вип. 3. – С. 39-42. Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>.

34. Гавриленко Е. А. Моделирование кривой постоянного хода с монотонным изменением радиусов соприкасающихся окружностей и сфер / Е. А. Гавриленко, А. В. Найдыш, Ю. В. Холодняк, Ю. А. Дмитриев // Динамика систем, механизмов и машин / Омский ГТУ. – Омск, 2016. – № 1, Т. 4. – С. 135-138. Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>. Особистий внесок здобувача: запропоновано спосіб формування кривої виходячи з динаміки зміни уздовж неї радіусів стичних сфер.

Патент на корисну модель

35. Патент на корисну модель 91024 Україна, МПК (2014.01) F16S 5/00. Спосіб моделювання лінійних елементів каркаса складних поверхонь, які обмежують технічні вироби, що взаємодіють із середовищем / Гавриленко Є. А., Холодняк Ю. В.; заявник і патентовласник Таврійський державний агротехнологічний університет. – № u201311250; заявл. 23.09.2013; опубл. 25.06.2014, Бюл. № 12. Режим доступу:

<https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>. Особистий внесок здобувача: розроблено алгоритм моделювання кривої з монотонною зміною кривини по заданим умовам: фіксовані положення нормалей та значень радіусів кривини у вихідних точках.

Матеріали конференцій

36. Гавриленко Е. А. Вариативное дискретное геометрическое моделирование одномерных обводов на основе пространственных угловых параметров / Е. А. Гавриленко, А. В. Найдыш // Технические науки – от теории к практике: сб. статей ... науч.-практ. конф. (октябрь, 2013 г., Новосибирск) / НП «СибАК». – Новосибирск, 2013, № 26. – С.8-13. Режим доступу:

<https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>. Особистий внесок здобувача: розроблено алгоритм моделювання одновимірних обводів на основі просторових кутових параметрів, виконано перевірку методу на контрольних прикладах, зроблено висновки.

37. Гавриленко Е. А. Расчет и моделирование сложных геометрических поверхностей / Ю. В. Холодняк, Е. А. Гавриленко, Ю. А. Дмитриев // Молодежь и Наука: модернизация и инновационное развитие страны: матер. III Междунар. науч.-практ. конф. (5-8 июня 2013 г., Пенза) / ПенГТУ. – Пенза, 2013. – С. 37-39. Режим доступу:

<https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>.

Особистий внесок здобувача: запропоновано схему формування лінійчатого каркасу, що задає поверхню, та спосіб визначення можливих значень її характеристик.

38. Гавриленко Е. А. Формирование плоских дискретно представленных кривых по заданным условиям / Е. А. Гавриленко, А. В. Найдыш, Ю. В. Холодняк // Научные итоги: достижения, проекты, гипотезы: матер. XVIII-ой Междунар. науч.-практ. конф. (28 ноября, 2013 г., Минеральные Воды) / СКФ БГТУ им. В.Г. Шухова. – Минеральные Воды, 2013. – № 18. – С. 139-142. Режим доступу:

<https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>. Особистий внесок

здобувача: запропоновано геометричну схему та розроблено алгоритм моделювання кривих із закономірною зміною диференціально-геометричних характеристик, виконано перевірку схеми на контрольних прикладах.

39. Гавриленко Е. А. Вариативное дискретное геометрическое моделирование дискретно представленной кривой с закономерным изменением кручения / Е. А. Гавриленко // Научные итоги: достижения, проекты, гипотезы: матер. XIX -ой Междунар. науч.-практ. конф. (27 марта, 2014 г., Минеральные Воды) / СКФ БГТУ им. В.Г. Шухова. – Минеральные Воды, 2014. – № 19. – С. 155-157. Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>.

40. Gavrilenko E. A. Variative modelling of one-dimensional contours according to the given conditions / E. A. Gavrilenko, Y. V. Kholodnyak // Knowledge is power, power is knowledge : the international multidisciplinary congress (Vienna, Austria, 27 июля 2015 г.) / International Scientific Association "Science & Genesis". – Prague, 2015. – С. 267-270. Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>. Особистий внесок здобувача: запропоновано спосіб формування одновимірних обводів із забезпеченням контролю виникнення осциляції.

41. Гавриленко Е. А. Формирование дискретного сетчатого каркаса динамических поверхностей / Е. А. Гавриленко, Ю. В. Холодняк, А. В. Дубинина, С. О. Барышевский // Сучасні проблеми геометричного моделювання: збірник праць XVII Міжнародної науково-практичної конференції (02-05.06.2015р.) / Мелітоп. держ. пед. ун-т ім. Б. Хмельницького. – Мелітополь, 2015. – С. 44-48.

Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>.
Особистий внесок здобувача: запропоновано спосіб формування лінійчатого каркасу, що задає поверхню, функціональне призначення якої – взаємодія з середовищем.

42. Гавриленко Є. А. Дискретное геометрическое моделирование методом пространственных угловых параметров / Є. А. Гавриленко // Збірник тез доповідей XI Міжнародної науково-практичної конференції «Обухівські читання» (1-го березня 2016 року) / Національний університет біоресурсів і природокористування України. – Київ, 2016. – С. 20-21. Режим доступу: <https://scholar.google.com.ua/citations?user=VjnUj6sAAAAJ&hl=ru>.

АНОТАЦІЯ

Гавриленко Є.А. Моделювання обводів у просторі можливого розташування монотонних кривих. – *На правах рукопису.*

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.01.01 – Прикладна геометрія, інженерна графіка. Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ, Україна, 2020.

Дисертація присвячена моделюванню обводів точкових рядів довільної конфігурації в просторі можливого розташування дискретно представлених кривих (ДПК) із заданими характеристиками.

ДПК моделюються згущенням точкового ряду по частинам, які можливо інтерполювати кривою постійного ходу, вздовж якої значення радіусів стичних кіл і сфер монотонно зростають або зменшуються.

Запропонований спосіб аналізу точкового ряду заснований на використанні дискретних характеристик, які є аналогами стичних площин, кіл і сфер, значень скруту в точках ДПК. Дискретні характеристики та їх значення визначають діапазони можливих положень і значень геометричних характеристик монотонної ДПК, а також область її можливого розташування.

В результаті призначення точок згущення в межах області можливого розташування монотонних частин ДПК область послідовно локалізується, в межі вироджуючись в безперервну криву. Абсолютна похибка дискретної інтерполяції оцінюється як максимально можлива відстань між монотонними кривими лініями, що інтерполюють точковий ряд. Після того, як похибка стає менше заданої величини, згущений точковий ряд інтерполюється обводом.

На основі розроблених способів інтерполяції запропонована методика проектування поверхонь з підвищеними динамічними характеристиками. Поверхні моделюються на основі каркаса, лінійні елементи якого задають ДПК. Характеристики ДПК забезпечують задані функціональні якості поверхні.

Розроблені алгоритми реалізовані в комп'ютерній програмі, яка впроваджена у виробничий процес.

Ключові слова: варіативне дискретне геометричне моделювання, монотонна дискретно представлена крива, особливі точки, дискретні характеристики, простір можливого розташування кривої, точність дискретної інтерполяції.

АННОТАЦИЯ

Гавриленко Е.А. Моделирование обводов в пространстве возможного расположения монотонных кривых. – На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.01.01 – Прикладная геометрия, инженерная графика. Киевский национальный университет строительства и архитектуры, г. Киев, Украина, 2020.

Диссертация посвящена моделированию обводов точечных рядов произвольной конфигурации в пространстве возможного расположения дискретно представленных кривых (ДПК) с заданными характеристиками.

ДПК моделируются сгущением точечного ряда по частям, которые возможно интерполировать кривой постоянного хода, вдоль которой значения радиусов соприкасающихся окружностей и сфер монотонно возрастают или убывают.

Предложенный способ анализа точечного ряда основан на использовании дискретных характеристик, которые являются аналогами соприкасающихся плоскостей, окружностей и сфер, значений кручения в точках ДПК. Дискретные характеристики и их значения определяют диапазоны возможных положений и значений геометрических характеристик монотонной ДПК, а также область ее возможного расположения.

В результате назначения точек сгущения в пределах области возможного расположения монотонных участков ДПК область последовательно локализуется, в пределе вырождаясь в непрерывную кривую. Абсолютная погрешность дискретной интерполяции оценивается как максимально возможное расстояние между монотонными кривыми линиями, которые интерполируют точечный ряд. После того как погрешность становится меньше заданной величины, сгущенный точечный ряд интерполируется окружностью.

На основе разработанных способов интерполяции предложена методика проектирования поверхностей с повышенными динамическими характеристиками. Поверхности моделируются на основе каркаса, линейные элементы которого задают ДПК. Характеристики ДПК обеспечивают заданные функциональные качества поверхности.

Разработанные алгоритмы реализованы в компьютерной программе, которая внедрена в производственный процесс.

Ключевые слова: вариативное дискретное геометрическое моделирование, монотонная дискретно представленная кривая, особые точки, дискретные характеристики, пространство возможного расположения кривой, точность дискретной интерполяции.

SUMMARY

Havrylenko Ye. A. Contour modeling in the possible arrangement space of monotonic curves. Manuscript.

Dissertation for the degree of Doctor of Technical Sciences, speciality 05.01.01 – Applied Geometry, Engineering Graphics – Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv, Ukraine, 2020.

The dissertation is devoted to the development of theoretical and methodological foundations for modeling the contours of point sets of arbitrary configuration in the space of the possible location of curved lines with a given combination of geometric characteristics, which is a further development of variable discrete geometric modeling of geometric objects according to given data. For this purpose, a method has been developed for modeling flat and spatial discretely presented curves (DPC), which provides control of the dynamics of changes along the curve of the values of its characteristics, the possibility of correcting the generated solution, and prevention of uncontrolled occurrence of singular points.

The DPC is formed by condensing the initial point set in parts that define a monotonic curve - curve with constant course, along which the values of the radiuses of the tangent circles and spheres monotonically increase or decrease.

An obligatory stage of modeling is the analysis of the initial point set in order to determine its parts, which can be interpolated by a monotonic curve line, as well as areas that necessarily contain special points. The proposed method for analyzing a point series is based on the use of discrete characteristics, which are analogs of the geometric characteristics of a curved line - touching planes, circles and spheres, values of torsion at the points of the DPC. Discrete characteristics are determined by the position of successive points that define the DPC.

Discrete characteristics and their values determine the ranges of possible positions and values of the geometric characteristics of a monotonic DPC, and also the area of its possible location. It has been proven that the areas of monotonic DPC are located within spherical trihedrons, each of which is limited by areas of three consecutive adjacent spheres - analogs of the contiguous spheres of duodenum. All discrete characteristics, type and area of possible location of monotonic parts of the DPC are controlled through the characteristics of the broken line, the links of which connect the centers of successive adjacent spheres.

It is proved that the areas of monotonic DPC are located within the spherical trihedrons, each of which is limited by areas of three consecutive adjacent spheres - analogs of the contacting spheres of duodenum. All discrete characteristics, type and area of possible location of monotonic parts of the DPC are controlled through the characteristics of the broken line, the links of which connect the centers of successive adjacent spheres.

All discrete characteristics, type and area of possible location of monotonic parts of the DPC are controlled through the characteristics of the broken line, the links of which connect the centers of successive adjacent spheres.

The developed methods of thickening point sets ensure the designation of thickening points within the area of possible location of monotonic parts of the DPC. As a result of thickening, the area of the location of the duodenum is sequentially localized, degenerating in the limit into a continuous curve.

Determination of the boundaries of the area of possible location of spatial and plane DPCs made it possible to control the accuracy with which a point set represents a curved line with specified geometric properties. The absolute discrete interpolation error is estimated as the maximum possible distance between monotone curved lines interpolating a point series. After the absolute error in each of the sections becomes less than a

predetermined value, the DPC is considered formed, and the resulting points set can be interpolated by a contour.

Methods of interpolation of a point set by a broken line, a corrugated line of circles and a B-spline within the area of possible location of the DPC are proposed. This arrangement ensures that a monotonic line curve is replaced by a bypass with an error that does not exceed the discrete interpolation error. Interpolation by sections of curved lines, the formation of which is provided by the libraries of CAD systems, made it possible to create computer models based on the algorithms for thickening DPC.

On the basis of the developed interpolation methods, a technique for designing surfaces with increased dynamic characteristics is proposed. Surfaces are modeled on the basis of a wireframe, the linear elements of which define the DPC interpolating point series, selected from the array of points belonging to the surface.

The algorithms developed within the framework of the dissertation research are implemented in a computer program, which is introduced into the production process as a tool for the formation of linear elements of surface frames.

The results of the implementation of the developed method indicate the prospects of its further development and application in solving various problems of geometric modeling.

Key words: variable discrete geometric modeling, monotonic discretely presented curve, singular points, discrete characteristics, space of the possible location of the curve, accuracy of discrete interpolation.

Підписано до друку 16.03.2020. Форма 60x84 1/16.

Папір офсетний. Наклад 100 примірників

Замовлення № 301

Видавець і виготовлювач ФОП Верескун В.М.

Видавничо-поліграфічний центр «Люкс»

м. Мелітополь, вул. М. Грушевського, 10. тел.: (0619) 44-45-11

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи

до Державного реєстру видавців, виробників

і розповсюджувачів видавничої продукції

від 11.06.2002 р. серія ДК №1125