

УДК 371.13

## ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ПРИ ВИВЧЕННІ ДИСЦИПЛІНИ «ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА»

Бондаренко Л. Ю.<sup>1</sup>, к.т.н.

e-mail: larbond@ukr.net

Козіна К. В.<sup>1</sup>, студентка

e-mail: katia-kozina@ukr.net

<sup>1</sup>Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного

**Актуальність та постановка проблеми.** Теоретична механіка є фундаментом розвитку технічних наук. На основних законах і принципах теоретичної механіки базується більшість інженерних дисциплін - опір матеріалів, будівельна механіка, гідравліка, теорія механізмів і машин, деталі машин та ін. Застосування в навчальному процесі комп'ютерних технологій полегшує математичну частину розв'язання задач, а також робить процес вивчення теоретичної механіки більш цікавим.

У даний час розвиток засобів обчислювальної техніки і її програмного забезпечення привело до появи досить великої кількості спеціалізованих пакетів прикладних програм, призначених для проведення математичних розрахунків, до яких відносяться такі пакети, як Mathematica, Maple, Mathcad, MatLab, Derive та ін. Всі вони дозволяють виробляти складні обчислення, мають широкі графічними можливостями і можуть виконувати аналітичні операції.

Mathcad - це потужне і в той же час просте універсальне середовище для розв'язання задач в різних галузях науки і техніки, фінансів і економіки, фізики та астрономії, математики і статистики. Mathcad залишається єдиною системою, в якій опис розв'язання математичних задач задається за допомогою звичних математичних формул і знаків. Mathcad дозволяє виконувати як чисельні, так і аналітичні (символьні) обчислення, має надзвичайно зручний математико-орієнтований інтерфейс і прекрасні засоби наукової графіки.

Головними перевагами Mathcad при вирішенні задач статички в курсі теоретичної механіки та його основною перевагою перед іншими математичними системами є легкість і наочність програмування завдання, відображення математичних виразів в тому вигляді, в якому вони зазвичай записуються в зошитах студентів (в нотації, близької до математичної), що істотно спрощує застосування системи.

Mathcad дає можливість вирішувати системи рівнянь. Максимальне число рівнянь і змінних дорівнює 50. Результатом розв'язання системи буде чисельне значення шуканого кореня.

Найпоширеним методом для вирішення системи рівнянь використовується функція **Given-Find**. Для її застосування необхідно виконати наступне:

- Задати початкове наближення для всіх вхідних невідомих у системі рівнянь;
- Надрукувати ключове слово **Given**. Воно вказує Mathcad, що далі слідує система рівнянь;
- Ввести рівняння і нерівності в будь-якому порядку;
- Ввести будь-який вираз, що включає функцію **Find**.

**Основні матеріали дослідження.** Вирішення рівнянь статички для будь-якої плоскої системи сил оптимально можливо із застосуванням програмного продукту Mathcad.

Отримати рішення системи рівнянь рівноваги, наприклад, плоскої ферми за допомогою пакета Mathcad можна декількома способами [1, 2].

Розглянемо вирішення задачі на прикладі плоскої ферми (рис. 1), на яку діє сила  $F$ . Необхідно визначити зусилля в стержнях, якщо  $\alpha = 60^\circ$ ,  $F = 12$  кН.

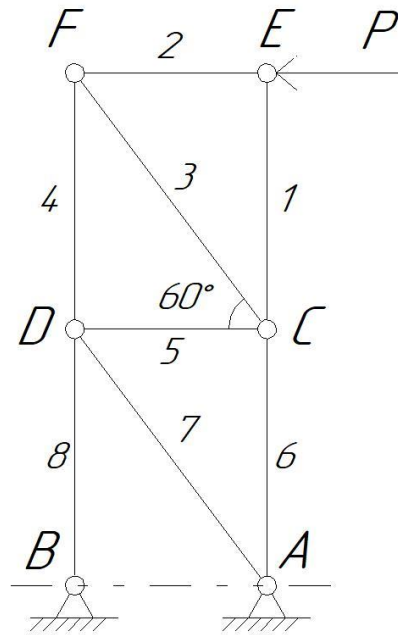


Рис. 1. Схема ферми

Проаналізуємо розрахункову схему (рис. 1): крім зовнішньої сили  $F$  на кожен вузол ферми діють реакції, що сходяться у вузлі. Ці реакції рівні зусиллям в стержнях. Для знаходження цих зусиль методом вирізання вузлів [3] складаються рівняння рівноваги сил, прикладених до вузлів E, F, C, D:

Вузол E:

$$\begin{aligned}\sum F_{kx} = 0 & \quad -S_2 - P = 0 \\ \sum F_{ky} = 0 & \quad -S_1 = 0\end{aligned}$$

Вузол C:

$$\begin{aligned}\sum F_{kx} = 0 & \quad -S_5 - S_3 \cos \alpha = 0 \\ \sum F_{ky} = 0 & \quad S_1 + S_3 \sin \alpha - S_6 = 0\end{aligned}$$

Вузол F:

$$\begin{aligned}\sum F_{kx} = 0 & \quad S_2 + S_3 \cos \alpha = 0 \\ \sum F_{ky} = 0 & \quad -S_4 - S_3 \sin \alpha = 0\end{aligned}$$

Вузол D:

$$\begin{aligned}\sum F_{kx} = 0 & \quad S_5 + S_7 \cos \alpha = 0 \\ \sum F_{ky} = 0 & \quad S_4 - S_8 - S_7 \sin \alpha = 0\end{aligned}$$

Вісім рівнянь з вісьмома невідомими ( $S_1 - S_8$ ) вирішуються спільно:

У Mathcad існує декілька методів вирішення системи лінійних алгебраїчних рівнянь: матричний метод та за допомогою блоку Given-Find.

Матричний метод передбачає матричну форму запису системи (1). Коефіцієнти системи рівнянь рівноваги групуються в масиви: матрицю коефіцієнтів при невідомих і вектор вільних членів у вигляді правих частин рівнянь, використовуючи панель «Matrix», або прямим присвоєнням. Всі рівняння повинні містити однакову кількість членів, тому члени, відсутні в рівняннях, мають коефіцієнти, рівні нулю. Значення невідомих будуть отримані в векторі X.

$$\left\{ \begin{array}{l} -S_2 = P, \\ -S_1 = 0, \\ S_2 + S_3 \cos \alpha = 0, \\ -S_4 - S_3 \sin \alpha = 0, \\ -S_5 - S_3 \cos \alpha = 0, \\ S_1 + S_3 \sin \alpha - S_6 = 0, \\ S_5 + S_7 \cos \alpha = 0, \\ S_4 - S_8 - S_7 \sin \alpha = 0. \end{array} \right. \quad (1)$$

Рішення системи рівнянь (1) в Mathcad можна знайти або прямим матричним способом, або за допомогою функції «solve (A, B)».

Лістинг програми, що реалізує обчислення зусиль у стержнях плоскої ферми, виконаної в пакеті Mathcad представлений на рисунку 2.

```

ORIGIN := 1

α := π/3      P := 12      Вихідні дані

A := 
( 0  -1  0  0  0  0  0  0 )
( -1  0  0  0  0  0  0  0 )
( 0  1  cos(α)  0  0  0  0  0 )
( 0  0  -sin(α)  -1  0  0  0  0 )
( 0  0  -cos(α)  0  -1  0  0  0 )
( 1  0  sin(α)  0  0  -1  0  0 )
( 0  0  0  0  1  0  cos(α)  0 )
( 0  0  0  1  0  0  -sin(α)  -1 )

B := 
( P )
( 0 )
( 0 )
( 0 )
( 0 )
( 0 )
( 0 )
( 0 )

X := A-1 · B      X = 
( 0 )
( -12 )
( 24 )
( -20.785 )
( -12 )
( 20.785 )
( 24 )
( -41.569 )

X1 := Isolve(A, B)      X1 = 
( 0 )
( -12 )
( 24 )
( -20.785 )
( -12 )
( 20.785 )
( 24 )
( -41.569 )
    
```

**Рис. 2. Програма обчислення зусиль у стрижнях плоскої ферми із застосуванням матричного методу**

Для вирішення системи рівнянь (1) з використанням блоку Given-Find необхідно:

- задати числові значення вихідних даних;
- задати початкові наближення невідомих реакцій (зусиль);

- ввести ключове слово Given, що позначає початок блоку рішення;
- записати систему рівнянь рівноваги;
- використати функцію Find для знаходження шуканих реакцій.

Початкові наближення задаються для всіх вхідних невідомих у системі рівнянь. Mathcad вирішує рівняння за допомогою ітераційних методів. На основі початкового наближення будується послідовність, що сходиться до шуканого рішення. Ключове слово Given вказує Mathcad, що далі йде система рівнянь. Причому, рівняння записуються в тому ж вигляді, що і у вихідній системі (1). Функція Find повертає рішення системи рівнянь.

Лістинг програми, що реалізує обчислення зусиль у стержнях плоскої ферми із застосуванням блоку рішень Given-Find, представлений на рисунку 3.

```

ORIGIN := 1

α := π/3      P := 12      Вихідні дані

S := (0
      0
      0
      0
      0
      0
      0
      0)      Встановлення початкових наближень для невідомих реакцій в стержнях

Given      Формування блоку рішень

Рівняння рівноваги для кожного вузла в проєціях на вісь координат
-S2 - P = 0      -S1 = 0
S2 + S3·cos(α) = 0      -S4 - S3·sin(α) = 0
-S5 - S3·cos(α) = 0      S1 + S3·sin(α) - S6 = 0
S5 + S7·cos(α) = 0      S4 - S8 - S7·sin(α) = 0

Розрахунок невідомих реакцій в стержнях

S := Find(S)      S = (0
                    -12
                    24
                    -20.785
                    -12
                    20.785
                    24
                    -41.569)
    
```

Рис. 3. Програма обчислення зусиль у стержнях плоскої ферми із застосуванням блоку Given-Find

Порівняння рішень поставленого завдання двома способами (рис. 2, 3) показує їх повну ідентичність.

У чому ж переваги комп'ютерної лабораторної роботи? Такого роду лабораторна робота із застосуванням комп'ютерних технологій, зокрема математичного пакета Mathcad, має додаткові можливості в порівнянні зі звичайною:

- по-перше, існує можливість аналізу поведінки механічних систем відповідно до поставленої задачі, що дає можливість вирішувати реальні інженерні завдання;

- по-друге, користуючись створеним шаблоном рішення, кожен студент може легко скласти програму для свого власного завдання.

При вирішенні багатьох завдань в Mathcad цілком достатньо описати алгоритм вирішення завдань так само, як в математичній літературі. Це важливий аспект для загальної візуалізації обчислень, коли в наочному і зрозумілому вигляді не тільки виводяться результати обчислень, а й задаються дані для них і описуються етапи рішення задач. Незважаючи на скромний набір програмних засобів, вони дають системі Mathcad можливості завдання функцій з апаратом локальних змінних, завдання різних видів циклів, спрощення алгоритмів із застосуванням операцій присвоювання і реалізацію за класичними алгоритмами ітераційних і рекурсивних процедур.

**Висновки.** Використання комп'ютерних технологій при вивченні курсу теоретичної механіки дозволяє якісно змінити рівень навчальних задач, надавши їм риси наукового дослідження: чисельне рішення задачі, аналіз і механічна інтерпретація результатів.

**Список використаних джерел:**

1. Бертяев В. Д. Теоретическая механика на базе Mathcad. Практикум. СПб.: БХВ-Петербург, 2005. 752 с.
2. Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики: учебник для студ. вузов. 12-е изд., Стереотип. М.: Вища. шк., 2002. 416 с.
3. Бондаренко Л. Ю., Вершков О. О. Моделирование процессу калібрування насіння вишні. *Праці Таврійського державного агротехнологічного університету*. Мелітополь: ТДАТУ, 2017. Вип.17, Т. 2. С. 89-94.
4. Дюжаєв В. П., Бондаренко Л. Ю. Методика визначення ступеню ідентичності та адекватності математичної моделі об'єкту дослідження. *Науковий вісник Таврійського державного агротехнологічного університету*. Мелітополь: ТДАТУ, 2019. Том 9, №1. 6 с.
5. Мацулевич О. Є., Щербина В. М., Бондаренко Л. Ю., Малюта С. І., Антонова Г. В. Програмне забезпечення для автоматизованого визначення параметрів різального інструменту фрезерної обробки корпусних деталей. *Праці Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного*. Мелітополь: ТДАТУ, 2020. Вип. 20, т. 3. С. 275-281
6. Бондаренко Л. Ю., Вершков О. О. Використання відкритого програмного забезпечення для навчання здобувачів вищої освіти інженерних спеціальностей. Матеріали Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції «Розвиток сучасної науки та освіти: реалії, проблеми якості, інновації». Мелітополь: ТДАТУ, 2020. С.220-224.