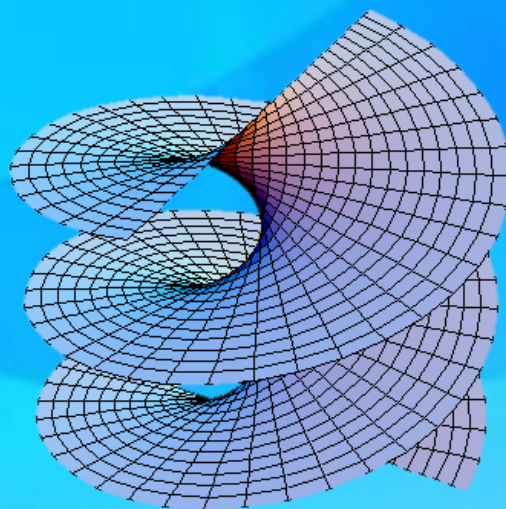
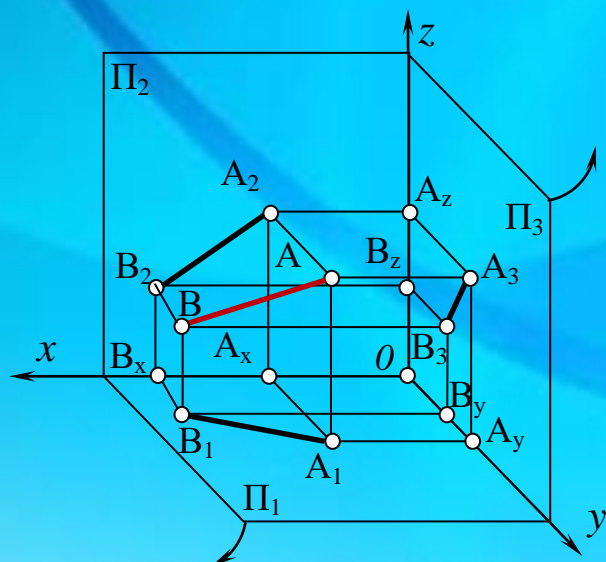


ЩЕРБИНА В.М., МАЦУЛЕВИЧ О.Є., ГАВРИЛЕНКО Є.А.,
ХОЛОДНЯК Ю.В., ІВЖЕНКО О.В., ПИХТЄЄВА І.В., ВЕРШКОВ О.О.,
ГАЛЬКО С.В., ЧАПЛІНСЬКИЙ А.П.



ІНЖЕНЕРНА ТА КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ТАВРІЙСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ АГРОТЕХНОЛОГІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ДМИТРА МОТОРНОГО

ІНЖЕНЕРНА ТА КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА

Частина 1

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

для здобувачів вищої освіти закладів вищої освіти

**Мелітополь
ПШ Верескун, друкарня «Люкс»
2020**

УДК 514.18:004(075.8)
I-62

Рекомендовано

Вченою радою Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного як навчальний посібник для здобувачів ступеня вищої освіти «Бакалавр» у закладах вищої освіти III-IV рівня акредитації (Протокол № 11 від 30.06.2020 року)

Автори:

В.М. Щербина, к.т.н., доцент кафедри технічної механіки та комп'ютерного проектування імені професора В.М. Найдиша Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного

О.Є. Мацулевич, к.т.н., доцент кафедри технічної механіки та комп'ютерного проектування імені професора В.М. Найдиша Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного

Є.А. Гавриленко, к.т.н., доцент кафедри технічної механіки та комп'ютерного проектування імені професора В.М. Найдиша Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного

Ю.В. Холодняк, к.т.н., ст. викладач кафедри технічної механіки та комп'ютерного проектування імені професора В.М. Найдиша Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного

О.В. Івженко, к.т.н., доцент кафедри технічної механіки та комп'ютерного проектування імені професора В.М. Найдиша Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного

І.В. Пихтєєва, к.т.н., доцент кафедри технічної механіки та комп'ютерного проектування імені професора В.М. Найдиша Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного

О.О. Вершков, к.т.н., завідувач кафедри технічної механіки та комп'ютерного проектування імені професора В.М. Найдиша Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного

С.В. Галько, к.т.н., доцент керівник Навчально-наукового інституту загальноуніверситетської підготовки Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного

А.П. Чаплінський, ст.викладач кафедри технічної механіки та комп'ютерного проектування імені професора В.М. Найдиша Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного

Рецензенти:

О.Г. Карась, д.т.н., професор, завідувач кафедри сільськогосподарських машин Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного

В.М. Верещага, д.т.н., професор, завідувач кафедри математики та фізики Мелітопольського державного педагогічного університету імені Богдана Хмельницького

Інженерна та комп'ютерна графіка: навчальний посібник / ТДАТУ; В.М. Щербина, О.Є. Мацулевич, Є.А. Гавриленко та інші. – Мелітополь: Люкс, 2020.- Частина 1.- 238с.

ISBN XXX-XXX-XX-X

У частині 1 даного видання розглянуто дві складові курсу: «Нарисна геометрія» та «Інженерна графіка». Особливість курсу – намагання викладення матеріалу всіх розділів відповідно до інженерної практики. Значну увагу приділено геометричному моделюванню на основі параметризації.

Навчальний посібник призначено для здобувачів ступеня вищої освіти «Бакалавр» зі спеціальностей інженерного напрямку у закладах вищої освіти III-IV рівня акредитації

УДК 514.18:004(075.8)

I - 62

ISBN XXX-XXX-XX-X

© В.М. Щербина, О.Є. Мацулевич, Є.А. Гавриленко, Ю.В. Холодняк, О.В. Івженко, І.В. Пихтєєва, О.О. Вершков, С.В. Галько, А.П. Чаплінський, 2020.
© ПП Верескун, друкарня «Люкс»

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	7
РОЗДІЛ 1 НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ	11
ТЕМА 1. ПРОЕКЦІЮВАННЯ ТОЧКИ. МЕТОД МОНЖА	11
1.1 Вступ	11
1.2 Коротка історія розвитку нарисної геометрії	13
1.3 Центральне проєкціювання.....	16
1.4 Паралельне проєкціювання	17
1.5 Проектування точки на дві площини проєкцій. Метод Монжа.....	18
1.6 Проектування точки на три площини проєкцій	20
1.7 Інваріанти паралельного та ортогонального проєкціювання (властивості оригіналу, що зберігаються на зображеннях).....	23
ТЕМА 2. ПРОЕКЦІЮВАННЯ ПРЯМОЇ	27
2.1 Визначення прямої. Визначник геометричного образу. Зображення прямої на комплексному кресленику.....	27
2.2 Точка на прямій. Відносне положення прямої та площини проєкцій	28
2.3 Побудування на кресленику натуральної величини відрізка прямої загального положення та кутів нахилу прямої до площин Π_1 та Π_2	30
2.4 Ділення відрізка в пропорційному відношенні.....	32
2.5 Сліди прямої лінії.....	33
2.6 Взаємне розташування прямих ліній.....	34
2.7 Проєкції прямого плоского кута.....	35
ТЕМА 3 ПРОЕКЦІЇ ПЛОЩИНИ. ПРЯМА І ТОЧКА В ПЛОЩИНІ	38
3.1 Способи завдання площини на кресленику.....	38
3.2 Положення площини відносно площин проєкцій.....	40
3.3 Умова належності точки і прямої лінії до площини.....	42
3.4. Лінії особливого положення в площині.....	45
ТЕМА 4 ВЗАЄМНЕ ПОЛОЖЕННЯ ПЛОЩИН. ВЗАЄМНЕ ПОЛОЖЕННЯ ПРЯМОЇ І ПЛОЩИНИ	48
4.1. Взаємне розташування двох площин.....	48
4.2. Метод посередника.....	49

4.2.1. Перетин площини загального положення з площинами приватного положення.....	51
4.3. Взаємне розташування прямої лінії та площини	52
4.4. Перпендикулярність прямої та площини.....	55
4.5. Перпендикулярність двох площин.....	56
ТЕМА 5 СПОСОБИ ПЕРЕТВОРЕННЯ КОМПЛЕКСНОГО КРЕСЛЕНИКА.....	59
5.1 Суть способів перетворення комплексного кресленника.....	59
5.2 Обертання навколо проєкціюючої прямої.....	59
5.3 Обертання навколо прямих рівня.....	62
5.4 Спосіб плоско паралельного переміщення.....	64
5.5 Спосіб заміни площин проєкцій.....	70
5.6 Метричні задачі.....	78
ТЕМА 6 БАГАТОГРАННИКИ. ПЕРЕТИН БАГАТОГРАННИКІВ ПЛОЩИНОЮ, ПЕРЕТИН ДВОХ БАГАТОГРАННИКІВ.....	80
6.1 Гранні поверхні.....	80
6.2 Утворення і зображення багатогранних поверхонь.....	81
6.3 Перетин багатогранників прямою лінією та площиною.....	83
6.4 Взаємний перетин багатогранників.....	85
ТЕМА 7 КРИВІ ЛІНІЇ ТА ПОВЕРХНІ. КОНІЧНІ ПЕРЕРІЗИ.....	88
7.1. Криві лінії та поверхні.....	88
7.2. Локальні характеристики кривої. Дотична до плоскої кривої.....	90
7.3. Основні властивості кривої, що зберігаються під час паралельного проєкціювання.....	91
7.4. Криві поверхні, їх утворення та завдання на кресленнику. Поверхні обертання.....	91
7.5. Інцидентність точки та лінії поверхні.....	92
7.6. Переріз криволінійної поверхні площиною.....	93
7.7. Конічні перерізи.....	93
ТЕМА 8 ВЗАЄМОПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ. СПОСІБ СІЧНИХ ПЛОЩИН.....	96
8.1. Перетин криволінійної поверхні з граною.....	96
8.2. Приклад побудови лінії перетину криволінійної поверхні з граною.....	97
8.3. Побудова ліній перетину двох криволінійних поверхонь.....	98
8.4. Суть способу поверхонь – посередників.....	99

8.5. Приклад побудови лінії перетину двох криволінійних поверхонь.....	99
ТЕМА 9 ВЗАЄМОПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ. СПОСІБ СФЕР–ПОСЕРЕДНИКІВ.....	102
9.1. Особливі випадки перетину поверхонь другого порядку.....	102
9.2. Спосіб допоміжних сфер.....	104
9.3. Умови, за якими спроможне використання способів концентричних сфер – посередників.....	105
9.4. Спосіб концентричних сфер.....	105
9.5. Спосіб ексцентричних сфер.....	108
ТЕМА 10 РОЗГОРТКИ ПОВЕРХОНЬ.....	119
10.1. Розгортні поверхні.....	119
10.2. Види розгорток.....	119
10.3. Властивості, що зберігаються при розгортанні поверхонь.....	119
10.4. Основні способи побудови розгорток.....	121
ТЕМА 11 ЛІНІЙЧАСТІ ПОВЕРХНІ.....	132
11.1. Утворення лінійчатих поверхонь загального виду.....	132
11.2. Поверхні з площиною паралелізму.....	133
11.3. Гіперболоїд обертання.....	136
11.4. Поверхні з пропорційною розбивкою хорд.....	138
11.5. Утворення поверхні загального виду, що розгортається, циліндричні і конічні поверхні.....	140
РОЗДІЛ 2 ІНЖЕНЕРНА ГРАФІКА.....	146
Вступ.....	146
ТЕМА 12. ЗАГАЛЬНІ ПРАВИЛА ВИКОНАННЯ КРЕСЛЕНИКІВ.....	146
12.1. Формати. ГОСТ 2.301-68.....	146
12.2. Основний напис. ГОСТ 2.104-68.....	148
12.3. Масштаби. ГОСТ 2.302-68*.....	151
12.4. Типи ліній. ГОСТ 2.303.....	151
12.5. Шрифти креслярські. ГОСТ 2.304.....	154
12.6. Геометричні побудови в кресленику.....	158
12.6.1. Загальні положення.....	158
12.6.2. Побудова уклону і конусності.....	159
12.6.2. Поділ окружності на рівні частини, побудова правильних вписаних багатокутників.....	161
12.6.3. Спряження.....	164

12.6.4. Побудова овалу.....	171
12.6.5. Побудова еліпсу.....	172
ТЕМА 13. ПРОЕКЦІЙНЕ КРЕСЛЕННЯ.....	174
13.1. Основні положення.....	174
13.2. Види.....	174
13.3. Розрізи. Визначення розрізу. Прості та складні розрізи.....	176
13.4. Перерізи.....	186
13.5. Виносний елемент.....	189
13.6. Умовності та спрощення.....	189
ТЕМА 14. АКСОНОМЕТРИЧНІ ПРОЕКЦІЇ.....	196
14.1. Одержання аксонометричних проекцій.....	196
14.2. Класифікація паралельних аксонометричних проекцій.....	198
14.3. Співвідношення між показниками спотворень прямокутної аксонометрії.....	198
14.4. Види та параметри стандартних аксонометричних проекцій...199	199
14.5. Побудова аксонометричних проекцій точки по її комплексному кресленнику.....	201
14.6. Аксонометричні проекції кіл, що розташовані у координатних площинах.....	201
ТЕМА 15. РІЗЬБОВІ ВИРОБИ ТА РОЗНІМНІ З'ЄДНАННЯ.....	209
15.1. Загальні відомості про різьбу. Термінологія.....	209
15.2. Зображення різьби.....	213
15.3. Позначення різьби.....	215
15.4. Класифікація різьб, які застосовуються у техніці.....	217
15.5. Кріпильні вироби. Позначення кріпильних виробів.....	217
15.6. З'єднання деталей.....	223
ТЕМА 16. НЕРОЗНІМНІ З'ЄДНАННЯ.....	226
16.1. З'єднання заклепками.....	226
16.2. Зварні з'єднання.....	228
16.3. З'єднання паяні та клеєні.....	232
ЛІТЕРАТУРА.....	235

ПЕРЕДМОВА

Підготовка бакалаврів і магістрів будь-якого інженерного профілю передбачає вивчення дисципліни «Інженерна та комп'ютерна графіка». Даний навчальний посібник призначений для здобувачів вищої освіти інженерних напрямків ТДАТУ. Важливою складовою професійної компетентності інженера є вміння сприймати, розуміти, читати графічні документи різного призначення.

Необхідність створення даного навчального посібника викликана великими труднощами, пов'язаними з тим, що в загальноосвітніх навчальних закладах, в даний час, не викладається та, навіть, не розглядається потреба вивчення такого предмету, як креслення. Вища школа постійно зіткається із проблемою, що здобувачі, які тільки що поступили до вищих навчальних закладів технічного напрямку зовсім не підготовлені до просторового сприйняття предметів, об'єктів, форм. Крім того, мають слабкі графічні навички.

В даному навчальному посібнику дані матеріали, де відібрані і викладені основні положення з інженерної графіки, необхідні для читання і виконання технічних креслеників для всіх інженерних напрямків ТДАТУ. Використання специфіки такої конструкторської документації необхідно при проектуванні машин і механізмів, при проектуванні і ремонті об'єктів різного призначення.

Комп'ютерна графіка є елементарним введенням в комп'ютерну інженерну графіку. Навчальний посібник спрямований на формування у здобувачів, що навчаються за інженерними напрямками таких компетенцій як:

- володіння культурою мислення, здатністю до спілкування, аналізу, сприйняттю інформації, постановці мети і вибору шляхів її досягнення;

- здатність організувати свою роботу заради досягнення поставлених цілей; готовність до використання інноваційних ідей;

- прагнення до саморозвитку, підвищення своєї кваліфікації і майстерності, здобувати нові знання в області техніки і технології, математики, природничих, гуманітарних, соціальних та економічних наук;

- здатність розробляти і використовувати графічну документацію та брати участь в інженерній розробках середнього рівня складності в складі колективу або самостійно;

- вміння працювати з науково-технічною інформацією, вміння використовувати вітчизняний і зарубіжний досвід у професійній діяльності, систематизувати і узагальнювати інформацію щодо використання ресурсів виробництва;

У навчальному посібнику представлені основні положення з інженерної графіки, дані основні визначення, термінологія необхідна при читанні і виконанні креслень. Системно викладений підхід до вивчення теми. Матеріал даний послідовно, відповідно до Державних стандартів ЕСКД.

Використання даного посібника допомагає студентам в набутті навичок щодо виконання графічних робіт і вміння орієнтуватися в підручниках та іншої наукової літератури, які написані складною мовою і не завжди зрозумілі.

Прийняті позначення.

1. Точки в просторі по
2. значаються великими буквами латинського алфавіту A, B, C, \dots а також цифрами.
3. Лінії в просторі (прямі та криві) – малими літерами латинського алфавіту a, b, c, d, \dots
4. Площини великими літерами грецького алфавіту $\Delta, \Sigma, \Psi, \Omega, \dots$, а кути – малими літерами грецького алфавіту $\alpha, \beta, \delta, \varepsilon, \phi, \gamma$
5. Лінії окремого положення – малими літерами латинського алфавіту, а саме: горизонталь – h , фронталь – f , профільна пряма – p .
6. Площини проекцій – великими буквами українського алфавіту, а саме: Π_1 – горизонтальна, Π_2 – фронтальна, Π_3 – профільна, Π_4, \dots – додаткова площина проекцій.
7. Проекції точок:
на горизонтальну площину $\Pi_1 - A_1, B_1, C_1$;
на фронтальну площину $\Pi_2 - A_2, B_2, C_2$;
на профільну площину $\Pi_3 - A_3, B_3, C_3$
8. Осі проекцій – малими літерами латинського алфавіту x_{12}, y_{13}, z_{23} , початок координат – великою літерою O .
9. Позначення площин, які задані слідами:
горизонтальний слід площини h_0 ,
фронтальний слід площини f_0 ,
профільний слід площини p_0 .
Для проекціювальних площин краще задати слід – проекцію цієї площини:
 α_1 – горизонтально - проекціювальна площина;
 α_2 – фронтально - проекціювальна площина;
 α_3 – профільно - проекціювальна площина.

Найбільш поширені символи.

- = дорівнює, результат дії.
- \equiv збігається, конкурує.
- // паралельність.
- \perp перпендикулярність.
- \div мимобіжність.
- \times схрещуваність.
- \in, \subset належить, є елементом.
- $, \supset \ni$ проходить, включає в собі.
- \cap перетин (прямих, площин).
- \wedge відповідає сполучникам „і”, „та”.
- \vee відповідає сполучникам „або”, „чи”.
- \Rightarrow логічний наслідок.
- {...} сукупність або складається зі...
- α^β кут, кут між площинами α та β .
- н.в.** натуральна величина.

РОЗДІЛ 1 НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ.

ТЕМА 1. ПРОЕКЦІЮВАННЯ ТОЧКИ. МЕТОД МОНЖА.

1.1 Вступ

Сьогодення сучасної науки та техніки характеризується необхідністю створення, передачі та обробки великих обсягів інформації. Тому важливу роль у підготовці фахівця будь-якого інженерного напрямку відіграють знання сукупності методів та засобів візуалізації технічних рішень. Однією з дисциплін, що дозволяють отримати навички, пов'язані з побудовою математичних і графічних моделей інженерних об'єктів, процесів та явищ, розробкою та оформленням різноманітної графічної і текстової конструкторської документації, є інженерна графіка, яка перш за все, вивчає методи синтезу та аналізу плоских зображень тривимірних об'єктів сучасними комп'ютерними засобами.

З кожним роком, по мірі впровадження високих технологій, вітчизняна промисловість насичується високо продуктивною і складною технікою, яка працює в комплексі з комп'ютерами. Для її ефективного використання за призначенням інженеру будь-якої спеціальності необхідні вміння читати та оформляти інженерні кресленики. Вирішується ця проблема в ході вивчення курсу «Інженерна та комп'ютерна графіка – це одна з дисциплін, яка складає основу інженерної освіти. Знання нарисної геометрії і вміння застосовувати її висновки для рішення практичних задач – необхідна умова підготовки спеціаліста в навчальному закладі.

Останнім часом, завдяки розвитку та застосуванню в багатьох галузях науки і техніки комп'ютерного моделювання, що успішно замінює натурний експеримент, виникла можливість використання теоретичної основи інженерної графіки – нарисної геометрії як моделюючого інженерного апарата.

В даний час не можна уявити розвиток будь-якої галузі людської діяльності, пов'язаної з наукою і технікою, без креслень. Для новостворених приладів, машин і споруд спочатку розробляють кресленики (проекти). За креслениками визначають їхні переваги і недоліки, вносять зміни в конструкцію. Уміння читати кресленик необхідно, щоб зрозуміти конструкцію і роботу зображеного виробу, а також викласти свої технічні думки, використовуючи кресленик.

Навчальна дисципліна «Інженерна та комп'ютерна графіка» забезпечує загальне професійне спрямування процесу навчання студентів та їхню підготовку для вивчення всіх професійно – орієнтованих дисциплін. Графічна інформація відрізняється від

словесної більшою конкретністю, виразністю, лаконічністю, враховується комплексний системний підхід до оволодіння студентами знань.

Інженерна графіка - це єдина дисципліна метою, якої є безпосередньо навчання студентів роботі з різною по вигляду і змісту графічної інформацією, основам графічного представлення інформації, методам графічного моделювання геометричних об'єктів, правилам розробки та оформлення.

Навчальна дисципліна спрямована на використання набутих навиків студентами під час вивчення фахових дисциплін для розробки курсових, дипломних робіт (проектів), розрахункових графічних робіт, а також виконання наукових експериментів та моделювання.

Мета дисципліни навчити студентів володіти методами побудови просторових форм на площині, методами рішення задач, які відносяться до цих форм на кресленні.

Основна задача дисципліни – вивчення метода побудови прямокутних проєкцій просторових форм. Програма передбачає вивчення теоретичних основ аксонометричних проєкцій.

Організація занять полягає в лекційному викладанні предмета, в вивченні матеріалу за підручником, в рішенні студентами практичних задач, в виконанні графічних робіт.

Програма передбачає вивчення техніки виконання креслеників. Геометричному кресленні, технічному малюванні, а також у придбанні практичних навиків виконання креслеників у відповідності з державними стандартами. Студенти повинні навчитись читати і виконувати кресленики, вміти користуватись довідниками.

Вивчення дисципліни базується на знаннях, які мають студенти після вивченні геометрії і тригонометрії. Знання, які отримують студенти після вивчення дисципліни, будуть їм необхідні при вивченні таких дисциплін як технічна механіка, взаємозамінність, допуски та посадки, виконання курсових та дипломного проекту, інших.

Нарисна геометрія, *Descriptive geometry* – розділ геометрії, в якому просторові фігури вивчають за допомогою зображень їхніх графічних моделей на площині кресленика.

Нарисна геометрія відноситься до дисциплін, які складають інженерну підготовку спеціалістів з вищою технічною освітою.

Нарисна геометрія розглядає просторові форми та їх співвідношення за їх графічними моделями (креслениками), які є основними документами при виготовленні, ремонті та контролі будь-якої деталі чи механізму.

Мета курсу нарисної геометрії дати студентам знання, уміння та навички відображення просторових форм на площині та уявлення форми об'єкта за її плоским зображенням.

1. Предметом нарисної геометрії є різноманітність геометричних образів та співвідношень між ними. Формоутворюючими елементами простору є геометричні образи – точка, пряма та площина, з яких утворюєтьх, площин, поверхонь;
2. Розв'язання задач на взаємну належність та взаємний перетин прямої і площини, двох площин, прямої і поверхні, площини і поверхні, двох поверхонь;
3. Вивчення способів перетворення креслення;
4. Формування просторового, абстрактного, логічного мислення студентів.

1.2 Коротка історія розвитку нарисної геометрії.

Нарисна геометрія, основне завдання якої полягає у вивченні методів зображення просторових фігур на площині, виникла в результаті практичних потреб людини. Запити точного природознавства, техніки, промисловості і мистецтва сприяли розвитку цієї науки.

Ще в давні часи було встановлено, що основою для побудови зображень, що відповідають певним умовам, є проєкційний креслення. Прикладами використання проєкційних методів служать малюнки на граніті, що збереглися на стінній живописі, зображення на папірусах.

Дуже різноманітний зміст давнього розпису на китайському шовку і стінах печерних храмів Аджанти в Індії. Але в основі кожного з цих пам'яток лежить зображення реальних предметів тривимірного простору на площині.

У 1525 р німецький художник Альбрехт Дюрер написав великий трактат, за змістом близький до викладу основ нарисної геометрії. Потім їм був написаний ще ряд статей на ту ж тему. В ті часи, незважаючи на розвиток методів графічного зображення і широке застосування їх в техніці, вони викладалися в технічній літературі лише у вигляді правил побудови.

До кінця XVIII в. проєкційні методи вже мали свою багатовікову історію. Однак єдиного методу зображення об'ємного тіла на плоскому кресленні ще не було розроблено. Історично назріла необхідність наукового узагальнення накопиченого і надзвичайно

розрізненого матеріалу по графічним методам зображення. З розвитком промисловості і пов'язаних з ним розподілом праці наполегливо потрібно було створення єдиної теорії зображення і сувора систематизація правил виконання креслень - документів, що забезпечують чітку передачу задумів зодчого, інженера, проектувальника виконавцю. Це завдання було успішно вирішено чудовим французьким вченим і активним учасником Великої французької буржуазної революції Гаспаром Монжем (1746-1818). У своїх працях Монж звів в струнку наукову систему весь накопичений розвитком науки і техніки в ряді країн матеріал по ортогональному проєкціюванню.

У класичному творі «Geometrie descriptive» («Нарисна геометрія»), опублікованому в 1798 р, Г. Монж розробив загальну геометричну теорію, яка дає можливість на плоскому аркуші, що містить ортогональні проєкції тривимірного тіла, вирішувати різні стереометричні завдання. Їм була створена абстрактна геометрична модель реального простору, згідно з якою кожній точці тривимірного простору ставиться у відповідність дві її ортогональні проєкції на взаємно перпендикулярні площини. Проєкційний кресленик, побудований за правилами нарисної геометрії, стає робочим інструментом інженерів, архітекторів і техніків всіх країн.

Г. Монж першим перейшов від вивчення геометрії на площині до глибокого дослідження геометрії в просторі. Він увійшов в історію науки і техніки не тільки як засновник нарисної геометрії, але і як автор теорії утворення поверхонь, методів інтегрування рівнянь з частинними похідними першого порядку. Значні заслуги Монжа і в інших науках - хімії, металургії, оптиці.

З часів Монжа нарисна геометрія завоювала гідне місце в технічній школі всіх країн.

Вітчизняна школа розвитку нарисної геометрії нерозривно пов'язана з діяльністю Інституту корпусу інженерів шляхів сполучення, заснованого в Петербурзі в 1809 р. Цей навчальний заклад безпосередньо вплинув і на формування російської школи нарисної геометрії. До моменту, коли курс нарисної геометрії був введений в програми інших навчальних закладів, Інститут корпусу інженерів шляхів сполучення вже підготував багато досвідчених і кваліфікованих викладачів, з яких перш за все слід назвати Якова Олександровича Севастьянова (1796-1849). Після закінчення інституту в 1814 р Я.А. Севастьянов був призначений репетитором з нарисної геометрії. У 1818 р він читав курс по даній дисципліні

російською мовою, в 1821 році видав перший російський підручник по цій дисципліні - «Основи нарисної геометрії».

У 1824 р плідна діяльність 28-річного Я.А. Севастьянова була гідно відзначена присвоєнням йому звання професора.

У ХХ ст. необхідно відзначити професорів Н.Ф. Четверухина і І.І. Котова, які викладали нарисну геометрію в Московському авіаційному інституті. Колективом авторів під керівництвом Н.Ф. Четверухина видано підручник, написаний на високому теоретичному рівні.

Великий внесок вніс В.О. Гордон (1892-1971) - автор підручника з нарисної геометрії, підготовленого на високому методичному рівні, нові видання якого виходять у світ і в даний час.

У МВТУ ім. Н.Е. Баумана професором Х.А. Арустамова (1899-1979) була розроблена методика викладання графічних дисциплін. першою в СРСР кафедрі «Інженерна графіка» МВТУ ім. Н.Е. Баумана доручили проведення курсу підвищення кваліфікації для викладачів нарисної геометрії країни. Тільки на цій кафедрі підвищували кваліфікацію завідувачі кафедрами «Інженерної графіки» вітчизняних вузів.

Активний розвиток процесу автоматизації виробництва з середини ХХ ст. призвело до необхідності автоматизації процесу проектування, формування алгоритмів і використання ЕОМ з різними пристроями, що дозволяють здійснювати діалог між машиною і людиною. Серйозних результатів в цьому напрямку досягли професора С.А. Фролов, В.А. Осипов, Г.С. Іванов, В. І. Якунін та інші.

Завдяки активній праці передових кафедр України та Росії усталився етап розвитку нарисної геометрії, який можна назвати етапом геометричного моделювання або інженерної геометрії, коли за наперед заданими та вимогами формуються оптимальні геометричні моделі майбутнього виробу. Істотний внесок у цю справу зробили українські вчені – професори В.Є. Михайленко, В.М. Найдиш, В.С. Обухова, А.В. Павлов, О.Л. Підгорний, І.А.Скидан та інші.

В даний час склалися наукові школи з прикладної геометрії в провідних вузах України.

1.3 Центральне проєкціювання.

Не всяке зображення предмета на аркуші паперу дозволяє точно визначити його геометричну форму. Тому необхідно, щоб зображення предмета було побудовано за певними геометричним правилам, що

дозволяє від плоских форм переходити до просторовим формам зображуваного предмета.

Таке геометрично закономірне зображення просторового предмета на

площині досягається за допомогою **методу проєкціювання** який і є методом

нарисної геометрії.

Під проєкціюванням розуміють отримання проєкцій (зображень) предмета на якусь площину, яка називається площиною проєкцій.

Розрізняють два основні методи проєкціювання:

- 1) центральне (полярне, конічний) проєкціювання (рис. 1.1);
- 2) паралельне (циліндричний) проєкціювання (рис.1.3).

Складові процесу проєкціювання:

Π_0 - площина проєкцій;

S - центр проєкцій;

SA, SB - напрям проєкціювання або проєкціюючий промінь;

A, B, C, D - точки в просторі;

A_0, B_0 - проєкція точок A та B на площину Π_0 у напрямку S

Маючи одну проєкцію точки, не можна визначити її положення в просторі. Точки A, A_1, A_0 мають одну і ту ж проєкцію у вигляді точки A_0 на площину Π_0 .

Точки, що лежать на одному рівні з центром проєкцій S (точки C і D), що не мають проєкцій на цю площину.

Щоб отримати проєкцію кривої лінії на площину, треба спроєкувати ряд її точок на цю площину (див. рис. 1.2), при цьому проєкціюючі промені утворюють конічну поверхню. Тому центральне проєкціювання ще називають конічним.

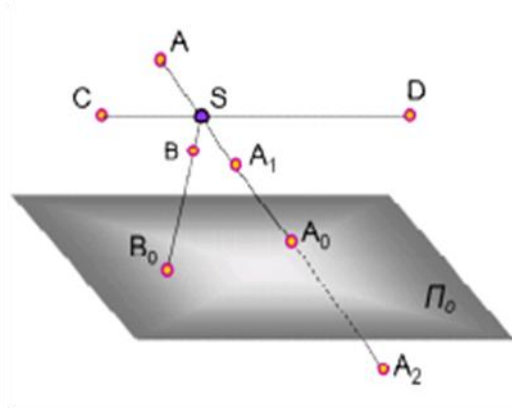


Рис. 1.1. Проєкції центральні.

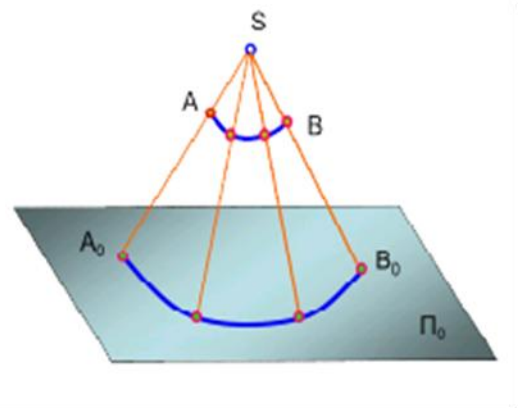


Рис. 1.2. Центральна проєкція кривої лінії.

При центральному проєкціюванні відбувається спотворення форми і розмірів предмета. Проєкція предмета, побудована методом центрального проєкціювання, називається перспективою.

1.4 Паралельне проєкціювання.

Паралельне проєкціювання можна вважати окремим випадком центрального проєкціювання, якщо центр проєкціювання знаходиться в нескінченності S_{∞} (центр проєкціювання - невласна точка). При паралельному проєкціюванні всі проєкціюючі промені паралельні між собою. Для їх проведення вказують напрям проєкціювання S (див. рис. 1.3)

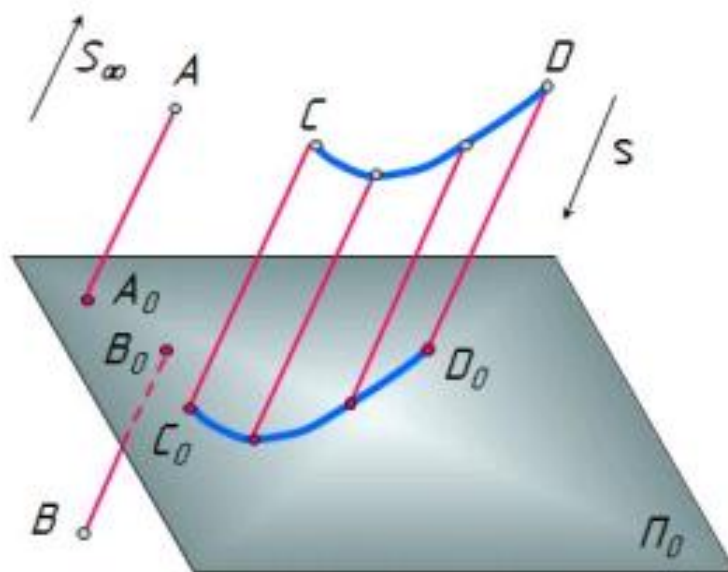


Рис. 1.3. Проекції паралельні.

Щоб спроекціювати лінію, потрібно спроекціювати ряд її точок. Тоді проєкціюючі промені утворюють циліндричну поверхню, тому паралельне проєкціювання називають ще циліндричним.

Розглянуті вище однопроєкційні кресленики геометричних фігур є незворотними. За ним не можна, подумки, відтворити просторову форму і розміри зображеного об'єкта. Існують різні способи усунення цього недоліку одно проєкційних креслень в залежності від прийнятого виду проектування. Наприклад, при центральному проектуванні точку можна проєкціювати з двох різних центрів (рис. 1.4а), при паралельному – за допомогою двох різних напрямків (рис. 1.4б), при ортогональному – на дві пересічні площини (рис. 1.4в).

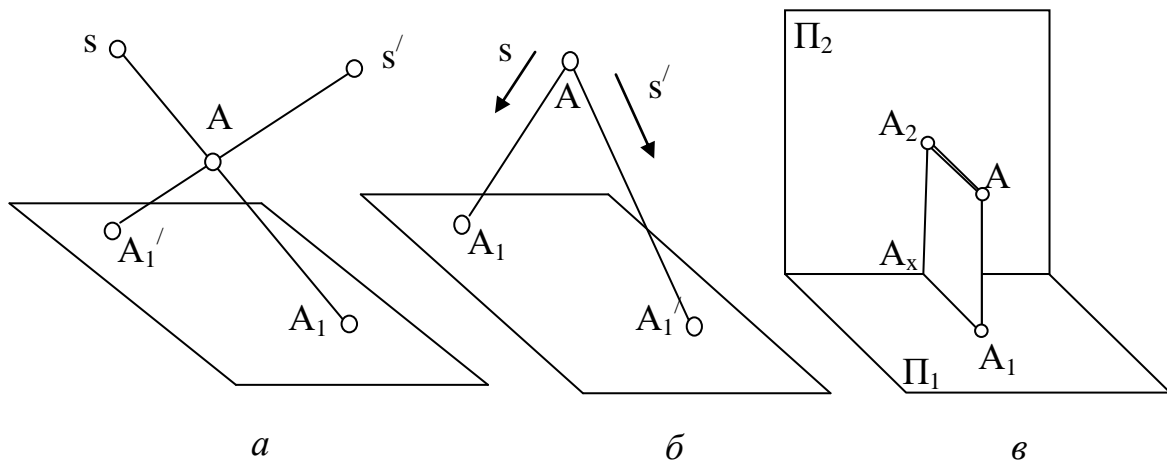


Рис.1.4. Визначення положення точки в просторі.

Неважко помітити, що в кожному з цих випадків виходять дві проекції, які однозначно визначають її положення в просторі. Отже, зворотне креслення геометричної фігури повинно містити не менше двох проекцій кожної її точки.

Паралельне проєкціювання поділяють на прямокутне – ортогональне, від грецького слова *орто* – прямий, і косокутне. У прямокутному проєкціюванні проєкціюючі промені розташовуються до площини проєкцій під кутом 90° , а в косокутній - під кутом менше 90° . В даному курсі розглядається тільки прямокутне проєктування.

При побудові ортогональних проєкцій точки на дві площини проєкцій Π_1 і Π_2 (див. рис. 1.4в) кут між ними приймається рівним 90° .

1.5 Проектування точки на дві площини проєкцій. Метод Монжа.

Пряма задача нарисної геометрії полягає у побудові проєкцій предмету (точки) за заданим апаратом проєкціювання.

Апарат проєкціювання складають центр або напрям проєкціювання (паралельне, ортогональне) та площина проєкцій.

Зворотна задача (реконструкція) полягає у визначенні положення та розмірів предмета у просторі за його проєкціями.

Для визначення положення та розмірів просторового об'єкта за його проєкціями використовують двох проєкційні креслення, тому що дві проєкції об'єкта визначають його положення у просторі.

Паралельне прямокутне проєкціювання на взаємно перпендикулярні площини проєкцій є основним методом складання технічних креслень і називається методом Монжа.

Метод Монжа забезпечує створення оборотного креслення.

Дві взаємно перпендикулярні площини в просторі умовно приймаються

за площини проєкцій (рис. 1.5 а):

Π_1 - горизонтальна площина проєкцій;

Π_2 - фронтальна площину проєкцій;

$\Pi_1 \perp \Pi_2$;

x - лінія перетину площин проєкцій - вісь координат (або Π_2 / Π_1).

Дві площини розділяють простір на 4 чверті (I, II, III, IV).

Розміщуємо точку A в першу чверть і проводимо через неї проєкціюючі

промені, перпендикулярні до площини Π_1 і до площини Π_2 .

Точки перетину проєкціюючих променів з площинами проєкцій називають проєкціями точки A :

A_1 - горизонтальна проєкція точки A ;

A_2 - фронтальна проєкція точки A .

Прямі які проєкціюються $AA_2 \perp \Pi_2$, $AA_1 \perp \Pi_1$ утворюють площину, перпендикулярну до Π_1 і Π_2 . Ця площина перетинає площини Π_1 і Π_2 по лініях

AxA_1 і AxA_2 , які перпендикулярні осі проєкцій x і перетинають її в одній точці Ax . Перетин цих ліній з проєктується променями однозначно визначає положення проєкцій A_1 і A_2 .

Можна отримати простий і зручний кресленик, повернувши площину Π_1 навколо осі x , поєднавши її за годинниковою стрілкою з площиною Π_2 . При цьому одержується кресленик, званий епюром Монжа, або просто епюром, або комплексним креслеником, або креслеником (рис. 1.5 б). Це двох проєкційний комплексний кресленик точки A .

Кресленик, що складається з декількох взаємопов'язаних проєкцій, називають комплексним.

Лінія $A_1A_2 \perp$ осі Ox і називається лінією проєкційного зв'язку.

При переході до епюру втрачається просторова картина розташування площин проєкцій і точки. Але епюр забезпечує точність і зручність вимірювання зображень при значній простоті зображень. Кресленик, побудований таким чином, є оборотним, тобто по ньому знову можна побудувати просторовий кресленик.

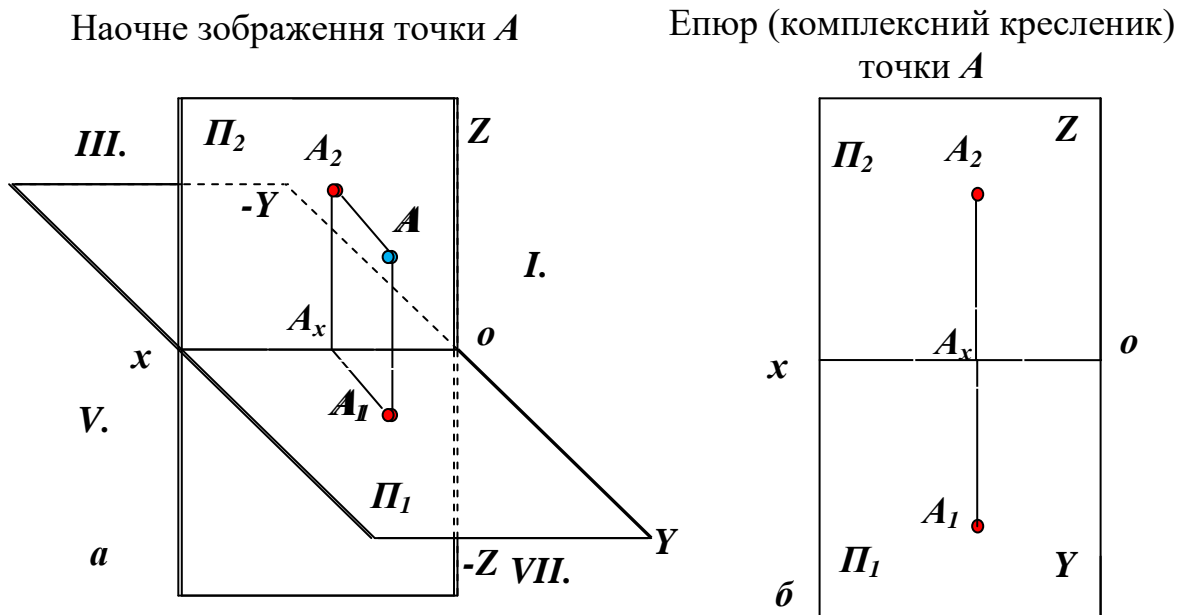


Рис. 1.5. Проекціювання точки A на дві площини проєкцій

1.6 Проектування точки на три площини проєкцій.

Не завжди для визначення форми і розмірів предмета досить двох площин проєкцій, часто необхідно ввести ще одну площину проєкцій Π_3 , звану *профільною* (рис. 1.6): $\Pi_3 \perp \Pi_1 \perp \Pi_2$. При наявності профільної площини простір ділиться на 8 частин - октантів (ОКТО - вісім). Лінії перетину площин проєкцій утворюють осі проєкцій або координатні осі:

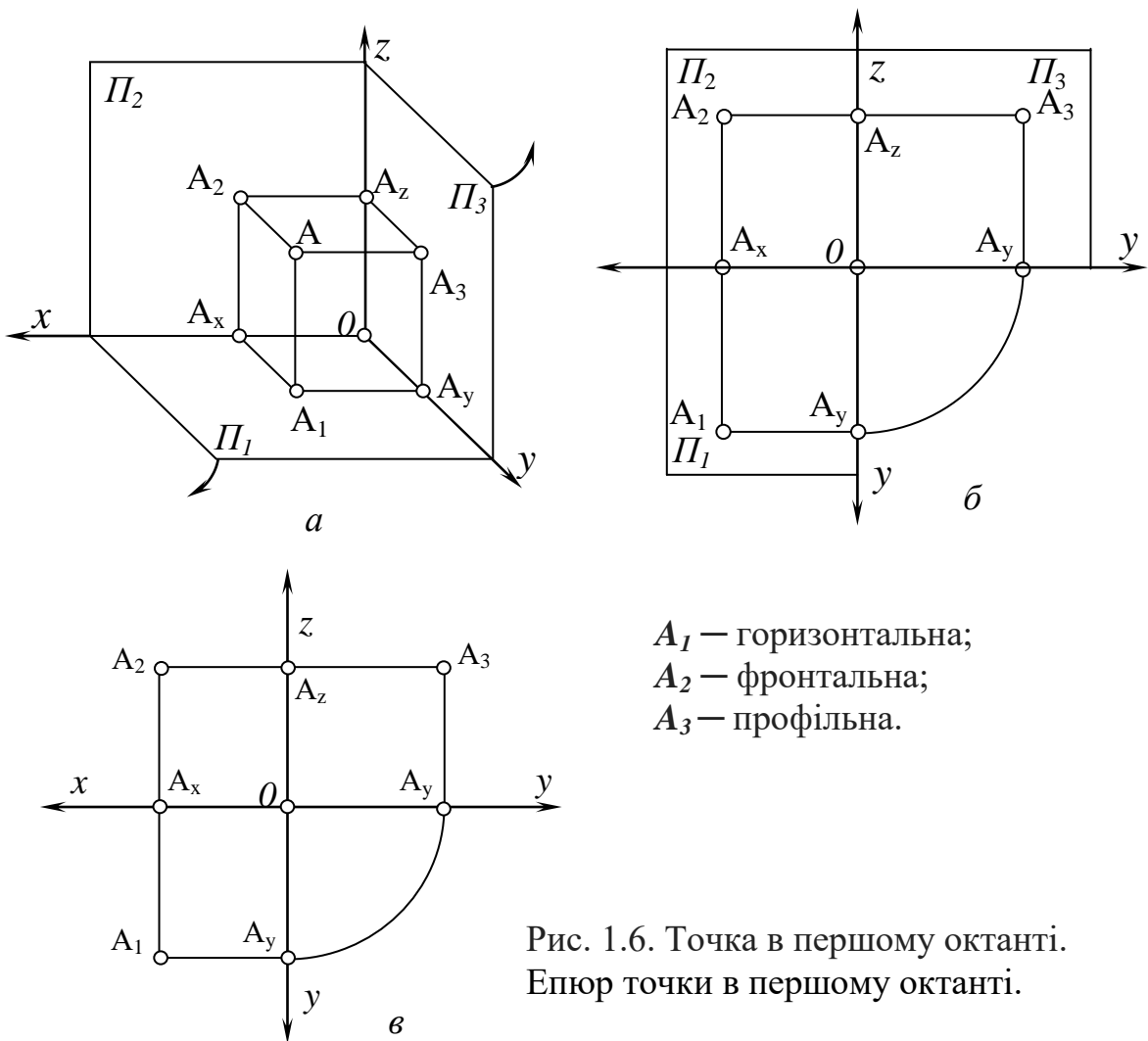
X - широта (абсциса), $x = \Pi_1 \cap \Pi_2$;

Y - глибина (ордината), $y = \Pi_1 \cap \Pi_3$;

Z - висота (апліката), $z = \Pi_2 \cap \Pi_3$.

Три площини проєкцій перетинаються в точці O - початку координат. На рис. 1.6 *а* зображена точка A в першому октанті. На рис. 1.6 *б* показано поєднання площин Π_1 і Π_3 з площиною Π_2 і побудований трьох проєкційний комплексний кресленик точки A в першому октанті, при цьому тригранний кут першого октанта розрізаний по осі Y . Так як площини в просторі безкінечні і не мають обрисів, то на кресленні їх не зображують.

На рис. 1.6 *в* побудован епюр без вказівки площин проєкцій. Трьох проєкційний комплексний кресленик точки A містить три проєкції точки:



На епюрі видно, що горизонтальна і фронтальна проекції точки лежать на одному перпендикулярі (лінії зв'язку) до осі x , а фронтальна і профільна проекції точки лежать на одному перпендикулярі (лінії зв'язку) до осі z .

Відстань від горизонтальної проекції точки до осі x (координата y) дорівнює відстані від профільної проекції точки до осі z (координата y).

Проекції A_3 можна побудувати, відкладаючи на лінії зв'язку проекцій A_2 і A_3 від осі Z вправо відрізок, рівний A_1Ax , тобто значення координати Y (див. рис.1.6, v). Така побудова найбільш прийнятною.

Лінії проекційного зв'язку на кресленні треба проводити обов'язково.

Щоб визначити положення точки в просторі, задають її координати. **Координатами** точки називаються числа, які визначають відстань від точки

до площин проекцій. Завдання точки виглядає так: $A(x, y, z)$, наприклад,

$A(15, 35, 20)$.

Горизонтальну проекцію точки визначають координати x і y , фронтальну - x і z , профільну - y і z . $A_1(x, y)$; $A_2(x, z)$; $A_3(y, z)$.

У першій чверті всі координати позитивні. Для зручності визначення положення точок в чвертях простору знаки координат зведені в табл. 1.1.

Таблиця 1.1.

Знаки координат

Чверті простору	X	Y	Z
Перша I	+	+	+
Друга II	+	-	+
Третя III	+	-	-
Четверта IV	+	+	-

Якщо точка лежить в площині проекцій, то одна її проекція лежить на осі координат (одна координата точки дорівнює 0).

Завдання для перевірки засвоєння матеріалу.

Визначити, в яких чвертях знаходяться точки, і записати їх координати (рис. 1.7).

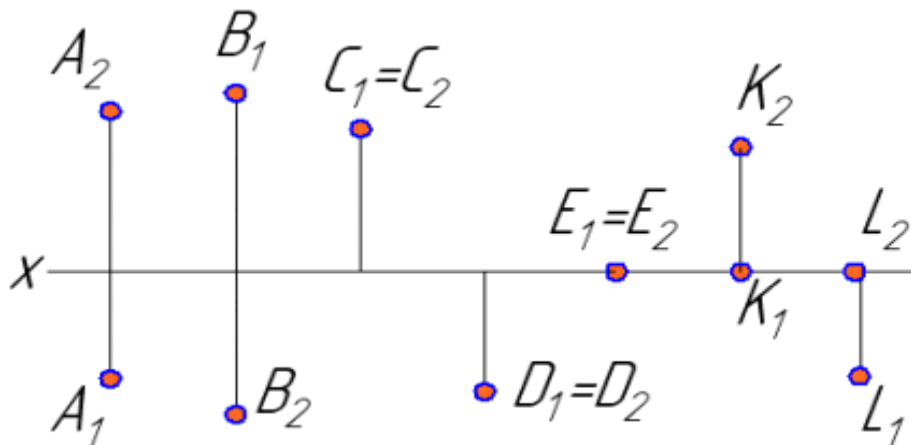


Рис. 1.7. Задача.

1.7 Інваріанти паралельного та ортогонального проєкціювання (властивості оригіналу, що зберігаються на зображеннях).

1. Проекція точки на площину є точка (див. рис. 1.8а):

$$A \rightarrow A_1.$$

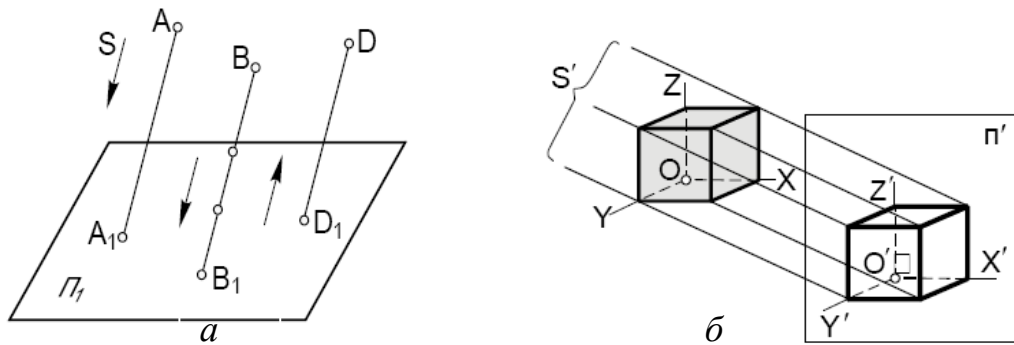


Рис. 1.8.

2. Проекцією прямої, в загальному випадку, є пряма: $l \rightarrow l_1$ (рис. 1.9.); вона вироджується в точку, якщо пряма паралельна напрямку проєкціювання (див. рис. 1.9.):

$$l' (MN) \parallel S \Rightarrow l' (MN) \rightarrow l'_1 (M_1=N_1).$$

3. Якщо точка належить лінії, то проєкція точки належить проєкції лінії (рис. 1.9):

$$A \in l \Rightarrow A_1 \in l_1$$

Слідство з пп. 2 і 3. Для побудови проєкції прямої достатньо побудувати проєкції двох точок, які їй належать (рис. 1.9):

$$l (A \in l \wedge B \in l) \rightarrow l_1 (A_1 \in l_1 \wedge B_1 \in l_1)$$

4. Точка перетину ліній проєкціюються в точку перетину їх проєкцій (рис. 1.9):

$$K = a \cap b \Rightarrow K_1 = a_1 \cap b_1$$

5. Проекції паралельних прямих паралельні (рис. 1.10):

$$l \parallel l' \Rightarrow l_1 \parallel l'_1$$

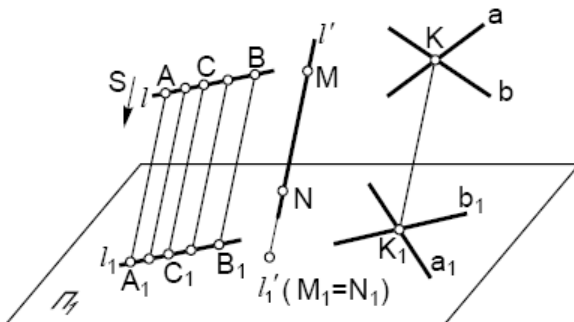


Рис. 1.9.

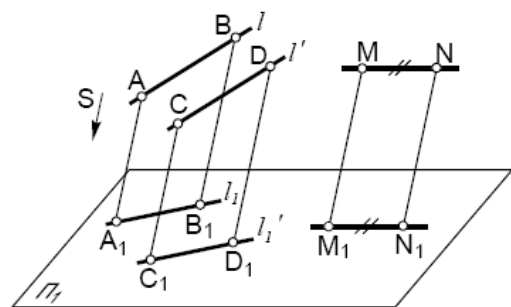


Рис. 1.10.

Слідства:

1) відношення довжин відрізків паралельних прямих дорівнює відношенню довжин їх паралельних проєкцій (рис. 1.10):

$$[AB] // [CD] \Rightarrow \frac{|AB|}{|CD|} = \frac{|A_1B_1|}{|C_1D_1|};$$

2) якщо точка, яка належить відрізку прямої, ділить його в деякому відношенні, то й проєкція точки також ділить проєкцію відповідного відрізка в тому ж відношенні (рис.1.9):

$$(C \in [AB]) \wedge \frac{|AC|}{|CB|} = \frac{m}{n} \Rightarrow \frac{|A_1C_1|}{|C_1B_1|} = \frac{m}{n}.$$

6. Якщо геометрична фігура Φ належить площині Σ , яка паралельна площині проєкцій (наприклад, Π_1), то проєкція цієї ж фігури на площину Π_1 конгруентна самій фігурі, а величини їх рівні:

$$(\Phi \subset \Sigma) \wedge (\Sigma // \Pi_1) \Rightarrow \Phi_1 \equiv \Phi; |\Phi_1| = |\Phi|.$$

Наприклад, якщо відрізок MN є паралельним площині проєкцій, то його проєкція на дану площину конгруентна самому відрізку (рис. 1.10):

$$[MN] // \Pi_1 \Rightarrow [M_1N_1] \cong [MN]; [M_1N_1] = [MN];$$

7. Проєкція геометричної фігури не змінюється при паралельному перенесенні площини проєкцій (рис. 1.11). $\Pi // \Pi'' = \Phi' = \Phi''$

Примітка. Метричні характеристики геометричних фігур при паралельному проєкціюванні в загальному випадку не зберігаються (відбувається спотворення лінійних та кутових величин).

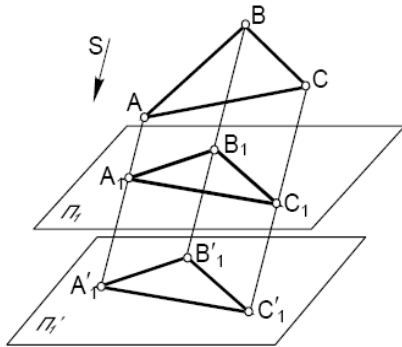


Рис. 1.11.

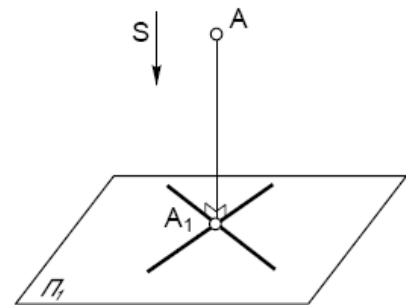
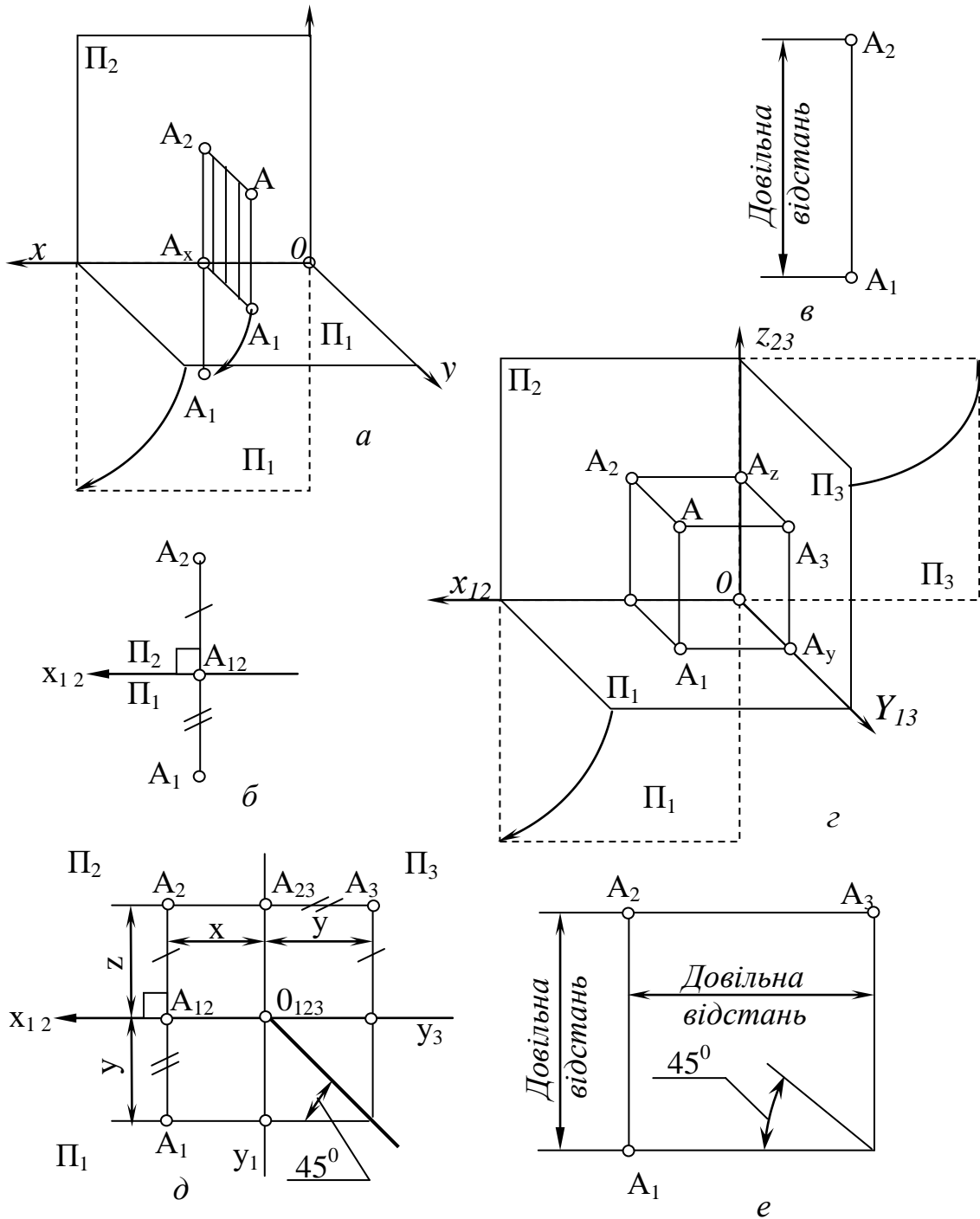


Рис. 1.12.

Якщо напрям проєкціювання є перпендикулярним до площини проєкцій, то паралельне проєкціювання, в цьому випадку, називається **ортогональним** (прямокутним): $S \perp \Pi_1 \Rightarrow (A A_1) \perp \Pi_1$.

В цьому випадку проекція A_1 точки A називається ортогональною, або прямокутною (рис. 1.12). В іншому випадку проєкціювання називається косокутним. Ортогональне проєкціювання, будучи приватним випадком паралельного, значно спрощує побудову проєкцій геометричних фігур і є основним при виконанні комплексних креслень технічних форм (рис. 1.13).



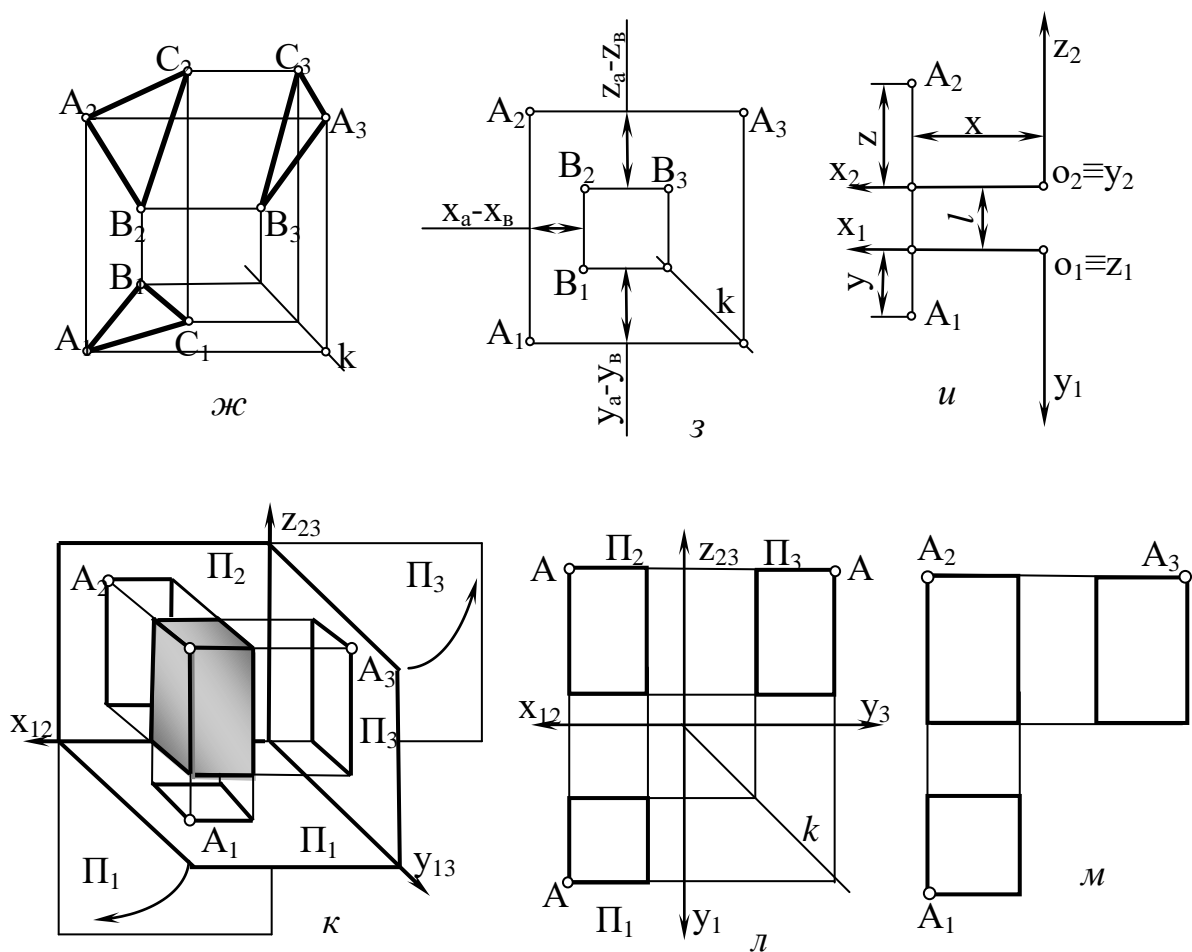


Рис. 1.13 Ортогональне проєкціювання.

В техніці застосовуються наступні види зворотних креслень:

- 1) комплексні креслення,
- 2) аксонометричні креслення,
- 3) перспективні креслення,
- 4) креслення з числовими відмітками.

Всі ці способи побудови зображень органічно доповнюють одне одного і використовуються відповідно з особливостями конкретних завдань і областю їх практичного застосування.

Без осевий кресленик.

Якщо відстань від предмета до площини проєкцій не має значення, то осі координат на кресленику (епюрі) не зображують. Такі кресленики називають без осевими (рис.1.13 *в, е, з, м*).

Питання для самоперевірки.

1. Що розуміють під проєктуванням?
2. У чому полягає сутність центрального проєктування?
3. В чому полягає сутність паралельного проєктування?

4. У чому полягає метод Монжа?
5. Які лінії називають лініями зв'язку?
6. Який кресленик називають комплексним?
7. Як пов'язані між собою горизонтальна і фронтальна проекції точки? Фронтальна і профільна?
8. Що називають координатами точки?
9. Які координати на епюрі визначають горизонтальну, фронтальну і профільну проекції точки?

ТЕМА 2. ПРОЕКЦІЮВАННЯ ПРЯМОЇ.

2.1 Визначення прямої. Визначник геометричного образу. Зображення прямої на комплексному кресленику.

Прямою зветься лінія, вздовж якої відстань між її точками є мінімальною (рис.2.1).

У нарисній геометрії пряма розглядається як множина точок.

Проекція прямої під час прямолінійного проєкціювання на площину є прямою лінією (рис.2.2).

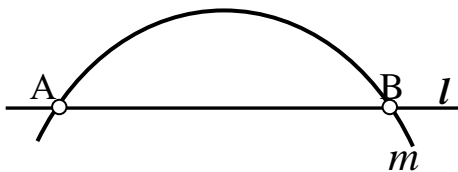


Рис.2.1

До визначення прямої.

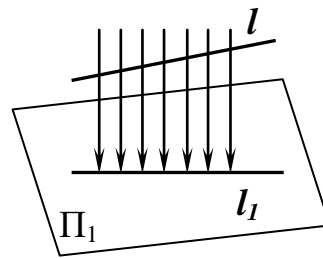


Рис.2.2 Проекціювання прямої l на площину Π_1 .

Пряма визначається двома точками (рис.2.3), або однією точкою і відомим напрямком S (рис.2.4)

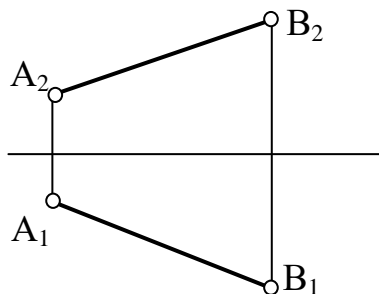


Рис.2.3.

Проекціювання прямої AB на дві площини проєкцій Π_1 і Π_2

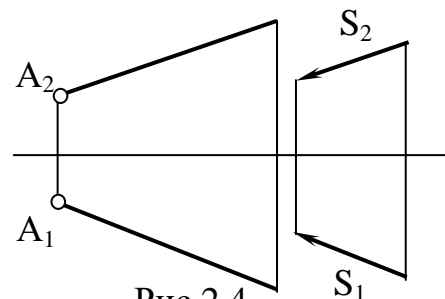


Рис.2.4.

Проекціювання прямої, що задана точкою A та напрямком S , на дві площини проєкцій Π_1 та Π_2

Сукупність незалежних геометричних елементів та умов, що однозначно визначають образ у просторі, називається визначником цього образу.

Дві точки A та B (рис.2.3) та точка A з напрямом S (рис.2.4) є визначниками прямої.

Аналогічно до проєкціювання точки, дві проєкції прямої однозначно визначають її положення у просторі.

2.2 Точка на прямій. Відносне положення прямої та площини проєкцій.

Точка може належати до прямої, або не належати до неї.

Інцидентність (належність) точки прямій лінії встановлюють за комплексним кресленням: точка належить до прямої, якщо її проєкції належать до однойменних проєкцій прямої (рис.2.5)

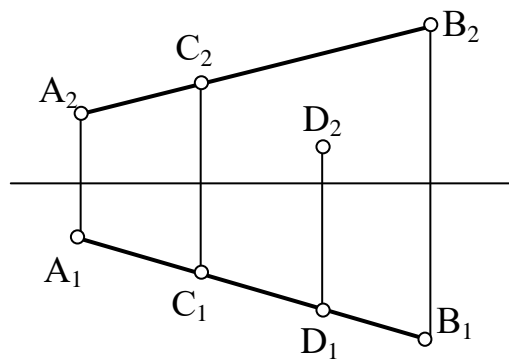
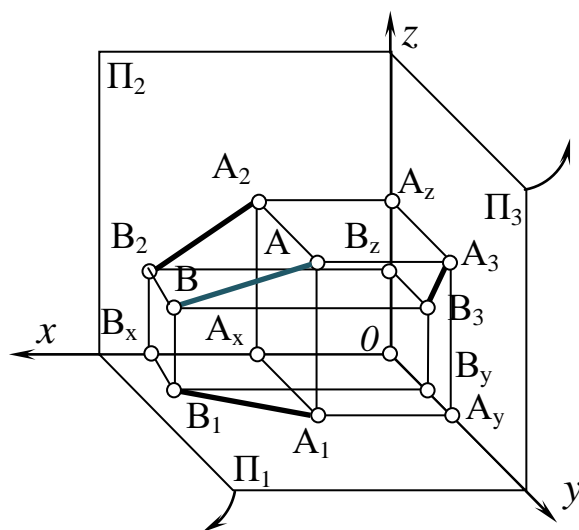


Рис.2.5. Інцидентність точки прямій

Пряма може займати різноманітні положення відносно площин проєкцій:



1. Пряма загального положення – пряма, що не перпендикулярна до однієї з площин проєкцій, на кресленнику зображується двома прямими (проєкціями) (рис. 2.3; 2.4; 2.5; 2.6; 2.7(а,б)).

Рис. 2.6. Пряма загального положення в просторі.

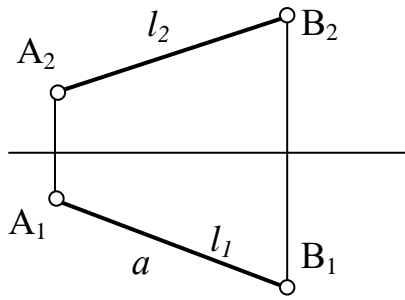


Рис.2.7а. Пряма l задана двома точками AB .

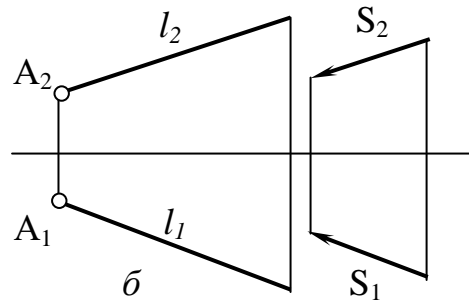


Рис.2.7б. Пряма l задана точкою A та напрямом S .

2. **Пряма рівня** – пряма, що паралельна хоча б до однієї з площин проєкцій. На кресленку одна з її проєкцій паралельна до відповідної осі (рис. 2.8., 2.9., 2.10.).

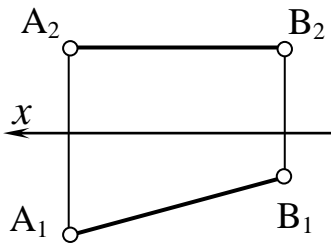


Рис.2.8. $AB \parallel \Pi_1$ – Горизонтальна пряма

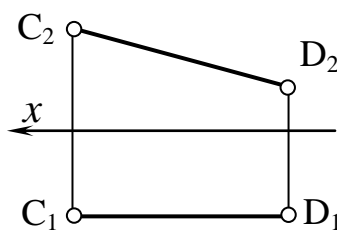


Рис.2.9. $CD \parallel \Pi_2$ – Фронтальна пряма

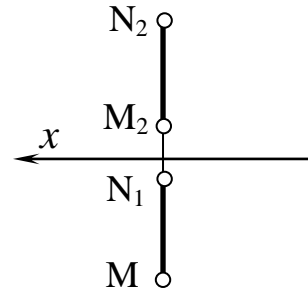


Рис.2.10. $MN \parallel \Pi_3$ – Профільна пряма

3 **Проекціююча пряма** – пряма, що перпендикулярна до будь-якої площини проєкцій. Одна з проєкцій є точкою, а друга є прямою, перпендикулярною до відповідної осі (рис. 2.11, 2.12, 2.13).

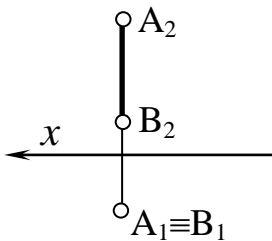


Рис. 2.11 $AB \perp \Pi_1$ – Горизонтально - проєкціююча пряма.

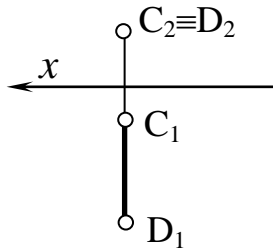


Рис. 2.12 $CD \perp \Pi_2$ – Фронтально - проєкціююча пряма.

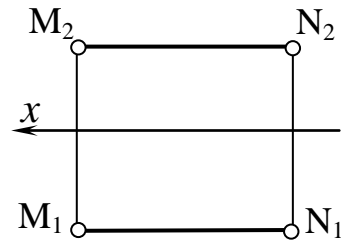


Рис. 2.13 $MN \perp \Pi_3$ – Профільно - проєкціююча пряма.

(\equiv) – ознака збіжності образів.

Точки, які належать до однієї проєкціуючої прямої, називаються конкуруючими, тобто на одній з площин їх проєкції збігаються. За їх допомогою визначається видимість геометричних фігур на кресленику (точки A та B на прямій AB (рис. 2.11), точки C та D на прямій CD (рис. 2.12), M та N на прямій MN (рис.2.13)).

2.3 Побудування на кресленні натуральної величини відрізка прямої загального положення та кутів нахилу прямої до площин Π_1 та Π_2 .

Якщо відрізок прямої займає загальне положення у просторі, то ні на одній основній площині проєкцій не можна визначати і натуральну величину.

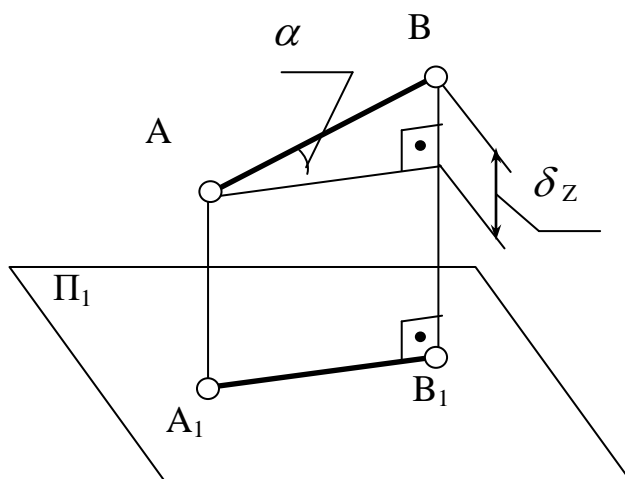


Рис.2.14. Аксонометричне зображення α – кута нахилу AB до Π_1 .

Для того, щоб визначити натуральну величину відрізка прямої, необхідно побудувати прямокутний трикутник, основний катет якого дорівнює проєкції відрізка на одну з площин проєкцій, а додатковий катет дорівнює різниці відстаней кінців відрізка до тієї ж площини проєкцій, на якій обрано основний катет.

Гіпотенуза побудованого трикутника і буде натуральною величиною відрізка прямої, а кут між гіпотенузою та основним катетом є кутом нахилу прямої до тієї площини проєкцій, на якій обрано основний катет (рис. 2.14).

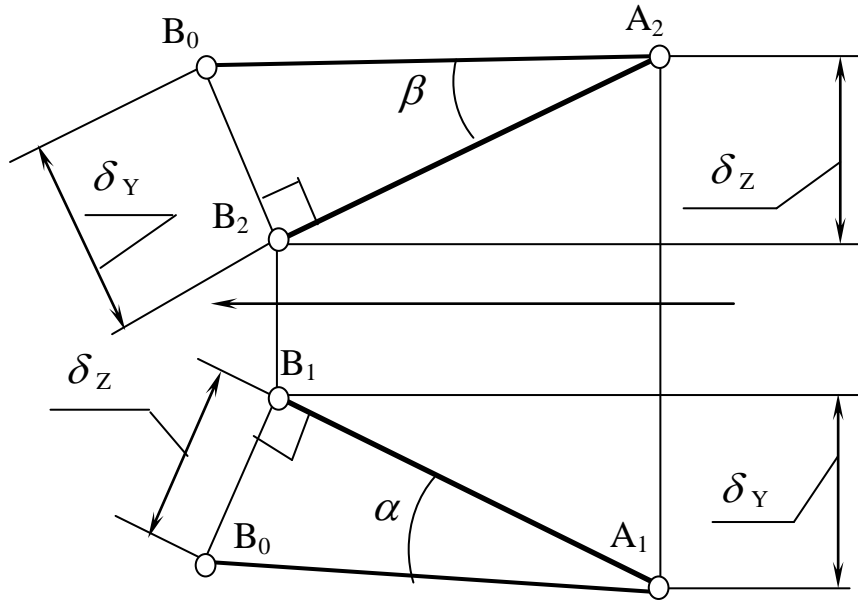


Рис.2.15 Комплексний кресленик. A_1B_0 та A_2B_0 – натуральна величина відрізка AB α – кут нахилу AB до Π_1 β – кут нахилу AB до Π_2 .

Задача. Визначити натуральну величину відрізка AB і кут нахилу його до горизонтальної площини проєкцій Π_1 (рис. 2.16, б). AB не перпендикулярна Π_1, Π_2 ; $|AB|=?$ $\varphi_1=?$

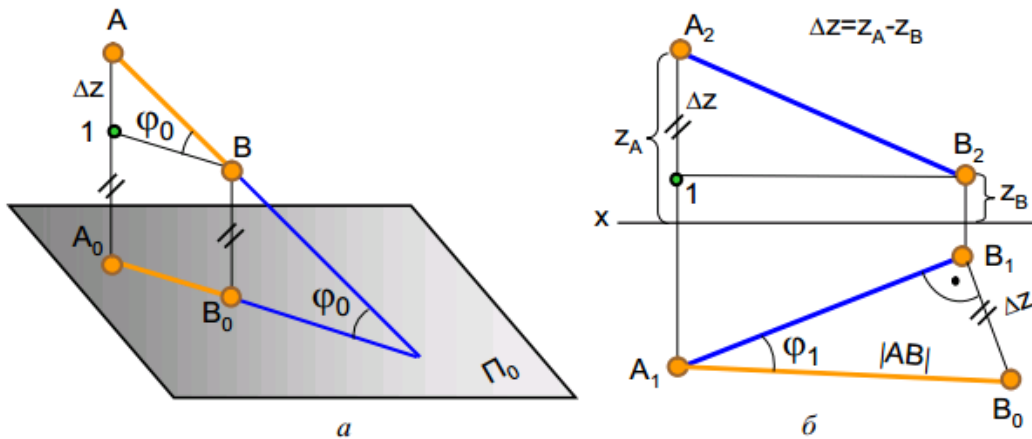


Рис. 2.16 Визначення натуральної величини відрізка прямої способом прямокутного трикутника.

2.4 Ділення відрізка в пропорційному відношенні.

Якщо точка, що належить відрізку, ділить цей відрізок в якомусь відношенні, то проєкції цього відрізка діляться проєкціями цієї точки в тому ж відношенні.

Приклад. Розділити відрізок AB у відношенні $AC:CB=2:1$ (рис. 2.17).

З будь-якого кінця відрізка AB під довільним ним кутом до проєкції відрізка прямої проводять промінь довільної довжини, на ньому відкладають 3 рівних

між собою відрізка довільної величини ($2 + 1$). Кінцеву точку B_0 з'єднують з точкою B_1 , визначають точку C_0 , яка ділить відрізок A_1B_0 у відношенні $2:1$. Проводять відрізок C_0C_1 паралельно B_0B_1 . Точка C_1 ділить горизонтальну проєкцію відрізка A_1B_1 у відношенні $2:1$. C_2 визначають по лінії зв'язку. Рішення можна виконувати на будь-якій проєкції.

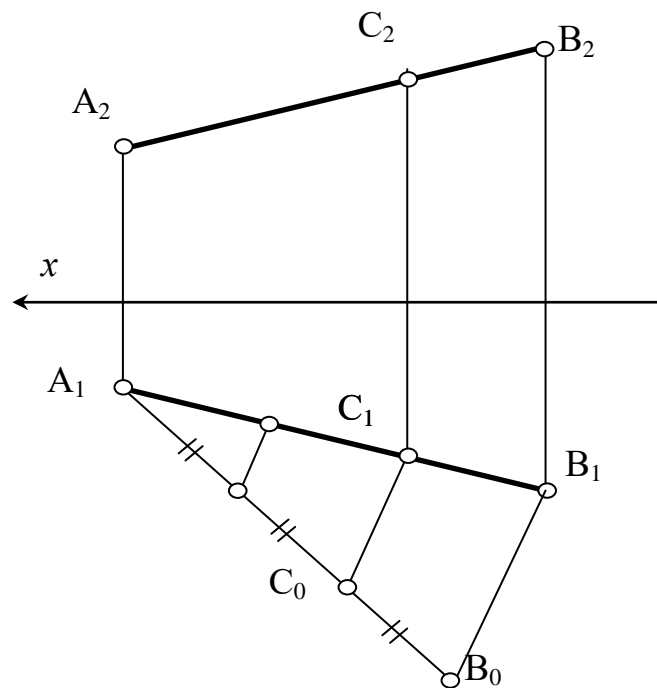


Рис. 2.17 Ділення відрізка проєкції прямої в пропорційному відношенні.

2.5 Сліди прямої лінії.

Слідами прямої лінії називаються точки перетину прямої з площинами проєкцій (рис. 2.18, 2.19). Пряма лінія загального положення має 3 сліда, рівня - 2, проєкціююча - 1.

M - горизонтальний слід;

M_1 - горизонтальна проєкція горизонтального сліду;

M_2 - фронтальна проєкція горизонтального сліду;

N - фронтальний слід;

N_1 - горизонтальна проєкція фронтального сліду;

N_2 - фронтальна проєкція фронтального сліду.

Однйменні проєкції слідів збігаються з самими слідами.

Для побудови горизонтального сліду прямої фронтальну проєкцію прямої A_2B_2 продовжують до перетину з віссю Ox і отримують фронтальну проєкцію горизонтального сліду M_2 . Так як точка M належить прямій AB , то її горизонтальна проєкція M_1 знаходиться на горизонтальній проєкції прямої A_1B_1 і лежить на одній лінії зв'язку з проєкцією M_2 . Для побудови фронтального сліду прямої її горизонтальну проєкцію A_1B_1 продовжують до перетину з віссю Ox і отримують горизонтальну проєкцію фронтального сліду N_1 . Фронтальну проєкцію фронтального сліду N_2 прямої знаходять по лінії зв'язку на її фронтальній проєкції (див. рис. 2.18, 2.19).

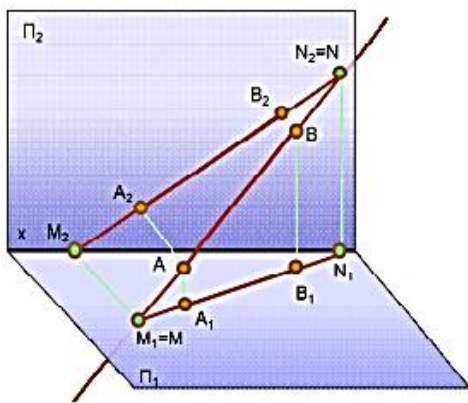


Рис.2.18. Сліди прямої лінії.

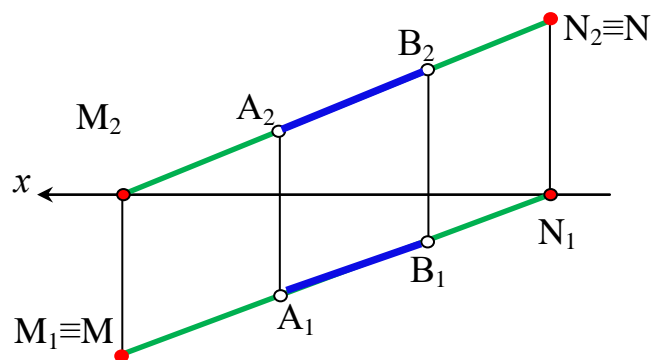


Рис.2.19. Побудова слідів прямої лінії.

2.6 Взаємне розташування прямих ліній.

Прямі лінії в просторі можуть бути паралельні, перетинатися або схрещуватися.

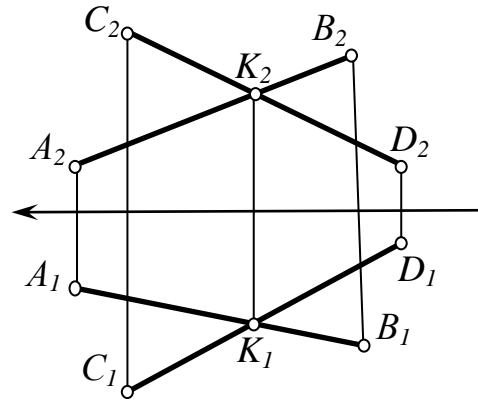
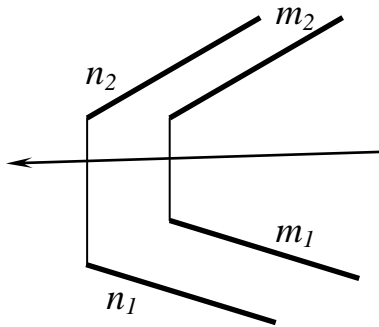


Рис.2.20. Паралельні прямі лінії.

Рис.2.21. Прямі лінії перетинаються.

Прямі **паралельні** (символ - //), якщо розташовані у одній площині, але не мають спільної точки. Якщо прямі паралельні, то їх однойменні проєкції на кресленні паралельні (рис. 2.20).

Прямі **перетинаються** (символ - \times), якщо мають одну спільну точку. Якщо прямі перетинаються, то на кресленні проєкції їх точки перетину лежать на одній лінії проєкційного зв'язку (рис.2.21).

Прямі **схрещуються** (символ - \cdot), якщо не задовольняються умови їх паралельності або перетину, а також, не розташовані в одній площині та не мають спільної точки.

Для прямих, що перехрещуються характерним є наявність конкуруючих точок.

Це точки, розташовані на прямих, що перехрещуються та належать до одного проєкціюючого променя, тобто їх проєкції на одній з площин збігаються. За їх допомогою визначається видимість геометричних фігур на кресленнику (рис.2.22).

У перехресних прямих на одній з проєкцій збігаються проєкції двох точок, тому одна з співпадаючих точок стає закритою. Такі точки називаються конкуруючими (рис. 2.22).

1 і 2 ($1_2 \equiv 2_2$) - фронтально конкуруючі точки; 3 і 4 ($3_1 \equiv 4_1$) - горизонтально конкуруючі точки.

З двох горизонтально конкуруючих точок на кресленні видимою буде та, фронтальна проєкція якої розташована вище; з двох фронтально конкуруючих точок видимою буде та, горизонтальна

проекція якої буде нижче. Точки 2 і 4 - невидимі - закриті, 1 і 3 - видимі - відкриті.

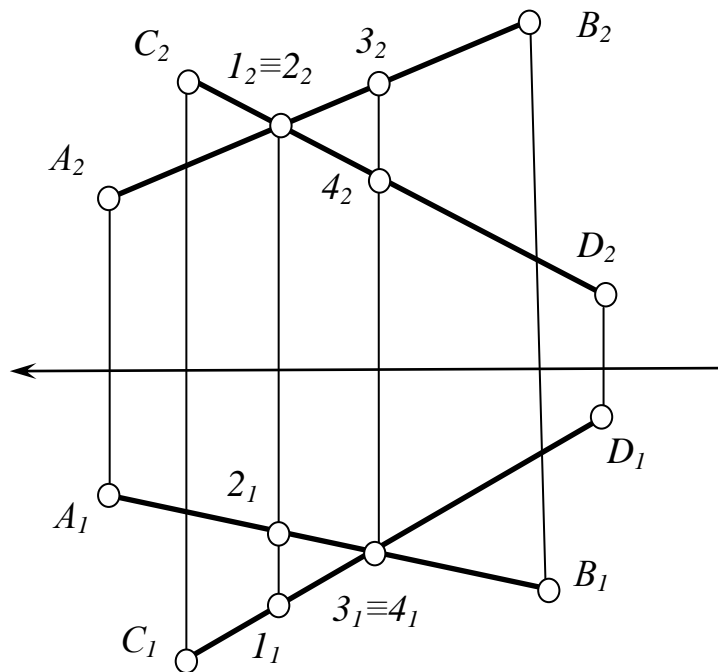


Рис.2.22. Прямі лінії схрещуються. Метод конкуруючих точок.

2.7 Проекції прямого плоского кута.

Особливий інтерес викликають взаємно перпендикулярні прямі, тому що відрізок перпендикуляра є мірою відстані від точки до прямої, площини, відстані між двома точками, двома паралельними прямими, площинами та т.ін.

Сформулюємо теорему.

Прямий кут перетину прямих або схрещування проектується на площину у прямий, якщо хоча б одна із сторін цього кута паралельна площині проєкцій.

Розглянемо рисунок 2.23.

Відповідно до теореми кут ABC (рис.2.23) проектується до прямого кута A_1, B_1, C_1 , тому що $BC \parallel \Pi_1$.

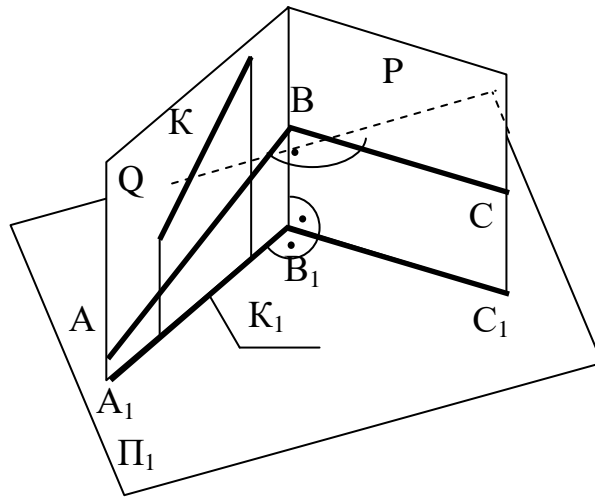


Рис.2.23 До теореми про проєкціювання прямого кута.

Якщо площина прямого кута не перпендикулярна до площини проєкцій, але хоча б одна його сторона паралельна площині проєкцій, то на цю площину кут буде проєктуватися в натуральну величину (рис.2.24). На рис. 2.24, а кут ABC прямий, так як його сторона BC є фронтальною, а на рис.2.24, б кут CDE не дорівнює 90° , так як обидві сторони кута – прямі загального положення.

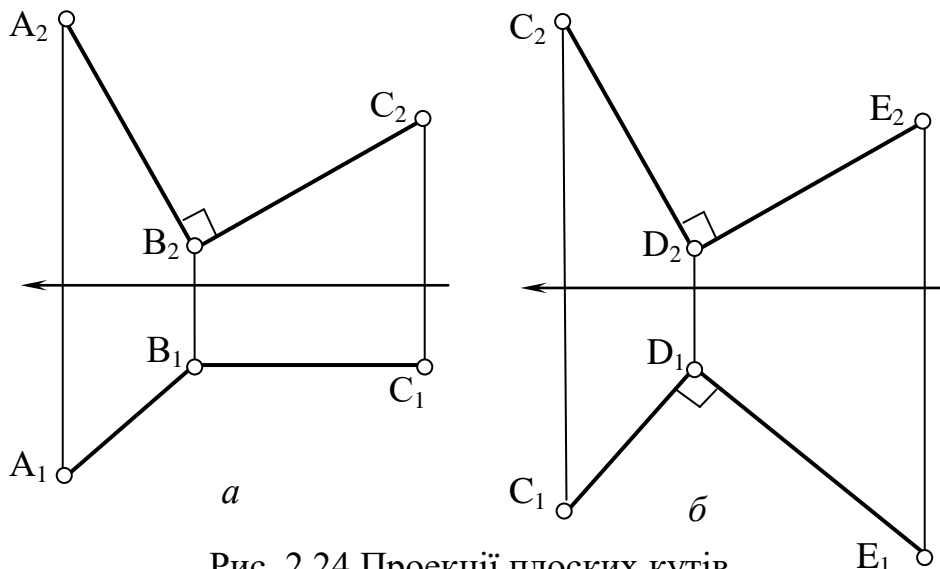


Рис. 2.24 Проєкції плоских кутів.

Приклади:

Через т. А провести пряму m , перпендикулярну до прямої рівня n .

Якщо поставити вимогу, щоб розшукувана пряма перетиналася із заданою прямою рівня під прямим кутом, то рішення є єдиним (рис.2.25).

У загальному випадку через т. А проходить пучок прямих, що перехрещуються з прямою n під прямим кутом.

Горизонтальні проекції розшукуваних прямих збігаються. Одне з можливих рішень приведено на (рис.2.26).

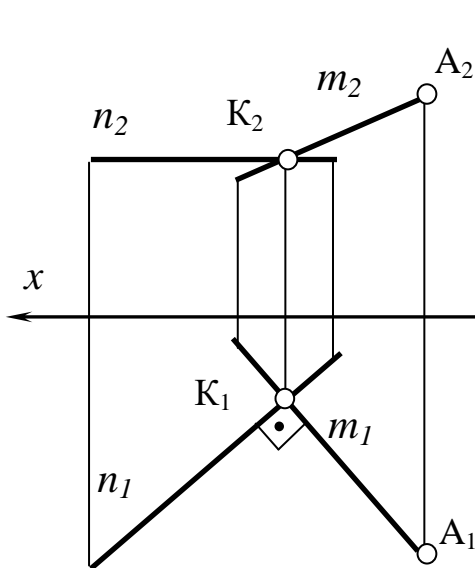


Рис. 2.25.

Прямі перетинаються.

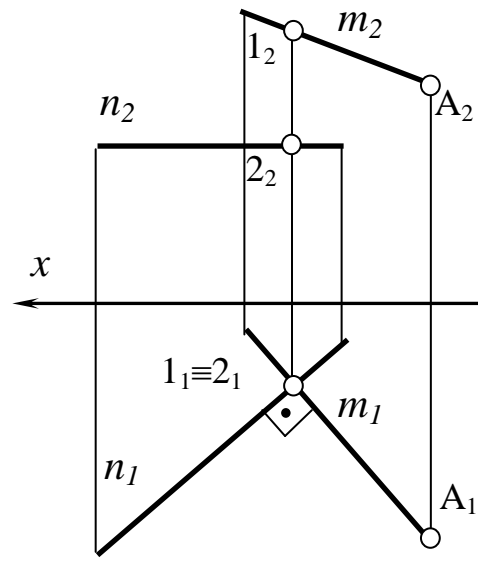


Рис. 2.26.

Схрещуванні прями.

Питання для самоперевірки.

1. Які прямі називають прямими загального положення? Рівня? Проекціюючими?
2. Як визначити натуральну величину відрізка прямої загального положення способом прямокутного трикутника?
3. Що називається слідами прямої лінії?
4. Як визначити на кресленні прямі паралельні, пересічні і перехресні?
5. Які точки називаються конкуруючими? Як визначити їх видимість на кресленні?
6. За яких умов прямої плоский кут проектується на площину проєкцій в натуральну величину?

ТЕМА 3 ПРОЕКЦІЇ ПЛОЩИНИ. ПРЯМА І ТОЧКА В ПЛОЩИНІ.

3.1. Способи завдання площини на кресленні.

Площину можна розглядати як окремий випадок поверхні, з якою пряма будь-якого напрямку збігається усіма своїми точками.

Площина може бути заданою:

- Трьома точками, що не лежать на одній прямій - рис. 3.1. (базовий визначник).
- Прямою та точкою поза прямою – рис.3.2.
- Двома прямими, що перетинаються – рис. 3.3.
- Двома паралельними прямими – рис. 3.4.
- Будь яким плоским багатокутником – рис. 3.5.
- На кресленні площина може бути заданою також слідами, тобто лініями, за якими площина перетинає площини проєкцій (рис.3.6).

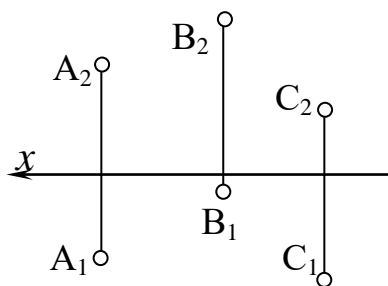


Рис.3.1.
площина

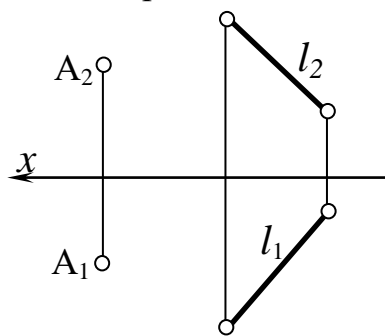


Рис.3.2.
площина $P(l, A)$

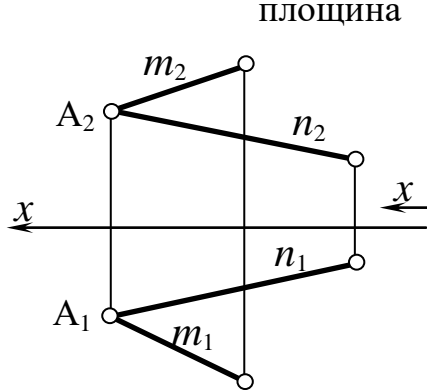


Рис.3.3.
площина $P(m \times n)$

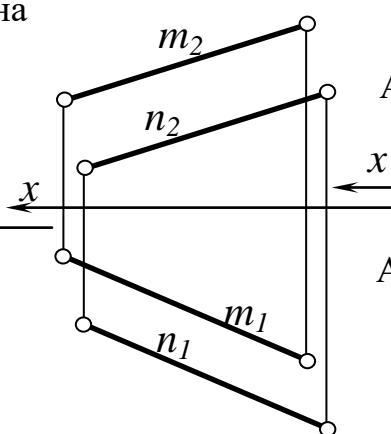


Рис.3.4.
площина $P(m//n)$

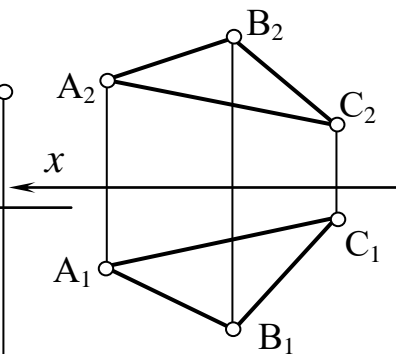


Рис.3.5.
площина $P(\triangle ABC)$

Слідами площини називаються лінії перетину площини з площинами проєкцій (рис. 3.6 а, 3.6 б). Лінія перетину площини α з площиною проєкцій Π_1 - горизонтальний слід площини $\alpha \cap \Pi_1$ і одночасно нульова горизонталь площини $h0\alpha$. На кресленні прийнято позначати $\alpha\Pi_1$. Лінія перетину площини α з площиною проєкцій Π_2 - фронтальний слід площини $\alpha \cap \Pi_2$ і одночасно нульова фронталь площини $f0\alpha$. На кресленні прийнято позначати $\alpha\Pi_2$. Лінія перетину площини α з площиною проєкцій Π_3 - профільний слід площини $\alpha \cap \Pi_3$ і одночасно нульова профільна пряма площини $p0\alpha$. На кресленні прийнято позначати $\alpha\Pi_3$.

Сліди площини завжди збігаються зі своєю однойменною проєкцією на цю площину, а інші проєкції цих слідів лежать на осях координат. На кресленні позначають тільки горизонтальні, фронтальні і профільні сліди, а їх проєкції на осях координат не позначають.

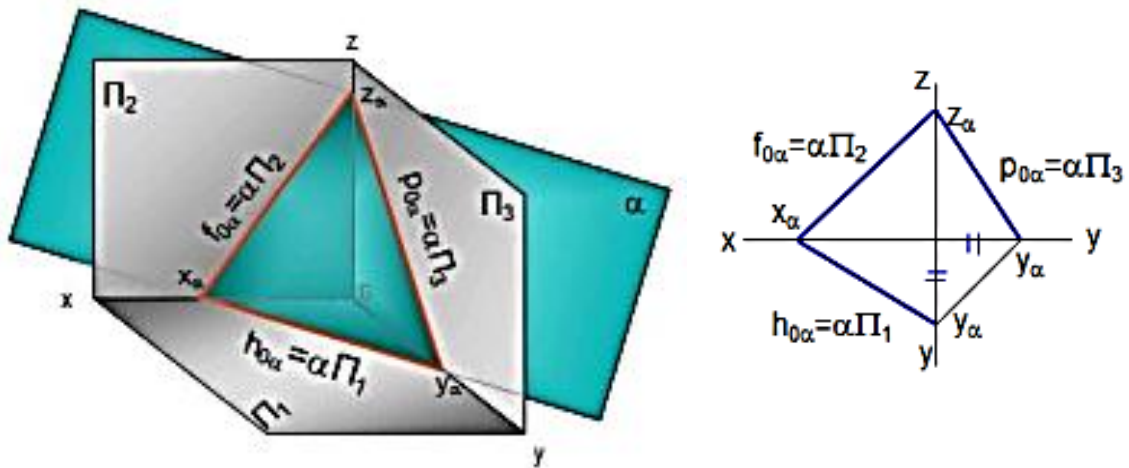


Рис. 3.6. Сліди площини в просторі (а), та сліди площини на епюрі (б).

У трикутнику слідів (див. Рис. 3.6 а) всі кути гострі, кут між слідами в просторі не дорівнює куту між слідами на кресленні. На рис. 3.6 б представлений епюр площини, заданий слідами.

Кожне завдання площини на епюрі з названих вище може бути перетворено в інше з них.

3.2. Положення площини відносно площин проекцій.

У залежності від положення, яке займає площина по відношенню до площин проекцій, розрізняють:

3.2.1. *Площина загального положення* - це площина, що не перпендикулярна ні до однієї з площин проекцій (рис.3.1–рис.3.6).

3.2.2. *Площина проєкціююча* - це площина, яка перпендикулярна до будь-якої площини проекцій (рис. 3.7...3.9).

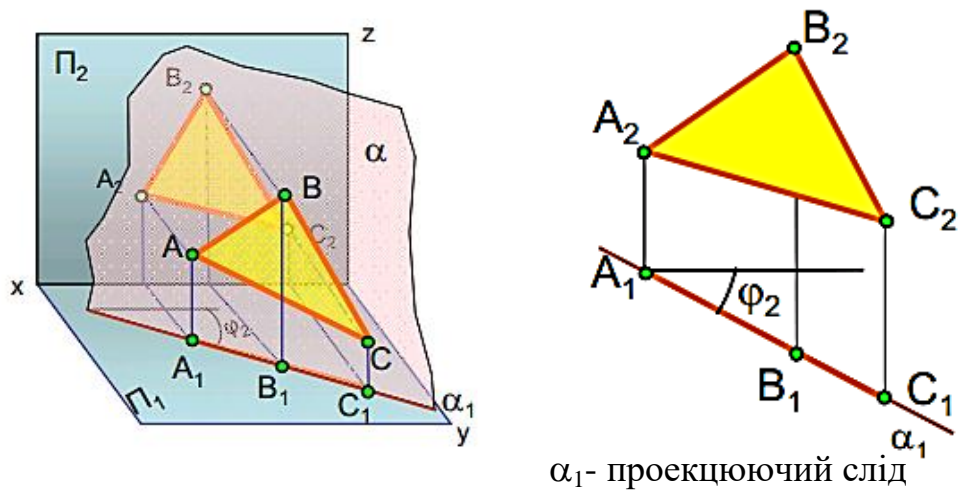


Рис. 3.7. Горизонтально - проєкціююча площина $\perp \Pi_1$

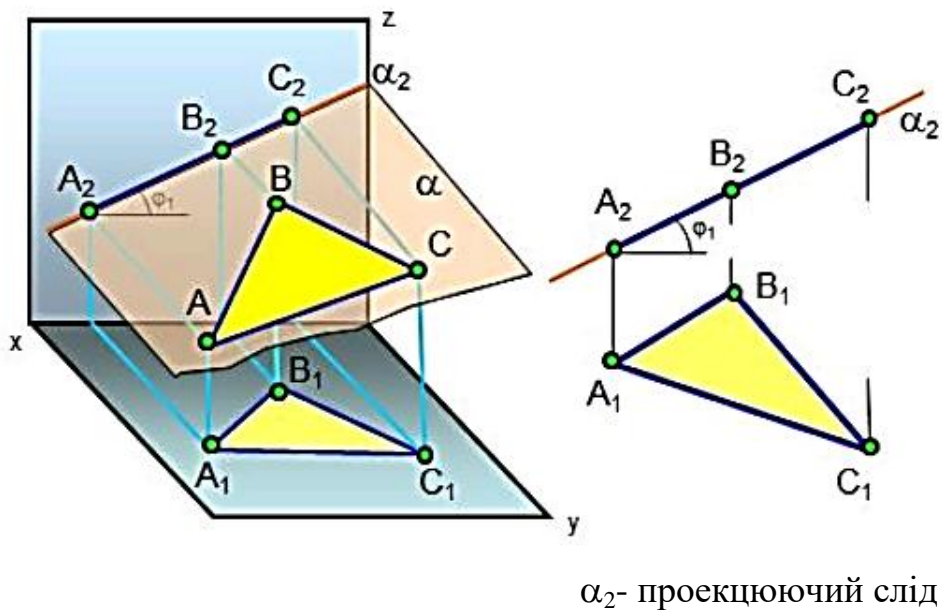
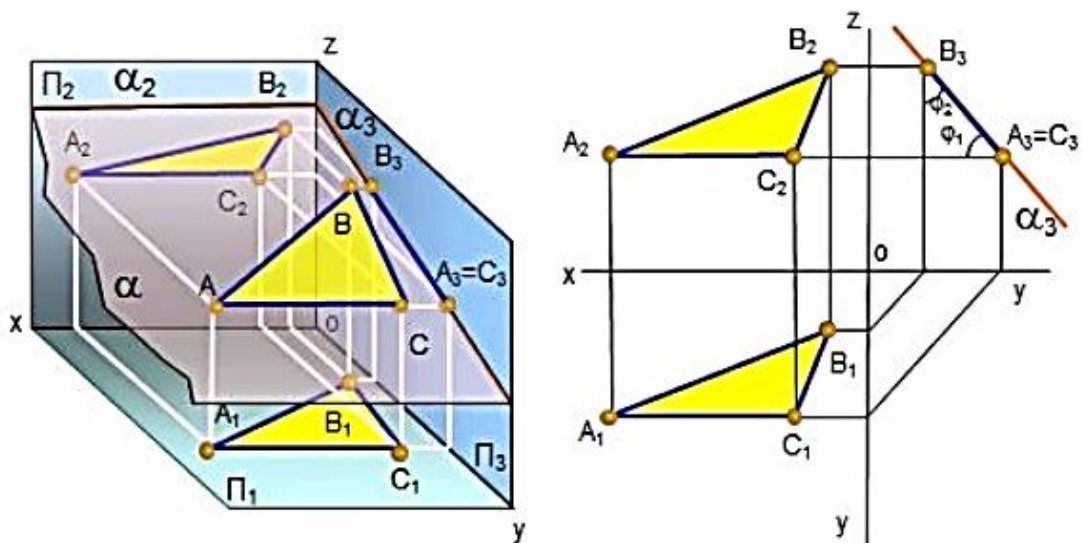


Рис. 3.8. Фронтально - проєкціююча площина $\perp \Pi_2$.



α_3 - проекціюючий слід

Рис. 3.9. Профільно - проекціююча площина $\perp \Pi_3$.

Слідом – проекцією називається лінія перетину площини з тією площиною, по відношенню до якої дана площина перпендикулярна.

Збиральна властивість проекціюючих площин.

Будь-яка пряма, плоска фігура, що належить до проекціюючої площини, проектується на слід - проекцію цієї площини.

3.2.3. **Площина рівня** - це площина, паралельна одній площині проєкцій. Всі елементи, що лежать в цих площинах, на одну площину проєкцій проектуються в *натуральну величину*. (рис. 3.10 ... 3.12).

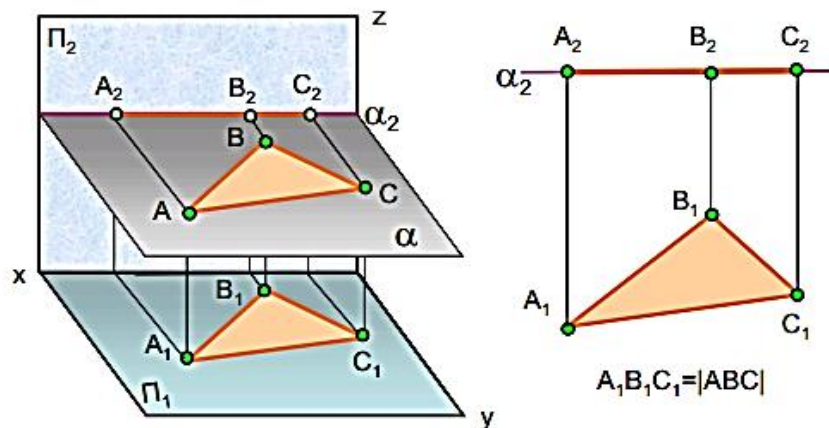


Рис. 3.10. Площина горизонтального рівня.

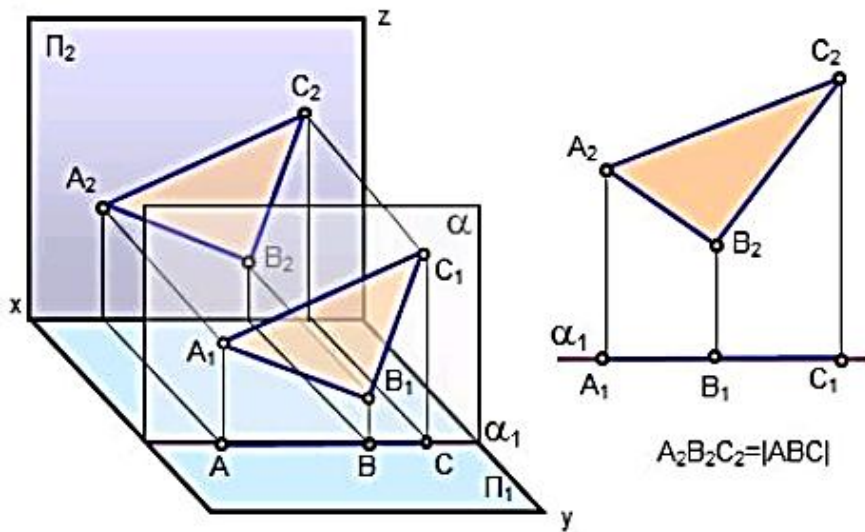


Рис. 3.11. Площина фронтального рівня.

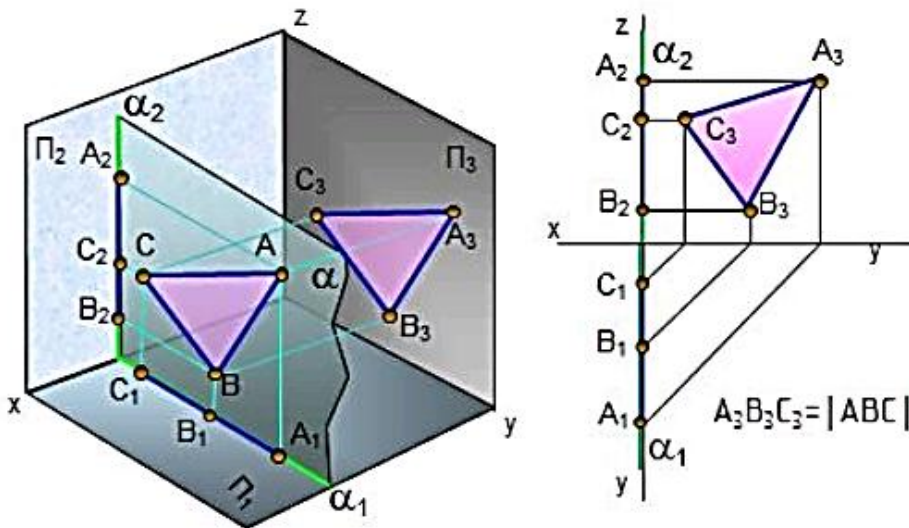


Рис. 3.12. Площина профільного рівня.

3.3 Умова належності точки і прямої лінії до площини.

Точка належить до площини, якщо вона належить прямій яка розташована в заданій площині.

Пряма належить до площини, якщо дві її точки належать до площини, або коли вона проходить через точку, що належить площині та паралельна до іншої прямої, що належить площині.

Як побудувати на кресленні пряму лінію, що лежить в заданій площині?

Ця побудова заснована на двох положеннях, відомих з геометрії:

1. Пряма належить площині, якщо вона проходить через дві точки, що належать цій площині.

2. Пряма належить площині, якщо вона проходить через точку, яка належить цій площині, і паралельна прямій, яка перебуває в цій площині або паралельна їй.

Задача 1. Побудувати горизонтальну проекцію точки K (K_2), яка належить площині трикутника ABC (рис. 3.13, *a*).

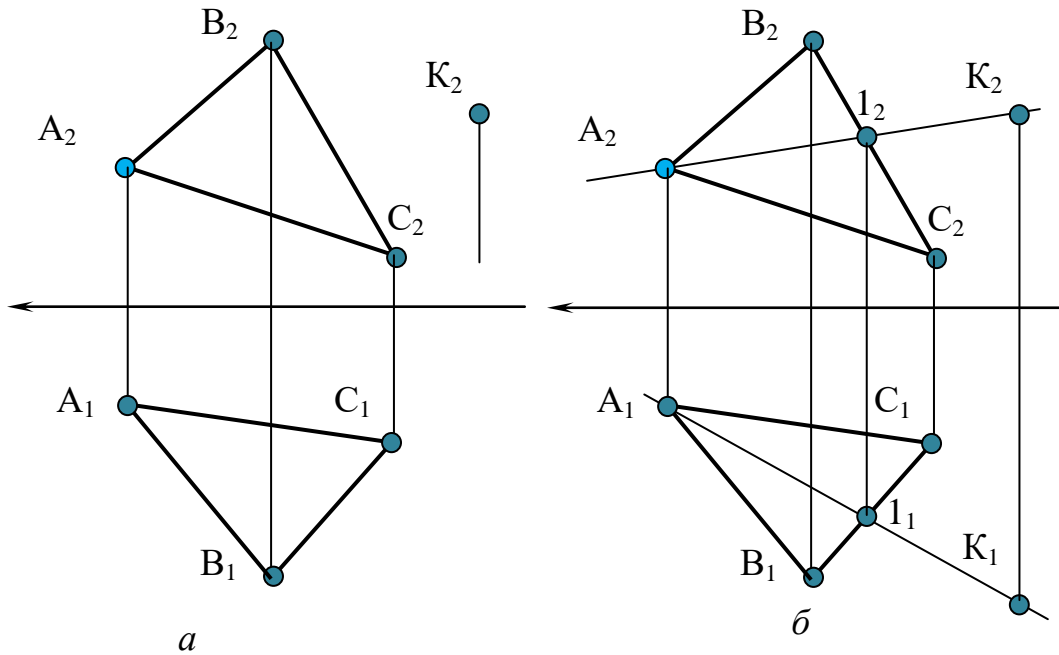


Рис. 3.13. Визначення горизонтальної проекції точки K_1 .

Алгоритм рішення:

- 1Згідно умови точка K належить площині ABC ($K \in \alpha(ABC)$);
- 2Через точку A_2 і точку K_2 проводимо пряму яка належить площині ABC та перетинає BC в точці l_2 ($A_2l_2 \subset \alpha(ABC)$); ($K_2 \in A_2l_2$);
- 3Проводимо лінію проекційного зв'язку для визначення місця положення точки l_1 ;
- 4Будуємо горизонтальну проекцію прямої A_1l_1 і на перетині прямої A_1l_1 та лінії проекційного зв'язку визначаємо положення точки K_1 ($A_1l_1 \subset \alpha(ABC) \Rightarrow K_1 \in A_1l_1$).

На рис. 3.13, *б* приведено рішення задачі.

Задача 2. Побудувати горизонтальну проекцію прямої α (α_2), яка належить площині трикутника ABC (рис. 3.14 *a*).

Алгоритм рішення:

1 Згідно умови пряма α належить площині ABC ($\alpha \in (ABC)$);

2 Визначаємо точки належності прямої α до площини ABC. Точка 1_2 належить стороні A_2C_2 , а точка 2_2 відповідно B_2C_2 ($\alpha_2 \in A_2C_2$; $\alpha_2 \in B_2C_2$);

3 Проводимо лінію проекційного зв'язку для визначення місця положення точки $1_1, 2_1$ на сторонах A_1C_1 та B_1C_1 ($1_1 \in A_1C_1$; $2_1 \in B_1C_1$);

4 Будуємо горизонтальну проекцію прямої α яка проходить через точки $1_1, 2_1$.

На рис. 3.14, б приведено рішення задачі.

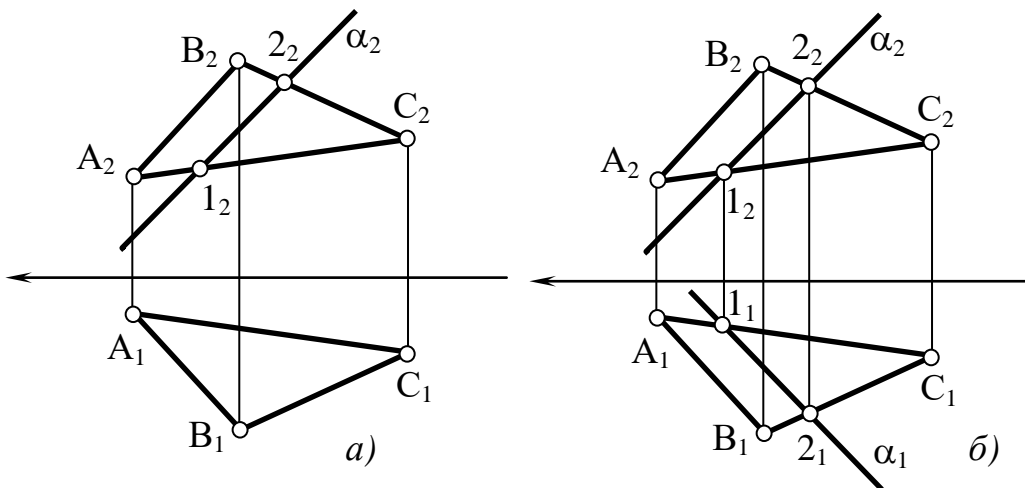


Рис. 3.14. Побудова проекції прямої α належної площині ABC.

Задача 3. Побудувати горизонтальну проекцію прямої l (l_2), яка належить площині P (рис. 3.15 а).

Алгоритм рішення:

1. Згідно умови пряма l належить площині P ($l \in P$);

2. Визначаємо точку належності прямої l до площини P. Точка 1_2 належить сліду площини P_2 ($l_2 \in P_2$) і співпадає з горизонтальною проекцією горизонталі h_2 ($h_2 \equiv l_2$);

3. Проводимо лінію проекційного зв'язку для визначення місця положення точки 1_1 в площині P_1 ;

4. Враховуючи, що точка 1_2 належить фронтальному сліду f_2^0 площини P_2 , будуємо лінію проекційного зв'язку за допомогою якої визначаємо положення точки 1_1 ($1_1 \in f_1^0$);

5. Пряма l_1 співпадає з прямою h_1 яка належить площині та проходить через точку l_1 , що належить площині та паралельна до іншої прямої h_1^0 , яка належить площині. ($h_2 \equiv l_2$; $l_1 \in f_1^0$; $l_1 \equiv h_1$; $h_1 \parallel h_1^0$).

На рис. 3.15, б приведено рішення задачі.

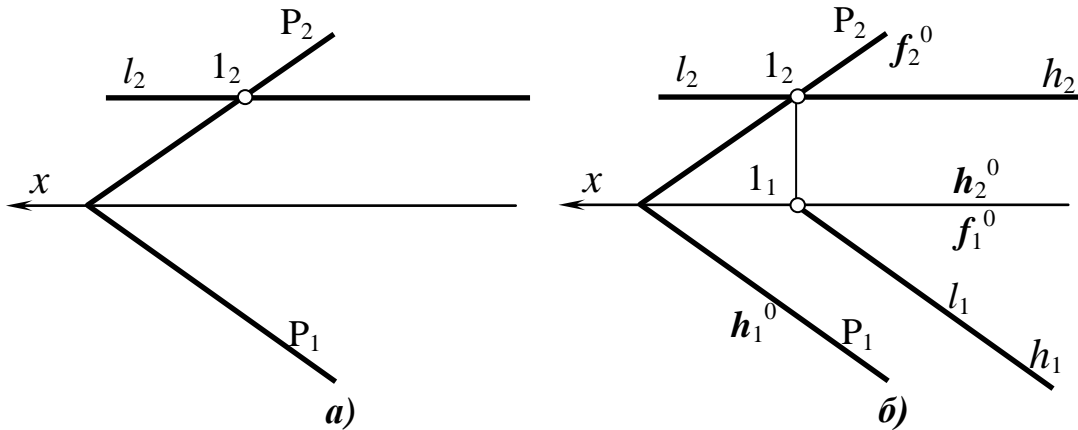


Рис. 3.15. Побудова проекції прямої l належної площині P .

3.4. Лінії особливого положення в площині.

До них відносяться горизонталі, фронталі, профільні прямі та лінії найбільшого нахилу площини (рис. 3.16).

Горизонталю площини називається пряма, що належить площині і паралельна площині проєкцій Π_1 . На кресленнику фронтальна проєкція горизонталі h_2 завжди паралельна осі x . На рис. 3.16 побудована горизонталь.

Фронталю площини називається пряма, що належить площині і паралельна площині проєкцій Π_2 . На кресленнику горизонтальна проєкція фронталі f_1 завжди паралельна осі x . На рис. 3.17 побудована фронталь в трикутнику ABC .

Профільна пряма площини це лінія, що належить площині та паралельна профільній площині проєкцій Π_3 . На кресленнику горизонтальна проєкція профільної прямої p_1 паралельна осі y , а на фронтальній проєкції паралельна осі z .

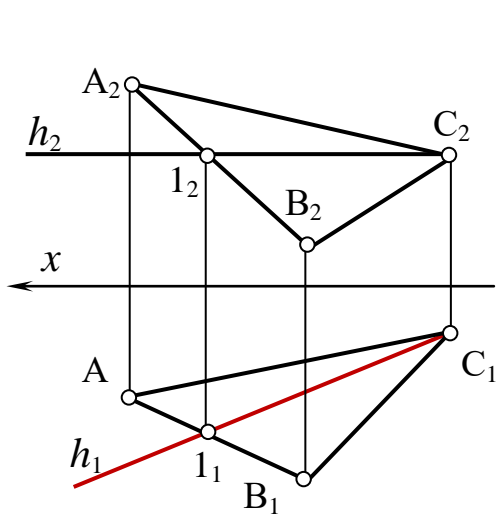


Рис.3.16. Горизонталь площини $P(\triangle ABC)$.

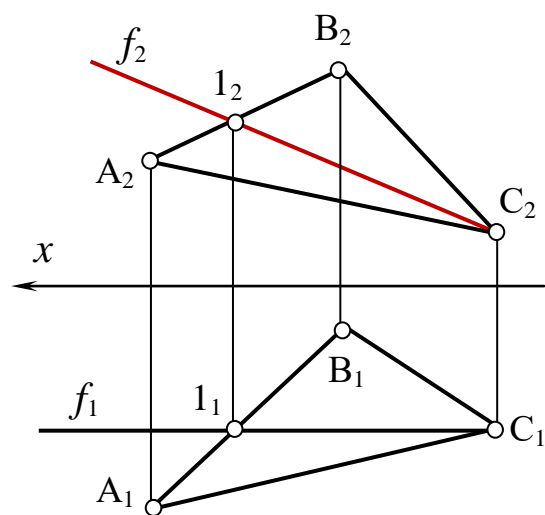


Рис.3.17. Фронталь площини $P(\triangle ABC)$.

На рис. 3.18 побудована профільна пряма.

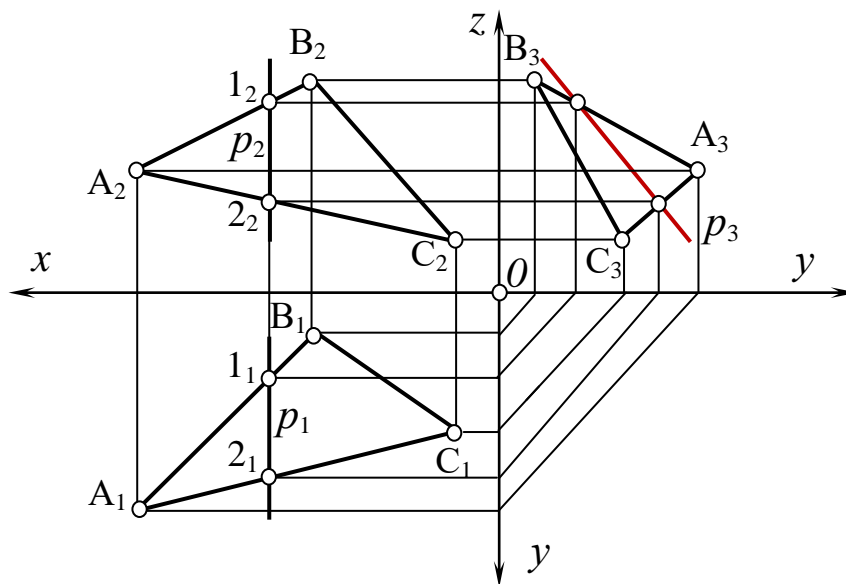


Рис. 3.18. Профільна пряма площини $\Sigma(\triangle ABC)$.

Сліди площини є горизонталь та фронталь нульового рівня. Горизонталь та фронталь часто використовуються для завдання площин, тому що вони дозволяють виявити орієнтацію площини відносно площин проєкцій.

Лінія найбільшого нахилу до площин проєкцій - це пряма, що належить до площини та перпендикулярна її лініям рівня

(горизонталю, фронталю, профільним прямим) і утворюють найбільший кут.

На основі теореми про проєкціювання прямого кута горизонтальна проєкція лінії найбільшого нахилу є перпендикулярною до горизонтальної проєкції горизонталі (рис.3.19).

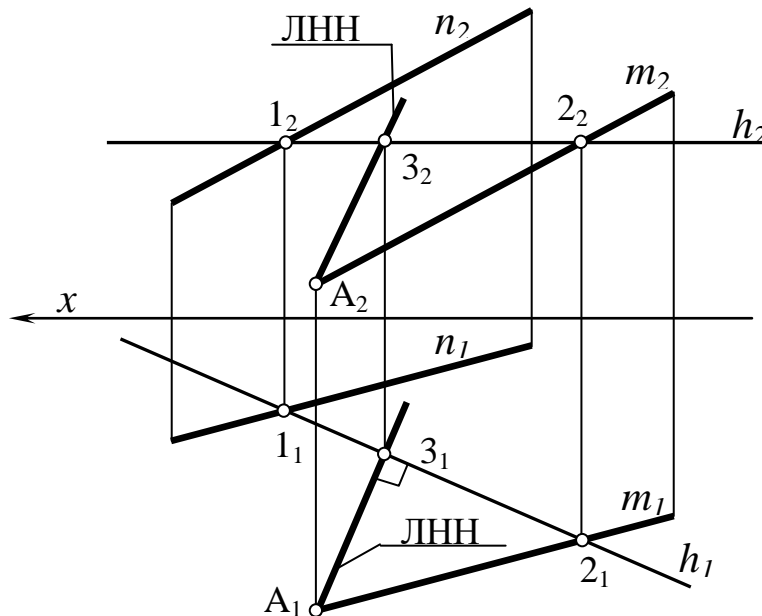


Рис.3.19. Побудова лінії найбільшого нахилу.

Аналогічно можна збудувати лінію найбільшого нахилу до площини Π_2 .

Лінія найбільшого нахилу однозначно визначає площину на комплексному кресленні та у просторі.

За допомогою цих ліній можна визначити кути нахилу площин до площинах проєкцій. Горизонталі і фронталі можна використовувати для побудови відсутніх проєкцій точок в площинах.

Питання для самоперевірки.

1. Як задають площину на кресленні?
2. Які прямі називаються слідами площини?
3. Які площини називаються площинами загального положення, рівня і проєкціюючими?
4. За якої умови точка належить площині?
5. За яких умов пряма належить площині?
6. Які лінії називаються горизонталлю і фронталлю площини?

ТЕМА 4 ВЗАЄМНЕ ПОЛОЖЕННЯ ПЛОЩИН. ВЗАЄМНЕ ПОЛОЖЕННЯ ПРЯМОЇ І ПЛОЩИНИ.

4.1. Взаємне розташування двох площин.

Площини в просторі або паралельні, або перетинаються. Якщо площини перетинаються, то лінія їх перетину є прямою для побудови якої досить визначити дві точки або одна точка і напрям лінії перетину.

Площини є паралельними, якщо дві прямі, що перетинаються, одної площини відповідно паралельні двом прямим, що перетинаються, іншої площини (рис.4.1).

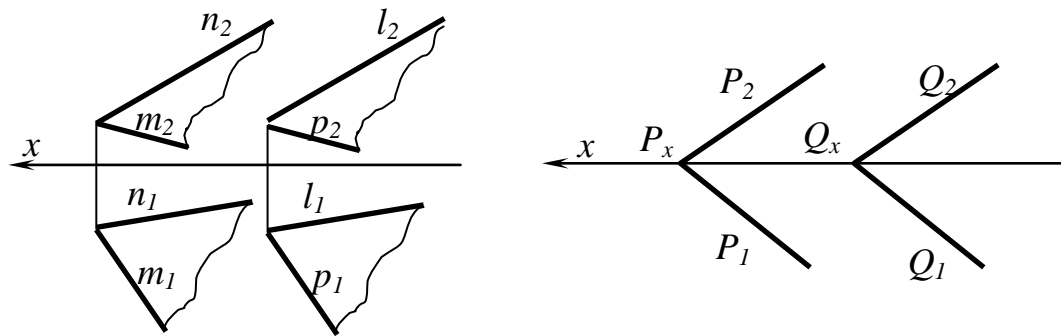


Рис.4.1. Площини паралельні.

Дві площини можуть перетинатися під довільним кутом, або бути перпендикулярними.

Лінією перетину двох площин називають пряму, що належить одночасно до двох площин. Для побудови лінії перетину двох площин (тобто прямої) необхідно та достатньо визначити:

1. Дві точки, що належать одночасно до обох площин (рис.4.2. а).
2. Одну загальну точку та напрям лінії перетину (рис. 4.2. б).

Приклад побудови лінії перетину двох площин (проекціюючої площини P з площиною загального положення R) представлена на рис. 4.2.

На рисунку 4.2 а представлені площина $R(\triangle ABC)$ задана трикутником ABC загального положення та фронтально проекціююча площина P задана слідами. На рисунку 4.2 б площина загального положення R задана слідами, а площина P є площиною рівня (паралельна площина Π_1).

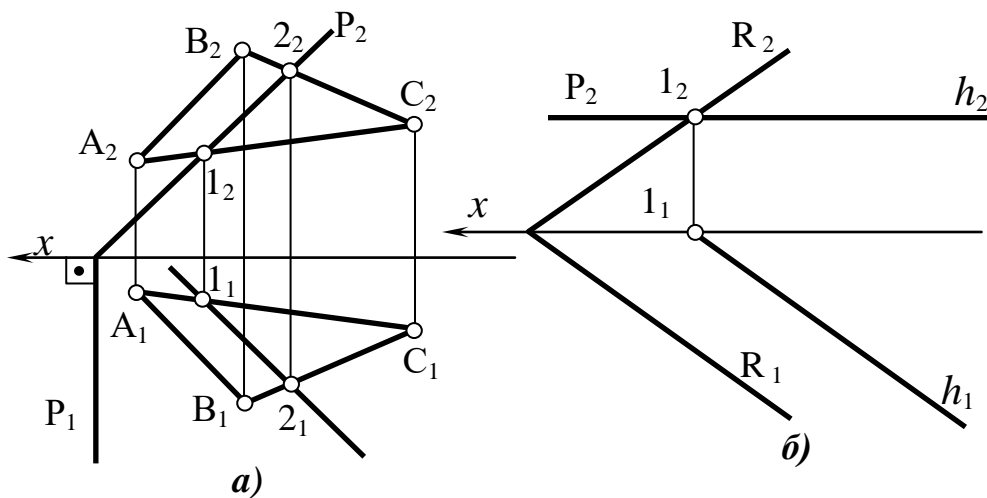


Рис.4.2. Площини, що перетинаються.

4.2 Метод посередника.

Загальний спосіб побудови лінії перетину двох площин полягає в тому, що задані площини перетинаються допоміжними площинами,

будують лінії перетину допоміжної площини з кожною заданою площиною. Точки перетину цих ліній належать лінії перетину заданих площин (рис. 4.3).

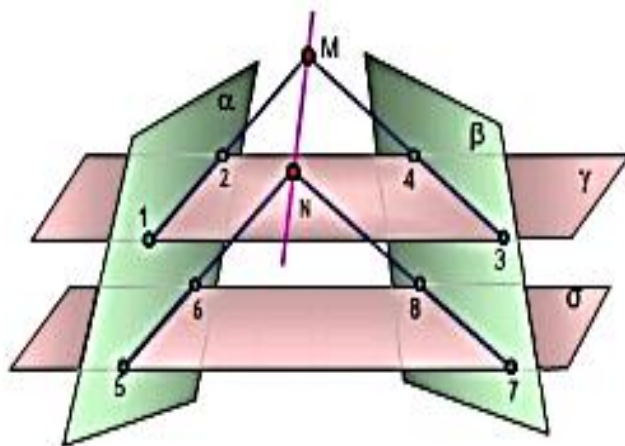


Рис. 4.3. Загальний спосіб побудови лінії перетину площин.

α, β - задані площини;
 γ, σ - допоміжні площини;
 $\alpha \cap \gamma = 1-2$; $\beta \cap \gamma = 3-4$;
 $\alpha \cap \sigma = 5-6$; $\beta \cap \sigma = 7-8$;
 $1-2 \cap 3-4 = M$; $5-6 \cap 7-8 = N$.

Для побудови лінії перетину площин використовують алгоритм.

Алгоритмом називають послідовність певних операцій (в нарисній геометрії – графічних операцій), необхідних для розв'язання задачі.

ОСНОВНИЙ АЛГОРИТМ ПЕРЕТИНУ ПЛОЩИН:

1. Проводимо додаткову площину - посередник Σ (як правило площина рівня або проєкціююча).

2. Будуємо лінію перетину площини - посередника із першою площиною $\Sigma^1 \times P = h^1 (h_1^1, h_2^1)$.

3. Будуємо лінію перетину площини - посередника із другою площиною $\Sigma^2 \times [\triangle ABC] = h^2 (h_1^2, h_2^2)$.

4. Точка перетину побудованих ліній і є точкою розшукуваної лінії перетину $(1, 2 \times 3, 4) = M$.

Аналогічно знаходимо і другу точку (N).

Отримані дві точки визначають шукану лінію перетину двох площин.

Метод посередників часто використовується і далі для визначення загальних точок різноманітних геометричних образів.

Якщо площини, які перетинаються, задані визначниками такого виду, що безпосереднє визначення загальних для обох площин точок важко або неможливе, то для знаходження спільних точок ці площини перетинають третьою площиною - посередником, обираючи його розташування так, щоб посередник перетинав кожен задану площину за зручними для побудови прямими. Перетин двох цих прямих і визначає точку, спільну для усіх трьох площин (рис.4.4).

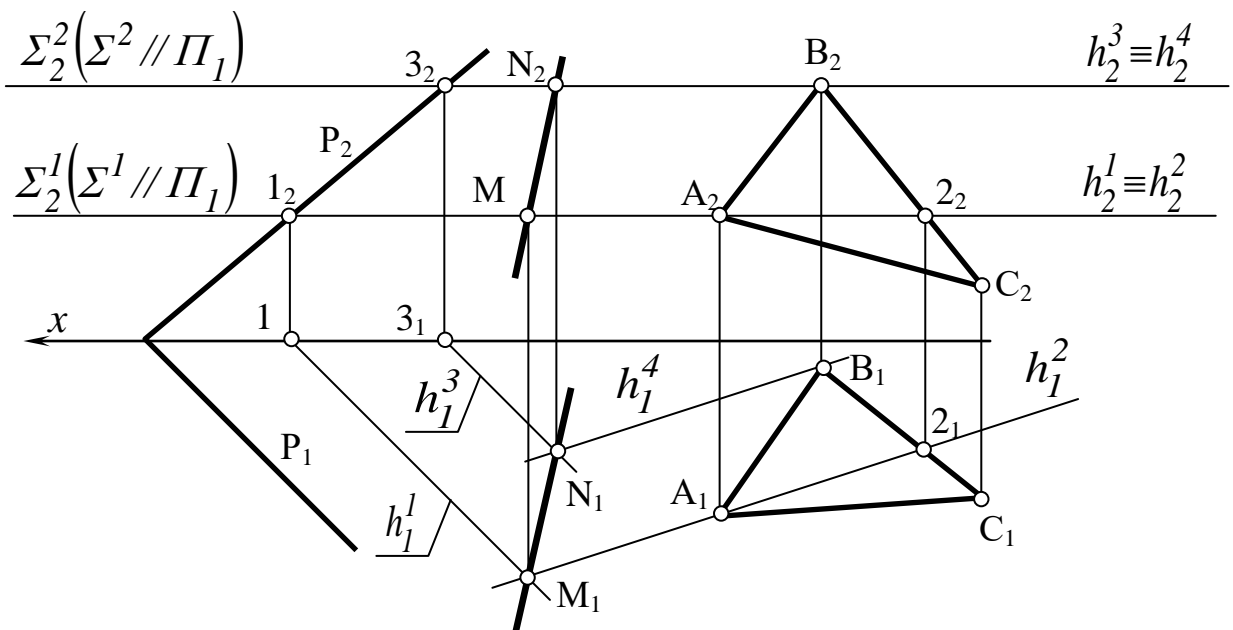


Рис.4.4. Побудова ліній перетину двох площин методом посередників.

4.2.1. Перетин площини загального положення з площинами приватного положення.

Приклад. Побудувати лінію перетину площини загального положення σ ($\triangle ABC$) і площини рівня $\alpha(\alpha_2)$ (рис. 4.5).

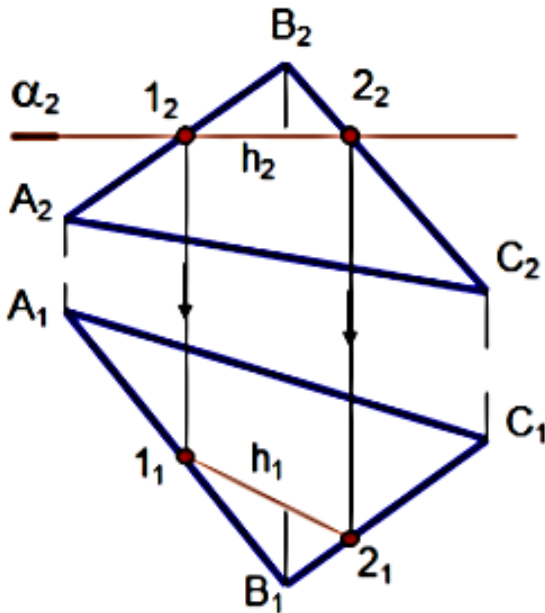


Рис.4.5.Перетин площини загального положення і площини рівня.

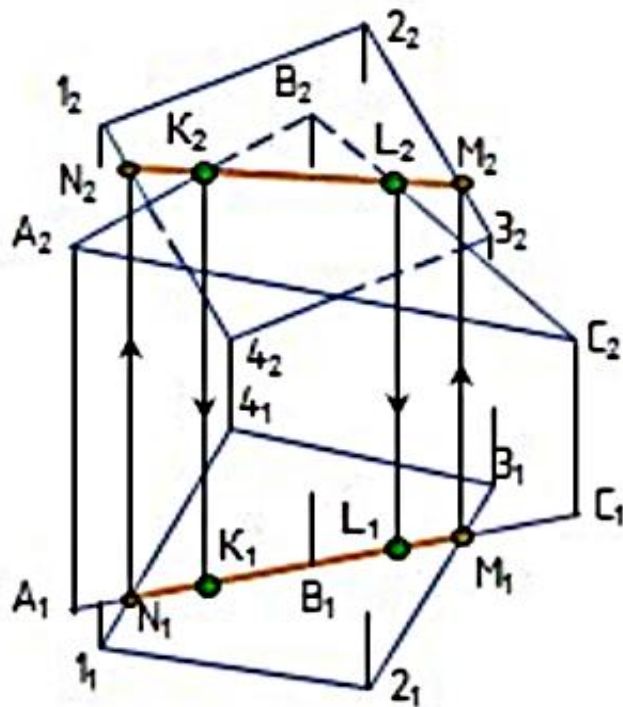
Перетин лінії M_2N_2 зі сторонами трикутника $A_2B_2C_2$ - точки K_2 і L_2 - визначають конкретну лінію перетину відсіків площин чотирикутника 1234 і трикутника ABC .

Рис. 4.6. Перетин площини загального положення з проєкціуючою площиною.

У цьому випадку лінія перетину на фронтальній проєкції зливається з фронтальним слідом площини і лінією перетину є лінія рівня, в даному прикладі - горизонталь.

Приклад. Побудувати лінію перетину площини загального положення $\alpha(1234)$ з проєкціуючою площиною σ ($\triangle ABC$) (рис. 4.6).

Горизонтальна проєкція лінії перетину N_1M_1 збігається з проєкціуючим слідом площини σ , точки фронтальної проєкції лінії перетину площин M_2N_2 визначають по лініях зв'язку.



4.3. Взаємне розташування прямої лінії та площини.

Відомі такі випадки взаємного розташування прямої лінії та площини:

4.3.1. Пряма належить до площини (див. тема 3).

4.3.2. Пряма є паралельною до площини, якщо вона є паралельною до прямої лінії даної площини (рис. 4.7).

4.3.3. Пряма перетинається з площиною у точці, для визначення якої використовують умови належності (інцидентності) точки до прямої, розглянуте раніше. Для побудови цієї точки використовують метод посередника (рис.4.8).

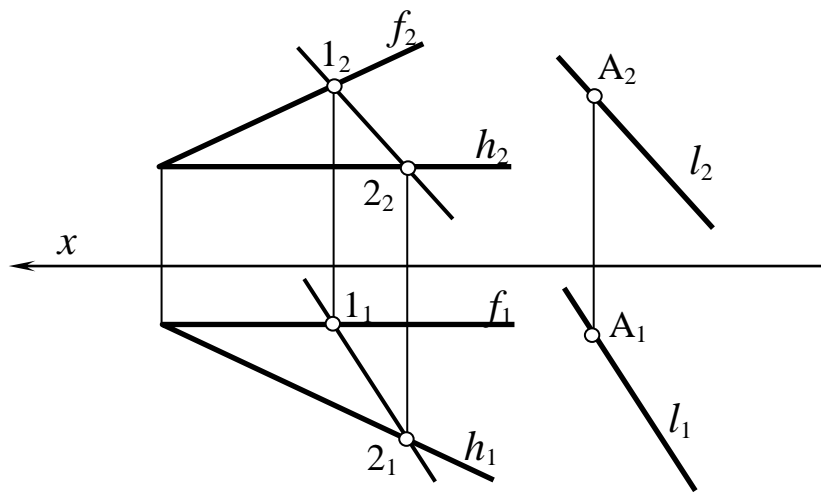


Рис.4.7. Пряма l паралельна площині

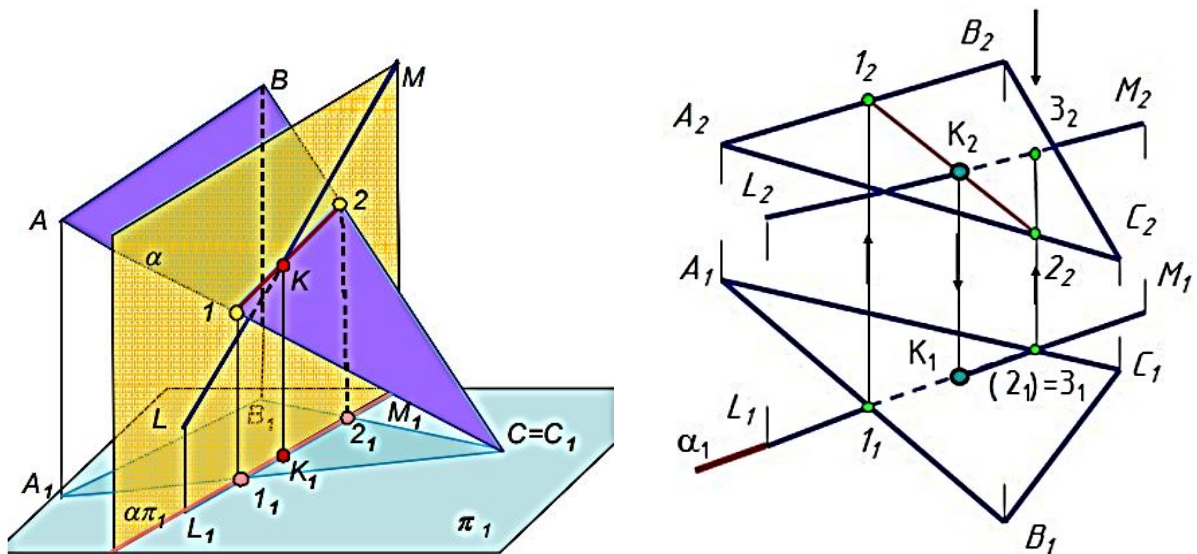


Рис. 4.8. Перетин прямої загального положення з площиною загального положення.

В цьому випадку для побудови точки перетину необхідно виконати наступне:

1. Через пряму провести допоміжну площину, краще проєкціюючу - $\alpha(\alpha_1)$.

2. Побудувати лінію перетину допоміжної площини із заданою - ΔABC (лінія 1-2).

3. Визначити точку перетину лінії 1-2 і заданої прямої, яка є точкою перетину прямої з площиною.

4. Визначити видимість прямої перетин прямої на проєкціях загального положення з площиною (рис. 4.8.).

Видимість прямої визначається за допомогою конкуруючих точок (див. рис. 2.22). Видимість прямої досить визначити на горизонтальній проєкції,

відрізок 1_1K_1 буде невидимим. Так як площину ΔABC спадна, то видимість на фронтальній проєкції буде зворотною, невидимим буде відрізок K_23_2 . Якщо площину висхідна, то видимість на проєкціях буде однаковою.

На рис. 4.8 представлено наглядне рішення цього завдання.

Задача. Визначити точку перетину прямої l з площиною $l \times P(\Delta ABC) = K$.

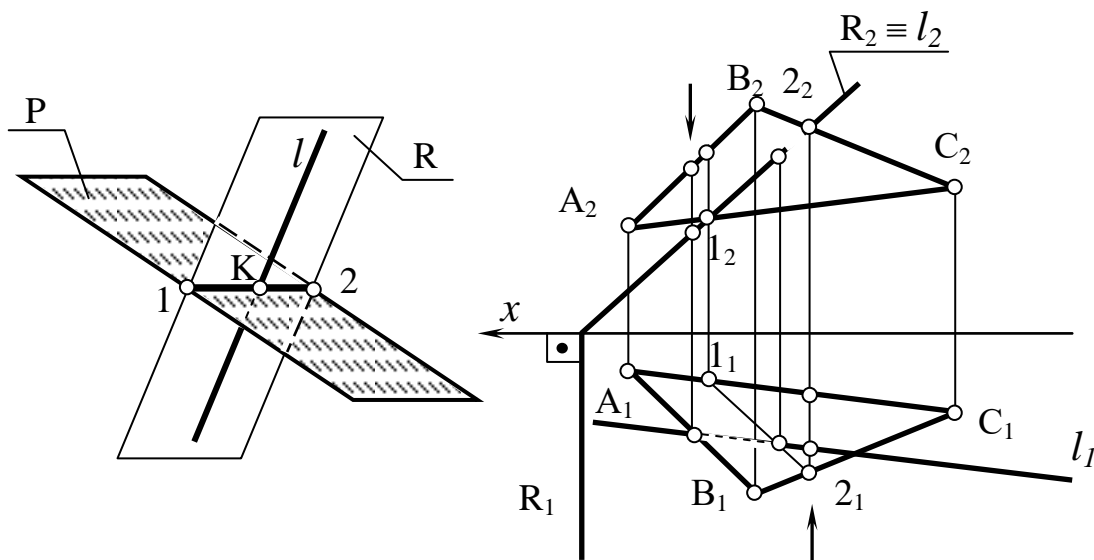


Рис. 4.9. Побудова точки перетину прямої l з площиною $P(\Delta ABC)$.

АЛГОРИТМ

1. Через пряму l проводимо площину - посередник, наприклад, $R \perp \Pi_2$.
2. Будуємо лінію 1-2 перетину площин $P(\triangle ABC)$ та R .
3. Визначаємо точку K перетину прямих l та 1-2.
4. Видимість прямої l (відносно непрозорого $\triangle ABC$) визначається для кожної із проєкцій за допомогою конкуруючих точок.

4.3.4. Перетин прямої загального положення з площинами приватного положення.

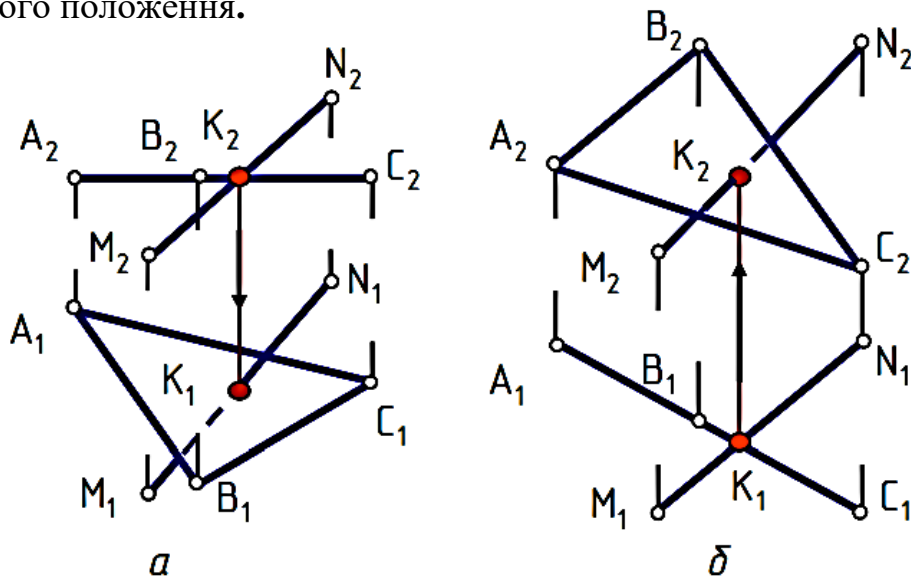


Рис. 4.10. Перетин прямої загального положення з площинами приватного положення.

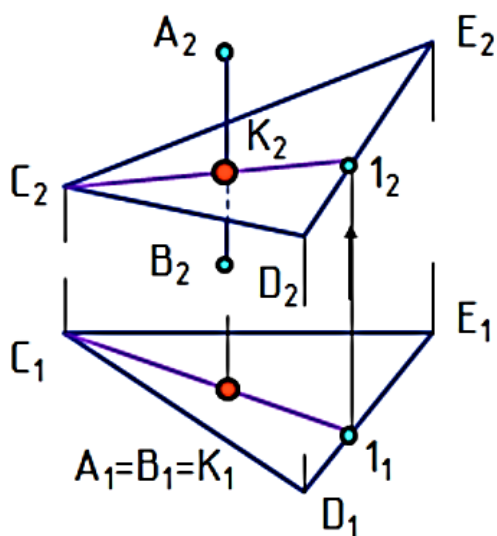


Рис. 4.11. Перетин проєкціюючої прямої з площиною загального положення.

Приклади перетину прямої загального положення з площинами приватного положення приведені на рис. 4.10, *a* (перетин з площиною рівня) і 4.10, *б* (перетин з проєкціюючою площиною $\triangle ABC$). У цих прикладах точка перетину прямої з площиною визначається без додаткових побудов.

На рис. 4.11. горизонтально проєкціююча пряма AB перетинається з площиною трикутника CDE . Горизонтальна проєкція точки перетину K_1 прямої AB з площиною $\triangle ABC$ збігається з горизонтальною проєкцією прямої A_1B_1 . Точка перетину K - це точка з подвійною приналежністю: $K \in \triangle ABC$; $K \in AB$. Тому для побудови якої бракує проєкції точки перетину досить через пряму провести горизонталь, або фронталь, або будь-яку пряму, тобто визначити проєкції точки перетину як проєкції точки, що належить площині.

4.4. Перпендикулярність прямої та площини.

Якщо пряма перпендикулярна площині, то вона перпендикулярна двом пересічним прямим цієї площини.

В якості двох пересічних прямих зручно використовувати горизонталь і фронталь площини.

На підставі правила проєктування прямого плоского кута горизонтальна проєкція перпендикуляра перпендикулярна горизонтальній проєкції горизонталі, а його фронтальна проєкція перпендикулярна фронтальній проєкції фронталі.

Теорема про перпендикулярність прямої та площини.

Пряма є перпендикулярною до площини, якщо горизонтальна проєкція прямої перпендикулярна до горизонтальної проєкції горизонталі, а фронтальна проєкція перпендикулярна до фронтальної проєкції фронталі.

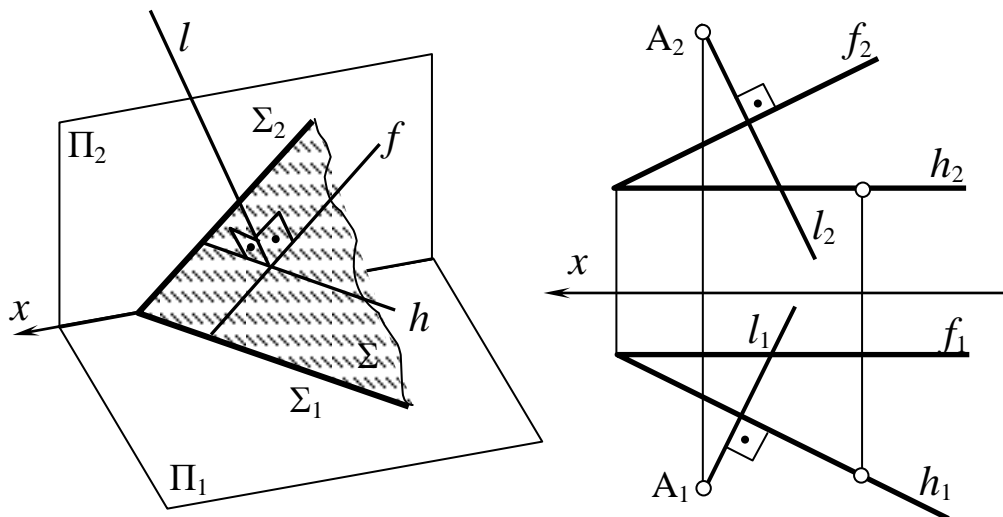


Рис.4.12. Пряма, що перпендикулярна до площини.

Для того, щоб її довести, достатньо скористатися теоремою про проектування прямого кута (розділ 2.7 рис. 2.23.) у випадку, коли площина задана горизонталлю та фронталлю (рис.4.12.).

Приклад. З точки K опустити перпендикуляр на площину $\alpha(ABC)$ (рис. 4.13.).

У площині спочатку будують горизонталь h та фронталь f , а потім - проєкції перпендикуляра. $K_1L_1 \perp h_1$; $K_2L_2 \perp f_2 \Rightarrow KL \perp \alpha(ABC)$.

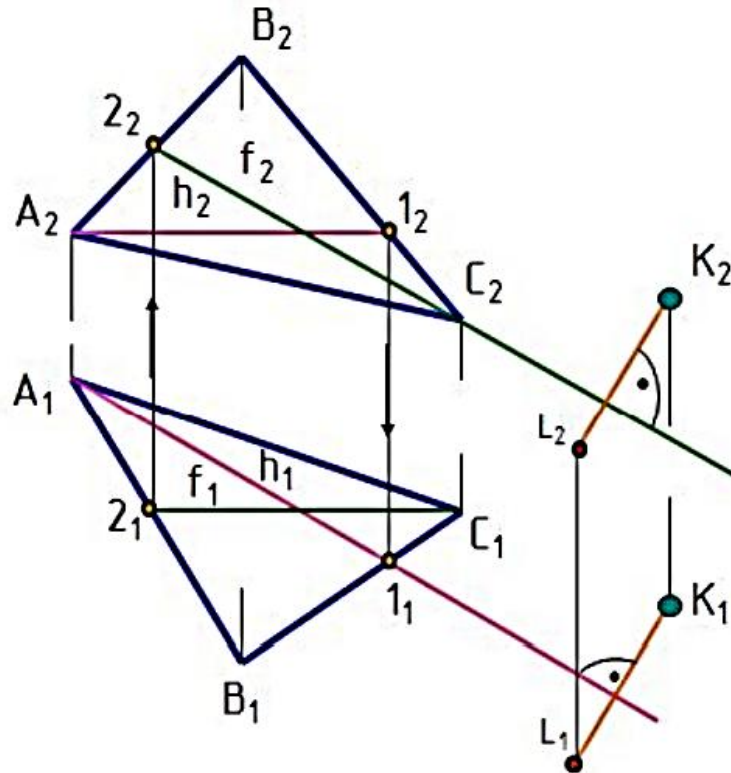


Рис. 4.13. Побудова перпендикуляра до площини.

4.5. Перпендикулярність двох площин.

Дві площини є взаємно перпендикулярними, якщо одна з них проходить через перпендикуляр до другої площини.

Приклад. через відрізок прямої AB побудувати площину, перпендикулярну площині $\triangle CDE$ (рис. 4.14).

Для цього досить через будь-яку точку відрізка AB провести перпендикуляр до нього, на кресленні така пряма m проведена через точку B . Проекції перпендикуляра m до площини $\triangle CDE$ побудовані на підставі правила проектування прямого плоского кута, то є $m_2 \perp f_2$ і $m_1 \perp h_1$. Шукана площина задана двома пересічними прямими $AB \cap m$.

Взаємно перпендикулярними прямими вважаються прямі якщо одна з них лежить у площині, що перпендикулярна до другої прямої.

Взаємно перпендикулярні прямі - це прямі перетинаються під прямим кутом. Побудувати взаємно перпендикулярні прямі буває необхідно для вирішення того чи іншого завдання. Наприклад в задачі на визначення відстані від точки до прямої.

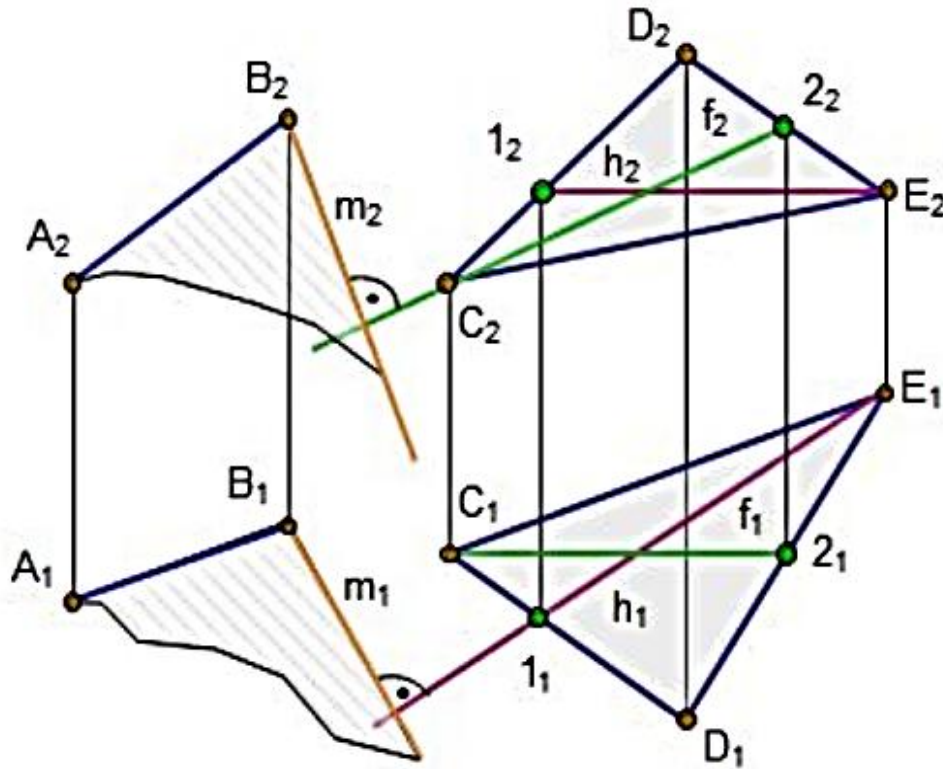


Рис. 4.14. Перпендикулярність площин.

Наочне просторове уявлення графічного рішення задачі на побудову взаємно перпендикулярних прямих дає рисунок 4.15.

Через точку B можна провести безліч прямих $\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$, перпендикулярних до прямої m . Ця множина прямих визначає площину $\alpha \perp m$

Щоб виділити з $\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ єдину пряму b_i , що перетинає дану пряму m і отже взаємно перпендикулярну до неї, необхідно:

- Знайти точку зустрічі прямої m з площиною α . $M = m \cap \alpha$;
- Знаючи положення точки M , провести через неї пряму b_i і визначити дійсну величину відрізка (BM) , яка має шукану відстань від точки до прямої.

На основі вище наведеного малюнка може бути вирішене завдання з побудови перпендикулярних прямих які не перетинаються, трьох взаємно перпендикулярних прямих.

Прямий кут між двома пересіченими прямими проектується без спотворення, якщо хоча б одна з прямих паралельна площині проєкцій.

Знайти відстань від точки A до прямої h . Рішення такого завдання передбачає, що будуть побудовані **взаємно перпендикулярні прямі**.

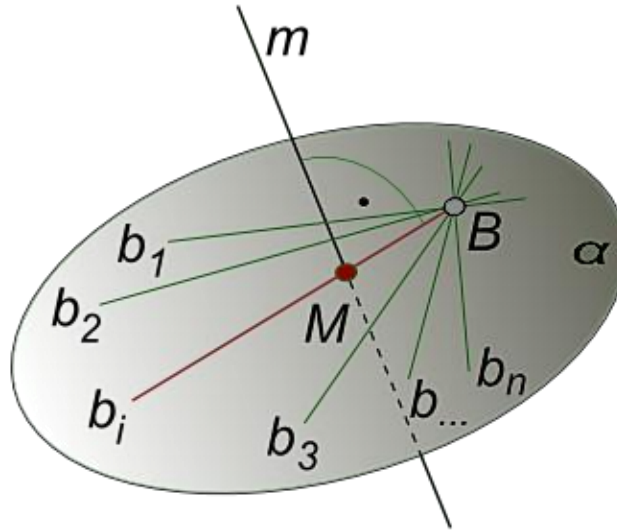


Рис. 4.15. Взаємно перпендикулярні прямі.

Питання для самоперевірки.

1. Що являє собою лінія перетину площин?
2. У чому полягає загальний спосіб побудови лінії перетину двох площин?
3. Де знаходиться одна проєкція лінії перетину площини загального положення з проєціюючою площиною? площиною рівня?
4. Як побудувати точку перетину прямої загального положення з площинами рівня, проєціюючою і загального положення?
5. Як побудувати точку перетину проєціюючої прямої з площиною загального положення?
6. Як розташовуються на кресленні проєкції прямої, перпендикулярної до площині?
7. Як розташовуються на кресленні проєкції прямої, паралельної площині?
8. Сформулювати ознаку перпендикулярності і паралельності двох площин.

ТЕМА 5. СПОСОБИ ПЕРЕТВОРЕННЯ КОМПЛЕКСНОГО КРЕСЛЕНИКАЯ.

5.1. Суть способів перетворення комплексного кресленника.

Багато завдань вирішуються простіше, якщо елементи креслення знаходяться в приватних положеннях. Наприклад, у відрізка прямої рівня одна проекція дорівнює натуральній величині і кут нахилу до однієї з площини проекцій проектується в натуральну величину. В площині рівня на одній проекції всі елементи цієї площини проектуються у натуральну величину; якщо площина проекціююча, то на одній проекції у натуральну величину проектується кут нахилу цієї площини на площину проекцій. Існують різні способи перетворення елементів креслення із загальних положень до приватних. Нижче розглядаються деякі з них.

Для розв'язання метричних та позиційних задач використовують способи перетворення кресленника (обертання, плоско паралельне переміщення та зміна площин проекцій), які полягають у зміні взаємного розташування геометричного образу та площин проекцій.

В результаті обертання геометричний образ займає окреме положення відносно нерухомих площин проекцій.

У другому випадку площини проекцій замінюють новими, які займають окреме положення відносно нерухомого геометричного образу.

5.2. Обертання навколо проекціюючої прямої.

Обертання навколо проектуючої прямої полягає в тому, що елементам креслення шляхом повороту надають приватні положення.

Під час обертання усі точки фігури, що обертається, описують у просторі дуги кіл, площини яких є перпендикулярними до осі обертання. Центри цих дуг розташовуються на осі обертання, а радіуси являють собою найкоротшу відстань від точок, що обертаються навколо осі.

Для спрощення побудови осі обертання розташовують перпендикулярно до однієї з площин проекцій.

Під час обертання точки навколо горизонтально – проекціюючої осі горизонтальна проекція точки переміщується за колом з центром у горизонтальній проекції осі обертання, а фронтальна – за прямою, паралельною до осі Ox (рис.5.1).

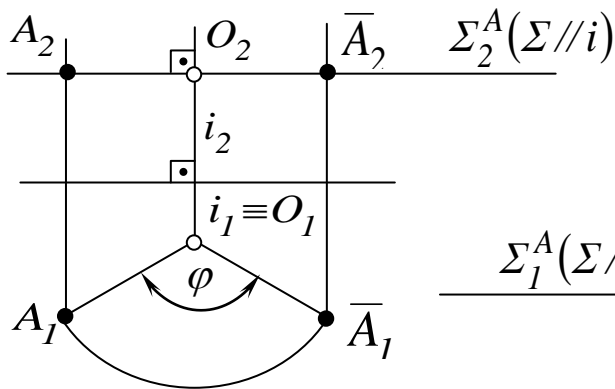


Рис.5.1. Обертання точки A навколо осі $i \perp \Pi_1$

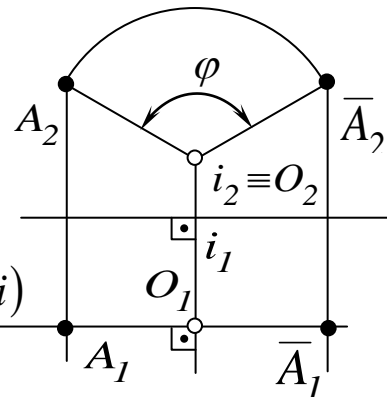


Рис.5.2. Обертання точки A навколо осі $i \perp \Pi_2$

Алгоритм способу обертання навколо проєкціюючої прямої.

1. Через точку A проводимо площину переміщення P ($P // \Pi_1$) - $P \perp i$.

2. Знаходимо центр обертання $P \times i = O$.

3. Визначаємо радіус обертання $OA = R$.

4. Знаходимо натуральну величину радіуса обертання $A_1O_1 = R$ об.н.в.

5. Будуємо нове положення точки A (\bar{A}_1, \bar{A}_2), яке вона займатиме опісля повороту на кут φ .

Навпаки, якщо вісь обертання розташована перпендикулярно до площини Π_2 , то

горизонтальні проєкції точок будуть переміщуватися за прямою, паралельною осі Ox , а фронтальна - за колом (рис.5.2).

Обертання будь-якої фігури навкруг проєкціюючої прямої зводиться до обертання точок цієї фігури (рис.5.3).

Точка A , розташована на осі i , після повороту не змінює свого розташування.

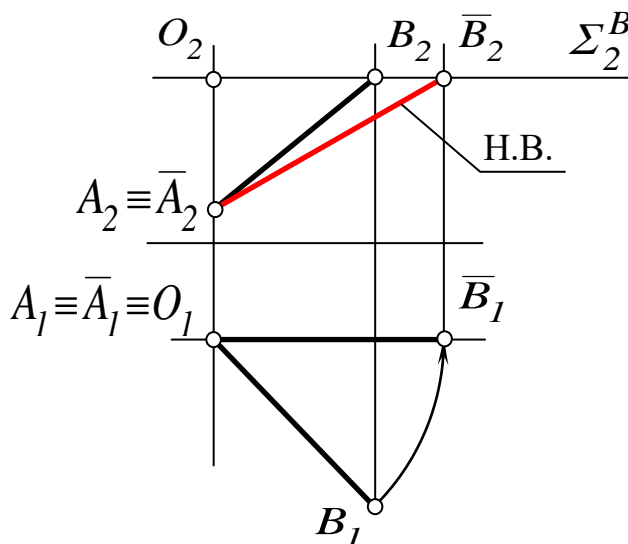


Рис. 5.3. Визначення натуральної величини відрізка AB способом обертання навколо осі i , яка є перпендикулярною до Π_1 .

Для побудови точки B дотримуємося алгоритму обертання навколо проекуючої прямої (див. вище).

Приклад. Визначити натуральну величину відрізка прямої AB і кут нахилу його до площини проєкцій Π_2 .

Для цього відрізок AB потрібно повернути до положення горизонталі. Вісь обертання і вибрана перпендикулярно Π_1 через точку A відрізок AB . Точка A - центр обертання і залишається нерухомою, а точка B обертається навколо осі по колу в площині ε (рис. 5.4).

Точка B - об'єкт обертання; ε - площина обертання; i - вісь обертання, $i \perp \Pi_2$, $\varepsilon \parallel \Pi_2$; A - центр обертання; A_2B_2 - радіус обертання точки B ; $B \in \varepsilon$.

Якщо в просторі точка переміщається навколо осі, перпендикулярної Π_2 , на якийсь кут φ , то і фронтальна проєкція точки переміститься на той же кут φ . На кресленні (рис. 1.51) фронтальна проєкція точки B_2 переміщається в положення B_2^1 по колу, радіус

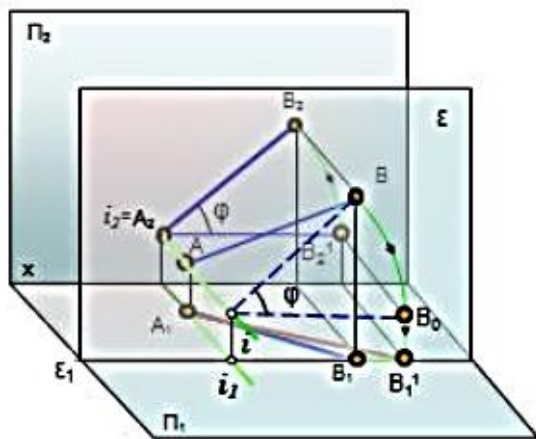


Рис. 5.4. Модель обертання відрізка прямою навколо проекуючої осі.

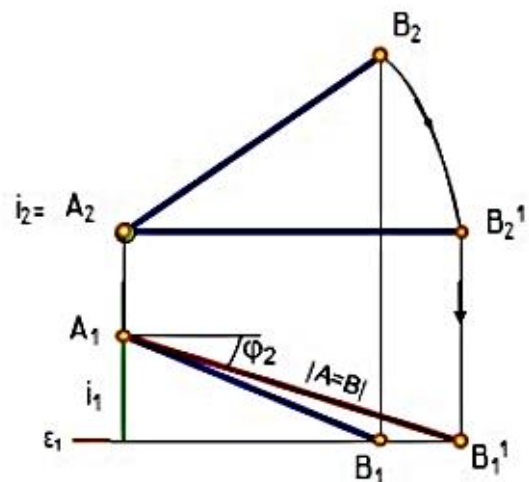


Рис. 5.5. Визначення кута нахилу прямої AB до площини Π_2 та натуральної величини.

якого дорівнює фронтальній проєкції відрізок A_2B_2 . Горизонтальна проєкція точки B_1 переміщається перпендикулярно осі обертання i . $B_0 \in \varepsilon$. Відрізок A_1B_1 дорівнює натуральній величині відрізка AB .

Способом обертання зручно визначати натуральну величину ребер піраміди та нарисових похилого конуса.

Для повороту площини на потрібний кут необхідно повернути на цей кут три її точки, які не лежать на одній прямій.

На рис. 5.6. площина Σ , задана трикутним відсіком ABC , повернута на кут $0^\circ \rightarrow 90^\circ$ проти руху годинникової стрілки навколо

горизонтально - проєкціюючої вісі i . Попередніх прикладів достатньо, щоб зрозуміти хід розв'язання цієї задачі.

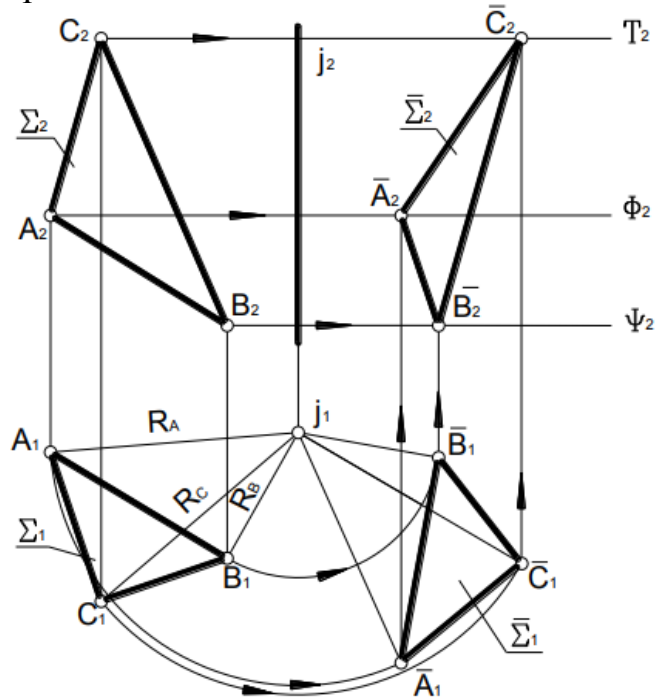


Рис. 5.6. Поворот площини на потрібний кут.

Щоб площина ABC проєктувалася в проєкціюючу, її необхідно повернути до положення коли горизонталь або фронталь заданої площини займе проєкціююче положення відносно площини проєкцій.

5.3 . Обертання навколо прямих рівня.

Перетворення площини загального положення в площину рівня можна здійснити в один. Для цього площину треба обертати не навколо проєкціюючих прямих, а навколо прямої рівня цієї площини (горизонталі або фронталі).

На схемі (рис. 5.7а) площина загального положення P задана трикутним відсіком STU з горизонтальною стороною SU . Значить сторона SU буде одночасно і горизонталлю площини P , і її віссю обертання.

Для приведення відсіку STU в горизонтальне положення достатньо сумістити точку T з горизонтальною площиною рівня Γ обертанням навколо горизонталі h . Точка T при цьому буде переміщуватися в горизонтально - проєкціюючій площині Δ , перпендикулярній вісі обертання - горизонталі h .

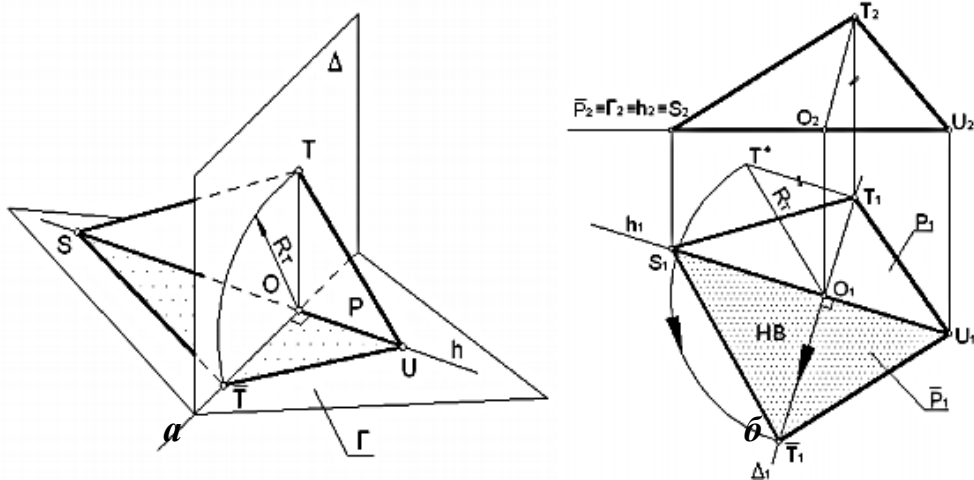


Рис. 5.7. Перетворення площини загального положення в площину рівня.

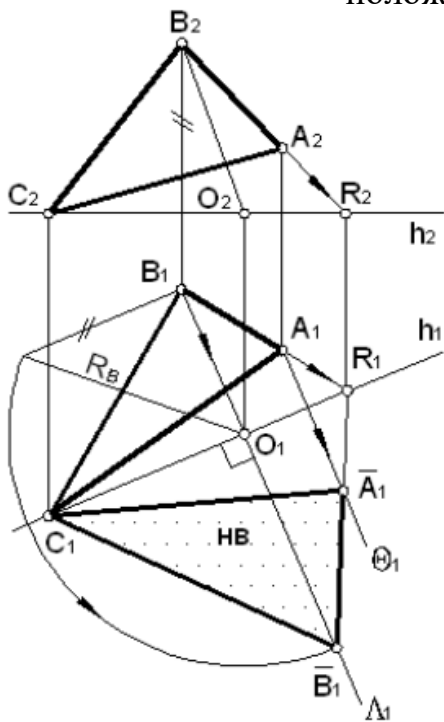


Рис. 5.8. Обертання площини навколо горизонталі.

Переходимо до комплексного креслення (рис. 5.7.б). Через точку T проводимо горизонтально - проєкціюю площину Δ перпендикулярно горизонталі h . Траєкторія обертання точки T в горизонтальній проєкції співпадає з проєкцією - прямою Δ_1 площини Δ . Залишається знайти натуральну величину радіуса R_T , тобто відрізка OT (це можна виконати способом прямокутного трикутника), і із центра O зробити позначку на проєкції Δ_1 . Це і буде шукана точка T в своєму новому положенні - \bar{T} .

Потім нове положення точки T з'єднуємо з нерухомими точками S і U , які знаходяться на вісі обертання

h . Отримаємо нове комплексне креслення (суміщене зі старим, основним), на якому площина загального положення P стала площиною рівня - \bar{P} проминувши стадію проєкціюючої площини. Нова фронтальна проєкція представляє собою горизонтальну пряму \bar{P}_2 , а нова горизонтальна проєкція $S_1\bar{T}_1U_1$ відріску являється його натуральною величиною.

Як бачимо, таке перетворення програє в наочності – нове комплексне креслення не віддалено від старого і це затрудняє його читання. Але в той же час цей спосіб виграє в швидкості розв’язання задачі – поворот здійснюється в один прийом, і графічно ця побудова займає меншу площину.

При розв’язанні подібних задач необхідно врахувати одну обставину. Якщо плоский відсік не має сторони – горизонталі (сторони SU в нашому прикладі), то його треба добудувати таким чином, щоб ця горизонталь була, тобто плоский відсік повністю повинний бути по одну сторону від горизонталі. Інакше буде накладання нової проекції відсіку на стару (основу), а це значно ускладнить розв’язання деяких задач.

На рис. 5.8. заданий відсік ABC , який не має сторони горизонталі. Через вершину C проводимо горизонталь h до перетину зі стороною BA в точці R .

Отримуємо трикутник RBC , який і обертаємо навколо сторони - горизонталі RC . Точка A обертається в площині θ , яка паралельна площині A (в ній обертається точка B). З’єднав нове положення точки \bar{B} з нерухомими точками R і C , отримаємо нове положення трикутного відсіку ABC і одночасно – нове положення вершини A .

Розглянутий вид перетворення можна використовувати при визначенні натуральних величин плоских фігур і для різноманітних геометричних побудов в площинах загального положення.

5.4 . Спосіб плоско паралельного переміщення.

Чотири основні способи перетворення.

Перетворення креслення обертанням геометричних об’єктів з вказівкою проектуючих осей має суттєву незручність, яка полягає в тому, що нові, додаткові проекції або примикають до основних, або налягають на них. Це затрудняє як сам процес розв’язання задачі, так і читання вже розв’язаних задач. Цю незручність усуває так назване плоско паралельне переміщення. Сама назва цього способу перетворення пояснює, що переміщення елементів геометричних образів проходить в паралельних площинах. При цьому осі обертання на кресленні не вказують. Точки фігури іншій проекції переміщуються в площинах, паралельних площині проекцій, - площинах рівня.

Повернемося до рис. 5.3. і звернемо увагу на наступне. Горизонтальна проекція $A_1B_1 = \bar{A}_1\bar{B}_1$ відрізка AB при його обертанні

навколо вертикальної вісі не змінюється по довжині, так як не змінюється кут α нахилу відрізка до площини проєкцій Π_1 (рис. 5.3).

Використовуючи цю особливість, спробуємо друге положення горизонтальної проєкції відрізка (після його повороту) зразу помістити в будь-якому вільному полі креслення, не міняючи довжини проєкції, тобто $\bar{D}_1 \bar{E}_1 = D_1 E_1$ (рис. 5.9.a).

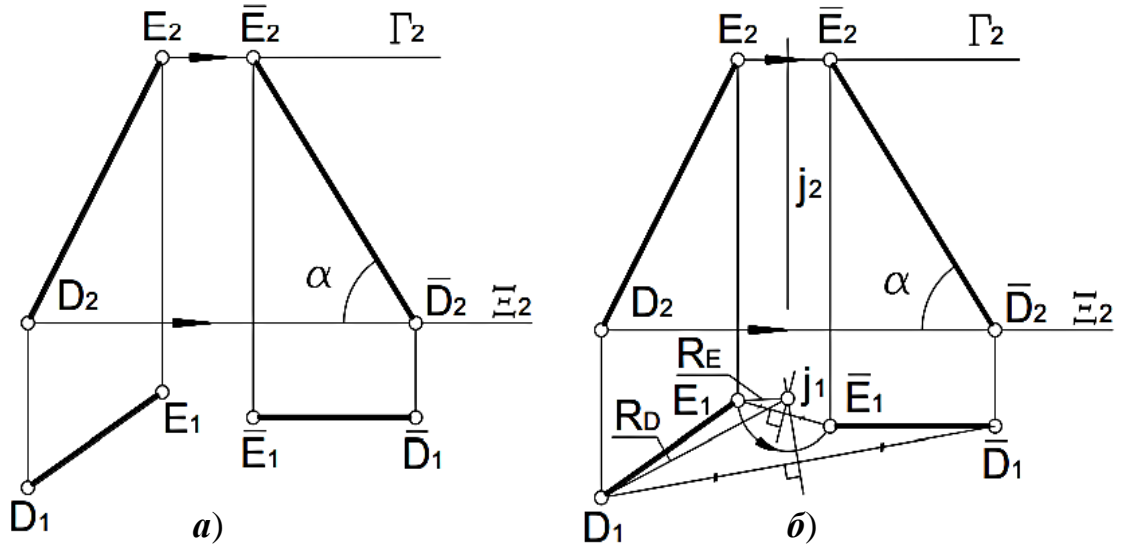


Рис. 5.9. Плоско паралельне переміщення та обертання відрізка DE навколо проєкціюючої осі.

Це означає, що відбулося таке переміщення відрізка DE в його нове положення $\bar{D}_1 \bar{E}_1$, при якому кут α його нахилу до площини Π_1 не мінявся, а точки D і E переміщувались відповідно в паралельних площинах рівня Ξ і Γ (горизонтальних). За допомогою ліній зв'язку будуємо фронтальну проєкцію $\bar{D}_2 \bar{E}_2$ нового положення відрізка DE .

Таким чином, перетворення креслення здійснено способом плоско паралельного переміщення. Тут відбулося обертання відрізка навколо відсутньої на кресленні вертикальної вісі (“неявної” вісі).

При бажанні можна визначити положення цієї “неявної” вісі обертання, а також вказати горизонтальну проєкцію дуг кіл, по яким переміщалися точки D і E (рис. 5.9.б). З'єднавши однойменні горизонтальні проєкції точок прямими і побудувавши серединні перпендикуляри відрізків $D_1 \bar{D}_1$ і $E_1 \bar{E}_1$, ми знаходимо в точці перетину j_1 їх проєкцію тій самої “неявної” вісі обертання, навколо якої відбулося обертання відрізка DE . Тепер, маючи радіуси обертання RD і RE точок D і E , можемо побудувати горизонтальні проєкції траєкторій - дуг точок, які обертаються.

Але необхідності в таких побудовах немає. Треба тільки зрозуміти, що плоско паралельне переміщення є обертання навколо проєкціюючої прямої, яка не вказана на кресленні. І головне тут – тільки результат руху, а не сам процес безперервної зміни геометричного образу в просторі.

Такий вид обертання цікавить тим, що дає можливість в процесі перетворення відділити нове комплексне креслення від старого, основного. Зменшується також кількість ліній на кресленні (відсутні вісі обертання і проєкції – дуги). Все це робить креслення більш чітким та зрозумілим.

В основі розв'язання багатьох задач нарисної геометрії знаходяться наступні чотири задачі перетворення креслення.

1. Перетворення прямої загального положення в пряму рівня.
2. Перетворення прямої рівня в проєкціюючу пряму.
3. Перетворення площини загального положення в проєкціюючу площину.
4. Перетворення проєкціюючої площини в площину рівня.

Першу основну задачу перетворення ми вже розв'язали (див. рис. 5.9.), тобто способом плоско паралельного переміщення перетворили пряму загального положення в пряму рівня – фронталь.

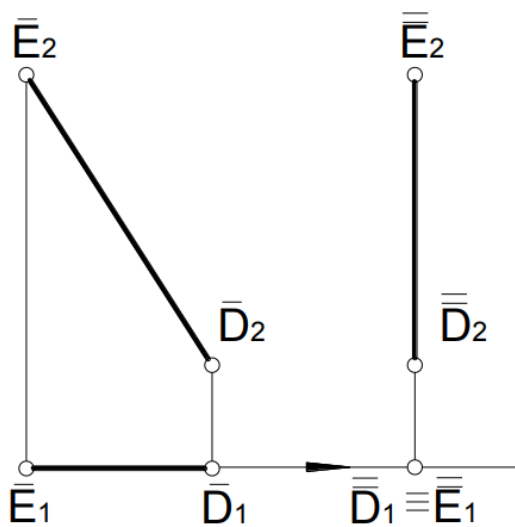


Рис. 5.10. Перетворення прямої в проєкціюючу.

Переходимо до розв'язання *другої* основної задачі перетворення прямої рівня в проєкціюючу пряму. Розв'яжемо цю задачу як продовження попередньої. В подальшому буде часто виникати необхідність в об'єднанні цих двох задач (при перетворенні прямої загального положення в проєкціюючу пряму).

Щоб пряма рівня стала на новому комплексному кресленні проєкціюючою прямою, треба її проєкцію – натуральну величину – розташувати вертикально.

На рис. 5.10 маємо фронталь $\bar{D} \bar{E}$ в її початковому положенні. Не змінюючи довжини проєкції $\bar{D}_2 \bar{E}_2$, розташовуємо її вертикально в вільному полі креслення. Нове

положення відрізка відмічають дві горизонтальні риски над їх літерним позначенням ($\overline{\overline{D_2}} \overline{\overline{E_2}}$).

Обидва кінця відрізка, тобто точки $\overline{D} \overline{E}$, переміщувались в одній фронтальній площині рівня Δ , а “неявною” віссю обертання була фронтально - проекціююча пряма. Її місце розташування і фронтальні проекції траєкторій - дуг нас не цікавлять. За допомогою ліній зв'язку визначаємо нову горизонтальну проекцію $\overline{\overline{D_1}} \overline{\overline{E_1}}$ відрізка, яка зображується точкою $\overline{\overline{D_1}} \equiv \overline{\overline{E_1}}$.

Отже, в результаті перетворення (плоско паралельного переміщення) отримано нове комплексне креслення, на якому пряма рівня стала проекціюючою прямою.

Третя основна задача полягає в перетворенні площини загального положення в проекціюючу площину.

Перетворюючи пряму рівня деякої площини в проекціюючу пряму, тим самим перетворюємо в проекціюючу і саму площину (рис. 5.11.).

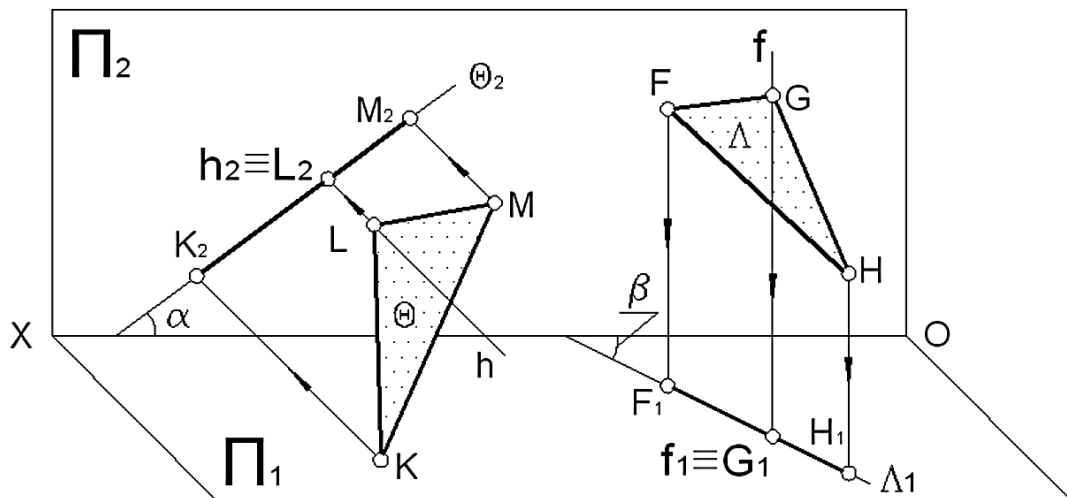


Рис. 5.11. Перетворення площини в проекціюючу.

Почнемо з горизонталі. На комплексному кресленні (рис. 5.11) задана площина загального положення θ своїм трикутним відсіком NPQ . Побудуємо в ній горизонталь h і приведемо горизонтальну проекцію відсіку, не міняючи його форму та розміри, в таке положення, щоб проекція – натуральна величина h його горизонталі стала вертикальною. Тому і почнемо побудову з горизонталі. На вільному полі креслення будуємо нове положення горизонталі – вертикальну пряму h_1 , а потім за допомогою засічок із точок Q і O будуємо вершини N і P відсіку таким чином, щоб нова проекція

$\bar{N} \bar{P} \bar{Q}$ залишилася рівною проекції $N_1 P_1 Q_1$ початкового положення відсіку.

При цьому точки N, Q, P (вершини відсіку) переміщалися в відповідних площинах рівня Σ, Φ, T . За допомогою ліній зв'язку визначаємо нову фронтальну проекцію $\bar{N}_2 \bar{P}_2 \bar{Q}_2$ відсіку. Вона повинна бути прямою лінією. В результаті отримуємо нове комплексне креслення, на якому площина загального положення θ стала фронтально - проекціюючою.

Оскільки кут α нахилу площини θ до площини проекцій Π_1 (див. рис. 5.3) при переміщенні, тобто обертанні навколо “неявної” горизонтально - проекціюючої вісі, залишався незмінним, можна стверджувати, що даним перетворенням визначено натуральну величину цього кута.

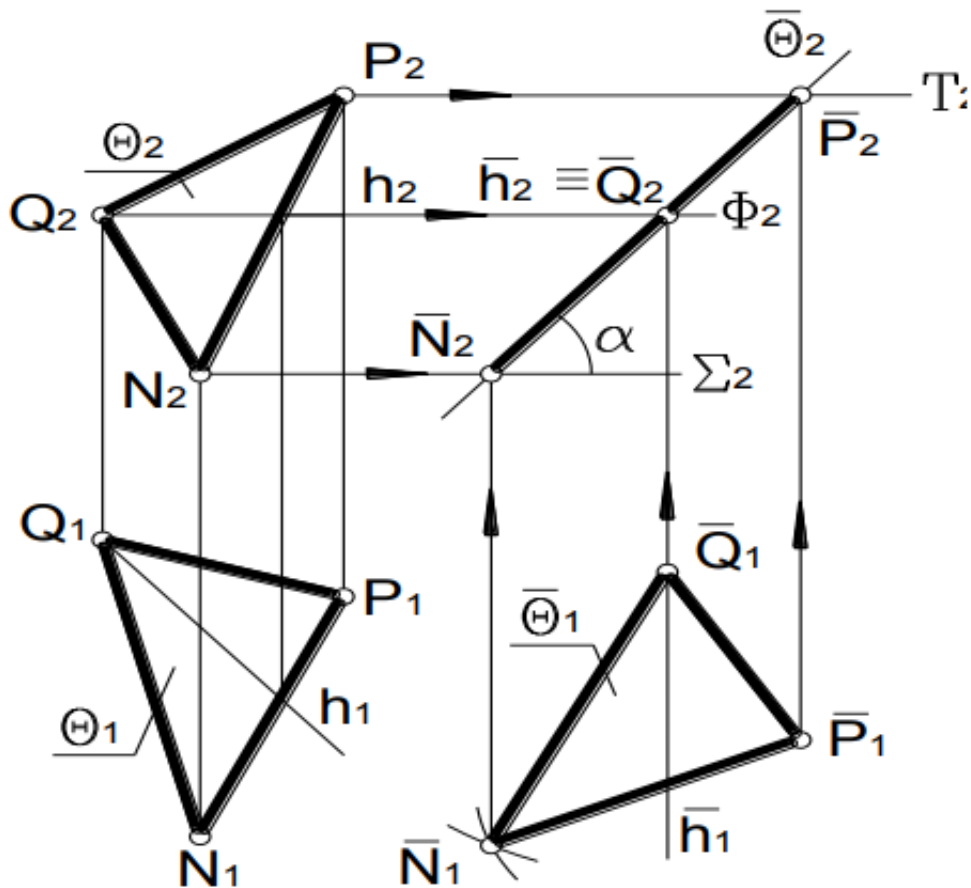


Рис. 5.12. Перетворення площини в проекціюючу.

Четверта основна задача – перетворення проекціюючої площини в площину рівня. Будемо розв’язувати цю задачу як продовження

попередньої, третьої задачі, так як вони можуть бути об'єднанні в одну безперервну задачу перетворення площини загального положення в площину рівня.

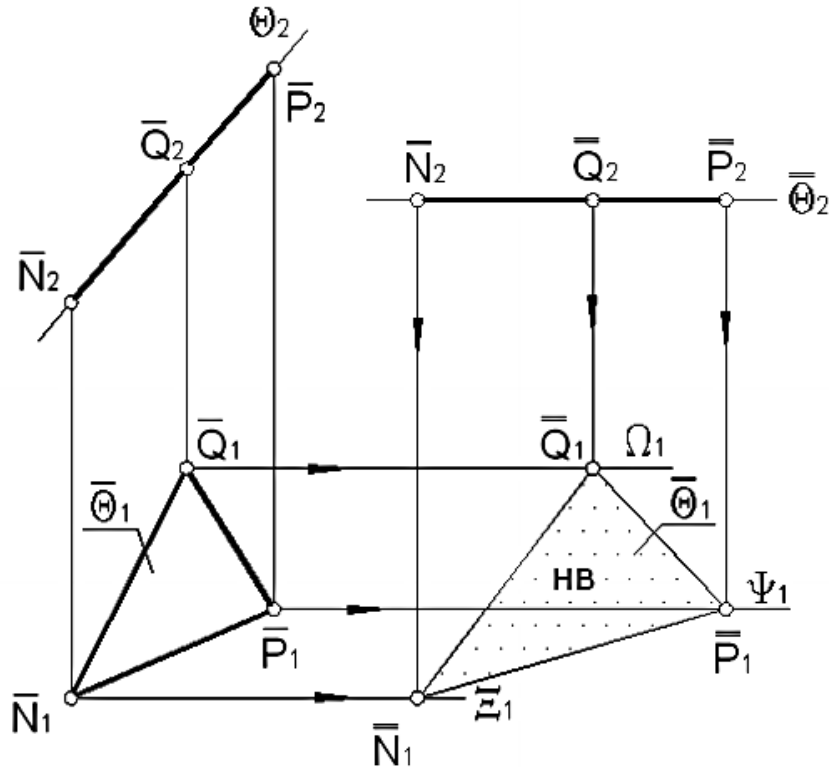


Рис. 5.13. Визначення натуральної величини площини трикутника.

Щоб проєкціююча площина стала площиною рівня, треба її проєкцію – «пряму» розташувати горизонтально. На рис. 5.13 маємо фронтально - проєкціюючу площину $\bar{\theta}$ в її початковому положенні. Не змінюючи довжини і форми фронтальної проєкції $\bar{N}_2 \bar{P}_2 \bar{Q}_2$, розташовуємо її горизонтально в вільному полі креслення.

За допомогою ліній зв'язку визначаємо горизонтальну проєкцію $\bar{N}_1 \bar{P}_1 \bar{Q}_1$ нового положення відріку. При цьому вершини відріку (точки N, P, Q) переміщувалися відповідно в фронтальних площинах $\bar{\Xi}, \bar{\Psi}, \bar{\Omega}$. Тут можна сказати, що здійснено обертання плоского відріку навколо відсутньої на кресленні фронтально – проєкціюючої осі.

Таким чином, в результаті перетворення способом плоско паралельного переміщення отримано нове комплексне креслення, на якому проєкціююча площина стала площиною рівня. Нова горизонтальна проєкція $\bar{N}_1 \bar{P}_1 \bar{Q}_1$ відріку являється його натуральною величиною.

Шляхом суміщення креслень рис. 5.12. і 5.13. таким чином, щоб їх проєкціюючі площини співпали можна отримати креслення безперервного перетворення площини загального положення в площину рівня, тобто послідовного розв'язання третьої та четвертої задач.

5.5. Спосіб заміни площин проєкцій.

Спосіб заміни площин проєкцій в своїй основі протилежний способу обертання. Якщо при обертанні (а також при плоско паралельному переміщенні) мінялося тільки положення геометричного образу в просторі, а площини проєкцій залишалися нерухомими, то тут навпаки – нерухомим в просторі буде залишатися геометричний образ, а площини проєкцій змінять своє положення.

При цьому необхідно замітити, що площини проєкцій переміщуються не якимсь визначеним чином, а вказуються їх кінцеві положення. В нових положеннях площини проєкцій будуть називатися послідовно: Π_4 , Π_5 , Π_6 і т.д. Можна сказати, що старі площини проєкцій Π_1 , Π_2 замінюються новими Π_4 , Π_5 і т.д. Звідси і назва способу перетворення – **заміна площин проєкцій**.

При такому перетворенні необхідно дотримання наступних умов:

– площини проєкцій замінюються не одночасно, а послідовно;

– кожна нова площина проєкцій повинна бути перпендикулярна до залишеної, утворюючи з нею нову систему площин проєкцій.

Під час розв'язання практичних задач способом заміни площин проєкцій необхідно враховувати, як правило, дві обставини:

– нова площина проєкцій має бути перпендикулярною до однієї із заданих площин проєкцій, забезпечуючи таким чином ортогональність нової системи площин проєкцій;

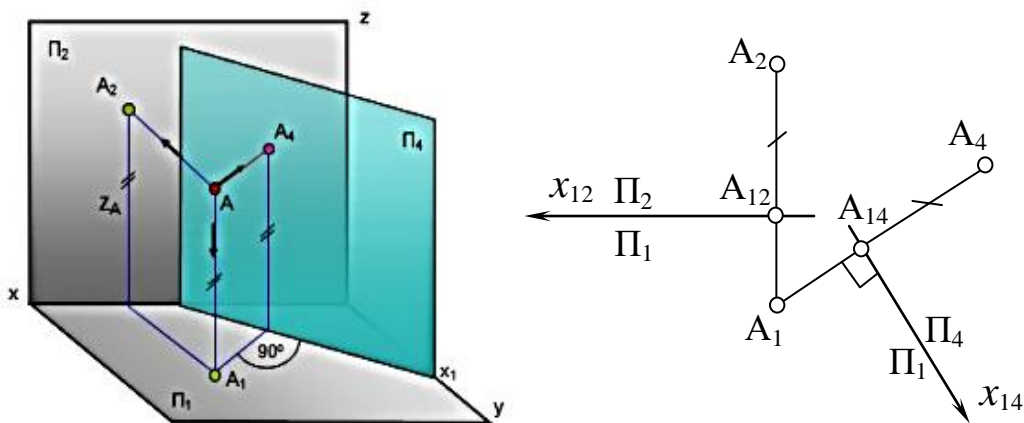


Рис.5.14. Схема отримання "нової" проєкції точки в новій системі

– нова площина проєкцій має займати окреме положення відносно геометричного образу, забезпечуючи при цьому спрощення розв'язання задачі.

Площина Π_4 перетинається з площиною Π_1 за прямою X_{14} , яка позначує нову вісь проєкцій. Розташування горизонтальної проєкції A_1 точки A залишається без зміни, тому що т. A та площина Π_1 не змінюють свого розташування у просторі. Для знаходження нової фронтальної проєкції точки A_4 , достатньо спроекувати ортогонально т. A на площину Π_4 .

Нова проєкція точки будується за наступною схемою:

1. З незмінної проєкції точки (A_2) проводять лінію зв'язку перпендикулярно до нової осі X_{14} .

2. Від нової осі (X_{14}) до нової проєкції (A_4) відкладають відстань, що дорівнює відстані від змінної проєкції точки (A_2) до змінної осі (x) ($Ax_{14}; A_4$) = ($A_2; Ax_{12}$).

Заміни однієї площини проєкцій досить для вирішення наступних завдань:

- Визначення натуральної величини відрізка прямої і кутів нахилу її до площин проєкцій;
- Визначення кута нахилу площини до площини проєкцій;
- Визначення натуральної величини плоскої фігури, якщо вона являє собою проєкціюючу площину;
- Визначення відстані між паралельними площинами та ін.

Розглянемо сутність цього перетворення в застосуванні до рішення чотирьох основних задач по перетворенню прямої та площини. Необхідно замітити, що при способі заміни площин проєкцій наявність на комплексному кресленні осей проєкцій обов'язкова.

Перша основна задача – перетворення прямої загального положення в пряму рівня.

На рис. 5.15 а в системі площин проєкцій $\Pi_1\Pi_2$ (назвемо її «старою» системою) задана пряма загального положення своїм відрізком AB . Для зручності вісь проєкцій позначимо Π_1/Π_2 .

Щоб в новій системі площин проєкцій пряма загального положення стала прямою рівня, треба нову площину проєкцій Π_4 розташувати паралельно до цієї прямої і одночасно перпендикулярно площині проєкцій, яка залишається.

Нехай нова площина проєкцій Π_4 паралельна відріzkу AB і перпендикулярна горизонтальній площині проєкцій Π_1 . Це означає, що нова площина проєкцій Π_4 замінила собою фронтальну Π_2 , яку умовно назвемо «залишаємою». Утворюється нова система двох

взаємно перпендикулярних площин проєкцій Π_1 і Π_4 з новою віссю проєкцій Π_1/Π_4 .

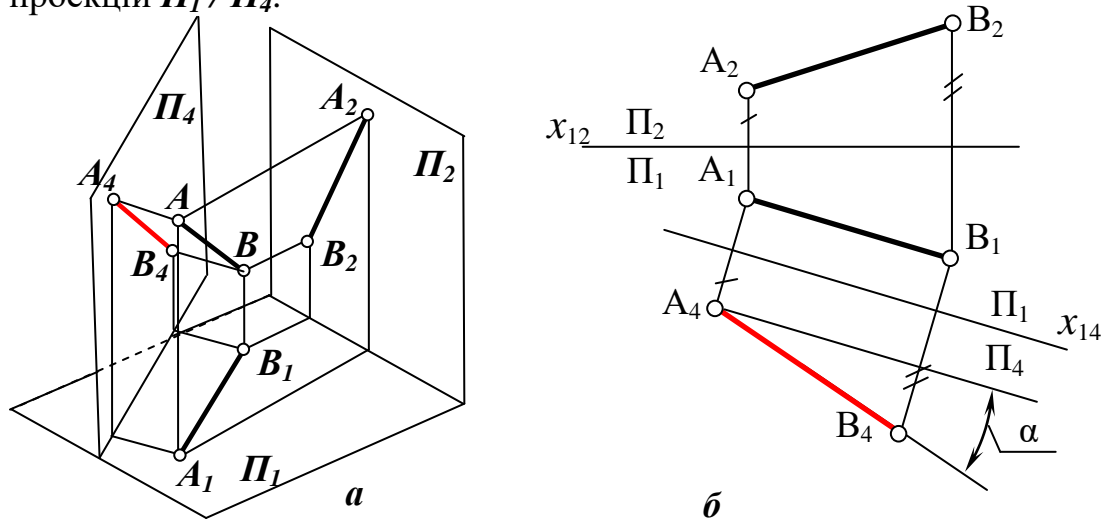


Рис. 5.15 Визначення натуральної величини прямої AB .

Спроекувавши відрізок загального положення AB ортогонально на нову площину проєкцій Π_4 , маємо нову проєкцію A_4B_4 відрізка AB . Для отримання плоского креслення сумістимо площину Π_4 разом з зображенням з площиною Π_1 обертом навколо вісі проєкцій Π_1/Π_4 .

Переходимо до комплексного креслення (рис. 5.15б). Тут маємо в старій системі площин проєкцій пряму загального положення AB , а також стару вісь проєкцій Π_2/Π_1 .

Звичайно вихідне комплексне креслення не має вісі проєкцій, тобто являється без осьовим. Але вісі проєкцій при необхідності можна вибрати в довільному місці креслення між проєкціями геометричних образів. При перетворенні, яке розглядається, вісі проєкцій служать базами відліку координат окремих точок.

Перехід до нової системи площин на комплексному кресленні здійснюється в три етапи. Їх необхідно запам'ятати.

1. Будується нова вісь проєкцій в відповідності з умовою задачі. В даному випадку нова вісь проєкцій Π_1/Π_4 повинна бути паралельна горизонтальній проєкції A_1B_1 (так як відрізок AB повинний стати прямою рівня) – див. рис. 5.15. *a*. Відстань від нової вісі проєкцій до проєкції A_1B_1 довільна. Зверніть увагу на порядок постановки літерних позначень Π_1 і Π_4 : індекси *1* і *4* відповідають полям проєкцій.

2. Проводяться нові лінії зв'язку перпендикулярно новій вісі проєкцій. Вони повинні починатися від тих проєкцій точок, які переходять в нове комплексне креслення. В даному випадку лінії

зв'язку йдуть від горизонтальних проєкцій A_1 і B_1 перпендикулярно новій вісі проєкцій Π_1/Π_4 .

3. На нових лініях зв'язку від нової вісі проєкцій відкладаємо відстань, яка дорівнює відстаням від «залишаємої». проєкцій точок до старої вісі проєкцій. В даному випадку це будуть координати Z точок A і B , тобто відстані від проєкцій A_2 і B_2 до старої вісі проєкцій Π_2/Π_1 . Їх величини дає фронтальна проєкція комплексного креслення, тобто та проєкція, яку «залишаємо», не переходить в нове комплексне креслення.

Таким чином, отримане нове комплексне креслення, яке складається зі старої проєкції A_1B_1 відрізка і нової, додаткової проєкції A_4B_4 . На цьому новому кресленні, що отримане з основного, старого креслення, пряма загального положення стала прямою рівня. Правда, її не можна назвати ні горизонталлю, ні фронталлю, так як ми вже відійшли від старої, початкової системи площин проєкцій $\Pi_1\Pi_2$. Нова, додаткова проєкція A_4B_4 являється натуральною величиною відрізка AB , а кут α – натуральною величиною його нахилу до горизонтальної площини проєкцій Π_1 (див. рис. 5.15а).

Друга основна задача – перетворити пряму загального положення в проєкціюючу пряму.

Будемо розв'язувати цю задачу як продовження попередньої, але спочатку розглянемо перетворення прямої рівня в проєкціюючу.

Для вирішення поставленої задачі необхідно розташувати нову площину так, щоб пряма була перпендикулярною до неї. В результаті отримуємо проєкціююче положення прямої $A_4 \equiv B_4$ (рис.5.16).

Для перетворення прямої загального положення в проєкціюючу пряму необхідно розв'язати послідовно першу і другу задачі на одному кресленні. Це креслення безперервного перетворення можна отримати суміщенням креслень рис. 5.15.б і 5.16. При цьому прямі рівня обох креслень повинні співпасти.

На рис. 5.15. для рішення поставленої задачі система взаємно перпендикулярних площин Π_1 і Π_4 вже стає залишаємою. І вісь проєкцій Π_1/Π_4 також залишаєма.

У відповідності до умови задачі новою площиною проєкцій повинна стати площина Π_5 , перпендикулярна відрізку AB , тому що він повинний стати проєкціюючою прямою. І ця нова площина повинна бути перпендикулярна площині Π_4 , що залишається. А замінюється тут горизонтальна площина проєкцій Π_1 . Таким чином, дві взаємно перпендикулярні площини – стара Π_4 і нова Π_5 утворюють нову систему площин проєкцій з новою віссю проєкцій Π_5/Π_4 .

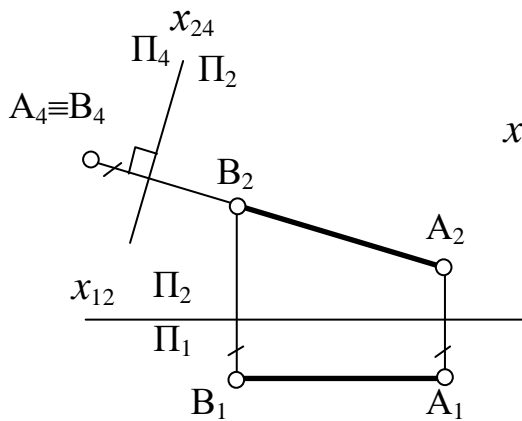


Рис.5.16. Перетворення прямої рівня в проєкціюючу пряму.

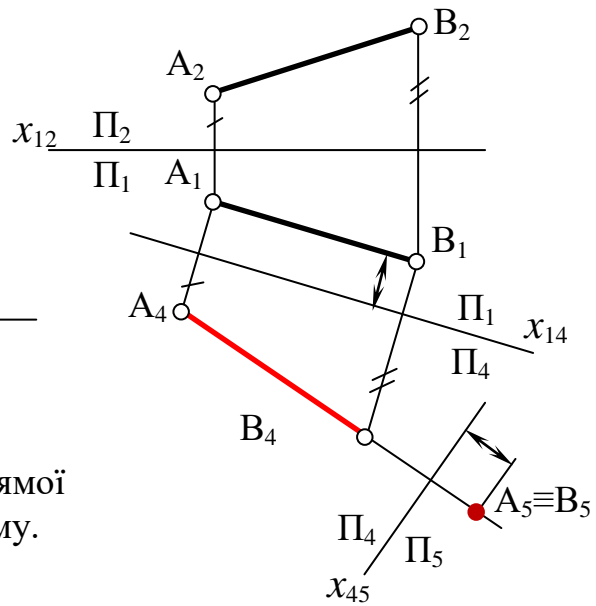


Рис.5.17. Перетворення прямої загального положення в проєкціюючу.

Спроектувавши пряму рівня – відрізок AB ортогонально на нову площину Π_5 , отримаємо нову проєкцію $A_5 \equiv B_5$ відрізка AB (Рис.5.17.). Як і повинно було бути, вона представляє собою точку. Для отримання плоского креслення сумістимо площину Π_5 разом з зображенням з площиною Π_4 обертом навколо нової вісі проєкцій Π_5 / Π_4 .

Алгоритм побудови прямої загального положення в проєкціюючу.

1. Будується нова вісь проєкцій в відповідності з умовою задачі. В даному випадку нова вісь проєкцій Π_1 / Π_4 повинна бути паралельна горизонтальній проєкції A_1B_1 (так як відрізок AB повинний стати прямою рівня) – див. рис. 5.15. *a*. Відстань від нової вісі проєкцій до проєкції A_1B_1 довільна.

2. Проводяться нові лінії проєкційного зв'язку перпендикулярно нової вісі проєкцій. Вони повинні починатися від тих проєкцій точок, які переходять в нове комплексне креслення. В даному випадку лінії зв'язку йдуть від горизонтальних проєкцій A_1 і B_1 перпендикулярно новій вісі проєкцій Π_1 / Π_4 .

3. На нових лініях зв'язку від нової вісі проєкцій відкладаємо відстань, яка дорівнює відстаням від «залишаємої». проєкцій точок до старої вісі проєкцій. В даному випадку це будуть координати Z точок A і B , тобто відстані від проєкцій A_2 і B_2 до залишаємої вісі проєкцій

Π_2 / Π_1 . Їх величини дає фронтальна проекція комплексного креслення, тобто та проекція, яку «залишаємо», не переходить в нове комплексне креслення.

4. Нову вісь проекцій Π_4 / Π_5 будуємо перпендикулярно проекції, яка представляє натуральну величину прямої рівня AB . Ця вісь проекцій проводиться на довільній відстані.

5. Від проекцій A_4 і B_4 , які переходять в нове комплексне креслення, проводимо нові лінії проекційного зв'язку перпендикулярно новій осі проекцій Π_4 / Π_5 . В даному випадку вони співпадають в одну лінію.

6. На нових лініях зв'язку від нової осі проекцій Π_4 / Π_5 відкладаємо відстані, на яких знаходилися залишаємі проекції A_1 і B_1 від старої осі проекцій Π_1 / Π_4 . Ці відстані виявилися рівними, і тому нова, додаткова проекція відрізка представляє собою точку $A_5 \equiv B_5$.

Третя основна задача – перетворити площину загального положення в проекціюючу площину.

Щоб площина загального положення стала проекціючою, достатньо добитися того, щоб одна з прямих рівня цієї площини стала проекціючою прямою (див. рис.5.17) Почнемо з фронталі. На рис.5.18 площина загального положення Φ задана своїм відсіком площини FGH . Будуємо в ній фронталь f і починаємо перетворення по запропонованій вище схемі.

Щоб фронталь стала проекціючою, треба нову площину проекцій Π_4 побудувати перпендикулярно проекції – натуральній

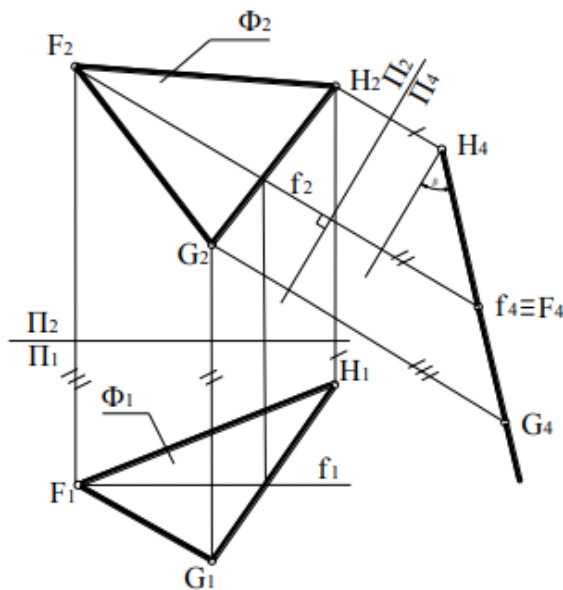


Рис.5.18. Перетворення площини загального положення в проекціючу.

величині f_2 фронталі. Значить, нова вісь проекцій Π_2 / Π_4 повинна бути перпендикулярна проекції f_2 . І проводити її можна як справа від проекції площини, так і зліва.

Потім від проекцій F_2, G_2, H_2 , які залишаються, тобто переходять в нове комплексне креслення, проводимо нові лінії зв'язку перпендикулярно новій осі проекцій Π_2 / Π_4 .

Оскільки «залишаємою» проекцією тут являється

горизонтальна проекція $F_1G_1H_1$ заданої площини (нова площина Π_4 замінила собою горизонтальну площину проекцій Π_1), вимірюємо відстань проєкцій точок від старої вісі проєкцій Π_1 / Π_2 і відкладаємо їх на нових лініях зв'язку від нової вісі проєкцій Π_2 / Π_4 .

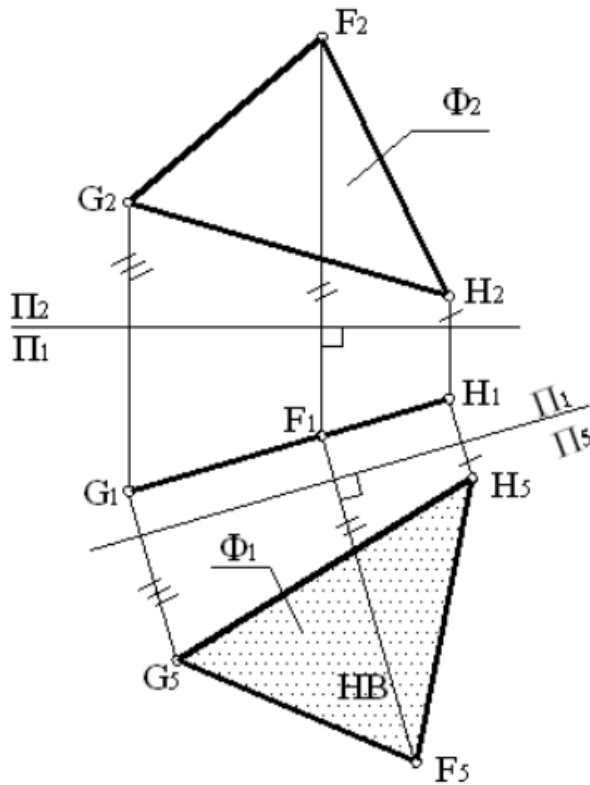


Рис.5.19. Перетворення проєкціючої площини в площину рівня.

Отримуємо нову, додаткову проєкцію $G_4F_4H_4$ площини, яка разом зі старою проєкцією $F_2G_2H_2$ утворює нове комплексне креслення площини Φ . На цьому новому кресленні площина загального положення Φ стала проєкціючою площиною.

Щоб краще зрозуміти це креслення, треба розвернути його так, щоб нова вісь проєкцій Π_2 / Π_4 стала горизонтальною. Кут β являється натуральною величиною кута нахилу площини Φ до фронтальної площини проєкцій Π_2 .

Для визначення кута α нахилу площини Φ до горизонтальної площини проєкцій Π_1 треба замінити

площину проєкцій Π_2 і користуватися при цьому горизонталлю h .

Четверта основна задача – перетворити проєкціючу площину в площину рівня. Розв'язувати її будемо як продовження попередньої.

Для кращого сприйняття нового креслення повернемо його так, щоб нова вісь проєкцій Π_1 / Π_5 стала горизонтальною.

Вихідним кресленням для розв'язання цієї задачі буде креслення на рис. 5.18. Тільки розташуємо його так, що вісь проєкцій Π_2 / Π_1 стала горизонтальною (рис. 5.19.), так що система взаємно перпендикулярних площин проєкцій $\Pi_2\Pi_1$ і їх вісь проєкцій Π_2 / Π_1 до даного моменту являються вже «залишаємою».

Щоб на новому комплексному кресленні проєкціюча площина стала площиною рівня, треба нову площину проєкцій Π_5 побудувати паралельно проєкції прямої Φ_1 . Тим самим буде замінена фронтальна площина проєкцій Π_2 .

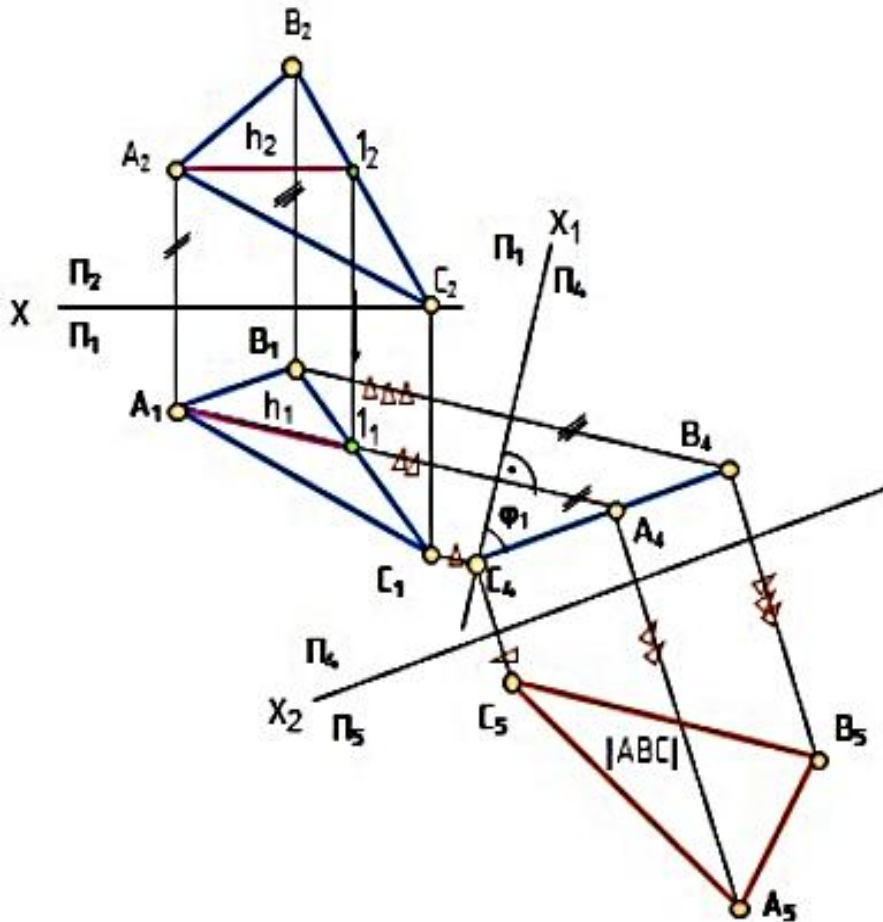


Рис.5.20. Визначення натуральної величини (НВ) трикутника ABC

Таким чином, спочатку паралельно Φ_1 на довільній відстані будемо нову вісь проєкцій Π_1 / Π_5 , а потім від залишених проєкцій G_1, F_1, H_1 точок проводимо нові лінії зв'язку перпендикулярно новій осі проєкцій Π_1 / Π_5 і на них відкладаємо відстані, які дорівнюють відстаням від старої осі Π_2 / Π_1 до «залишаємих» проєкцій G_2, F_2, H_2 точок G, F, H . Отримаємо нове комплексне креслення площини Φ , яке складається із «залишаємої» проєкції – прямої $G_1F_1H_1$ відріку і його нової, додаткової проєкції $G_5F_5H_5$. На цьому новому кресленні проєкціююча площина Φ стала площиною рівня. Нова проєкція $G_5F_5H_5$ відріку являється його натуральною величиною.

Приклад 1. Визначити натуральну величину (НВ) трикутника ABC (рис. 5.20).

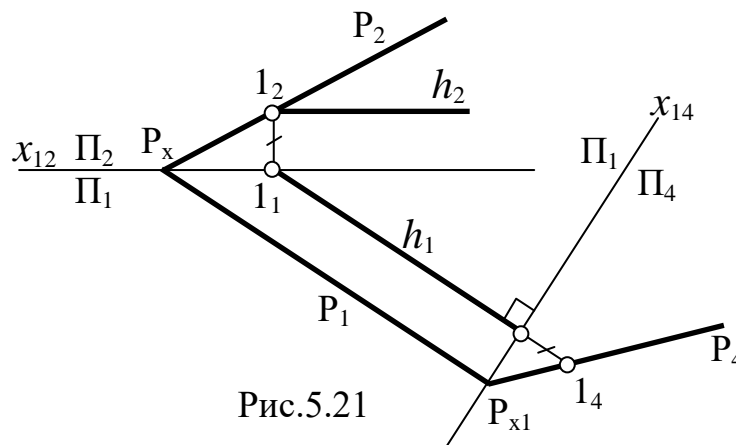
ΔABC - площину загального положення, яка при першій заміні площини проєкцій (Π_1/Π_4); $\Pi_4 \perp h_1$) перетворена в проєкціюючу $A_4B_4C_4$ площину. При другій заміні площин проєкцій введена площину Π_5 ; $\Pi_5 \parallel A_4B_4C_4$ і $\Pi_5 \perp \Pi_4$. На площину Π_5 ΔABC проєктується в натуральну величину.

Натуральна величина трикутника загального положення завжди більше будь – якої з його проєкцій.

Приклад 2. Площину задану слідами перетворити в проєкцію площину (рис.5.21).

Для побудови необхідно нову площину Π_4 розташувати перпендикулярно сліду площини P (P_1 або P_2). В нашому випадку перпендикулярно P_1 .

Використовуючи властивості рис. 3.15. будемо проєкцію площину P_4 представлену на рис.5.21.



5.6. Метричні задачі.

Метрична задача - це задача, що зв'язана з визначенням натуральної величини відрізків, площин або кутів між ними.

Наприклад:

1. Визначення натуральної величини відрізка розв'язанням задач розглянутими вище способами.
2. Визначення натуральної величини плоскої фігури.

Перелік метричних задач, які вирішуються з використанням способів перетворювання комплексного креслення.

Відстань між: двома точками, точкою та прямою, паралельними прямими, точкою та площиною, паралельними площинами, прямими, що схрещуються.

Кут між : двома прямими, що перетинаються (перехрещуються), прямою та площиною, двома площинами.

Питання для самоперевірки.

1. У чому полягає спосіб обертання навколо проєкціючих прямих?
2. Як визначити натуральну величину плоскої фігури способом плоско паралельного переміщення?
3. В чому полягає сутність способу заміни площин проєкцій?
4. Як визначити натуральну величину прямої і кутів її нахилу до площинах проєкцій способом заміни площин проєкцій?
5. Як визначити натуральну величину площини трикутника загального положення способом заміни площин проєкцій?
6. Скільки потрібно виконати перетворень, щоб прямій загального положення надати проєкціююче положення?
7. Скільки потрібно виконати перетворень, щоб визначити натуральну величину площини загального положення?
8. В чому сутність способу плоско паралельного переміщення?
9. В чому сутність способу обертання навколо осі, перпендикулярної до площини проєкцій?
10. Яка з проєкцій при обертанні не змінює свою величину?
11. В чому сутність способу обертання навколо осі, паралельної до площини проєкцій?
12. Як змінюють положення проєкції точок при обертанні навколо осі, паралельної до площини Π_1 ?

ТЕМА 6 БАГАТОГРАННИКИ. ПЕРЕТИН БАГАТОГРАННИКІВ ПЛОЩИНОЮ, ПЕРЕТИН ДВОХ БАГАТОГРАННИКІВ.

6.1. Гранні поверхні.

В нарисній геометрії поверхня визначається як слід лінії або іншої поверхні, що переміщуються. Завдання поверхні, як сукупності всіх послідовних положень деякої лінії, що переміщається у просторі, зручне для графічних побудов. У процесі зображення поверхні обмежуються показом цієї лінії лише в деяких її положеннях.

Задати поверхню на кресленні – значить вказати умови, що дозволяють побудувати кожен точку цієї поверхні.

Утворення і зображення багатогранних поверхонь.

Багатогранною називається поверхня, утворена частинами площин які перетинаються. На рис. 6.1 зображені деякі види багатогранних поверхонь.

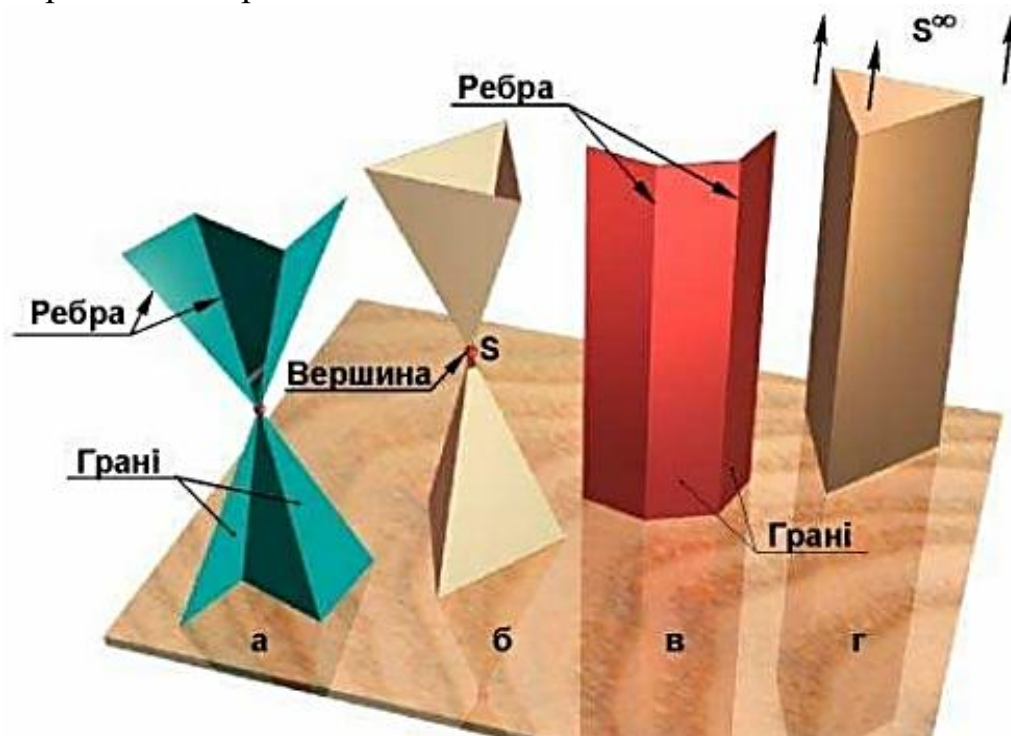


Рис. 6.1. Поверхні багатогранників.

Їх елементами є грані, ребра і вершини. Частини площин, що утворюють багатогранну поверхню, називаються гранями, лінії перетину суміжних граней – ребрами, точки перетину не менш ніж трьох граней – вершинами.

Якщо кожне ребро багатогранної поверхні належить одночасно двом її граням, її називають замкненою (рис. 6.1, б, г), у протилежному випадку – незамкненою (рис. 6.1. а, в). Багатогранна поверхня називається пірамідальною, якщо всі її ребра перетинаються в одній точці – вершині (рис. 6.1. а). Багатогранна поверхня називається призматичною, якщо всі її ребра паралельні між собою (рис. 6.1. г).

6.2. Утворення і зображення багатогранних поверхонь.

Грані поверхні утворюються переміщенням прямолінійної

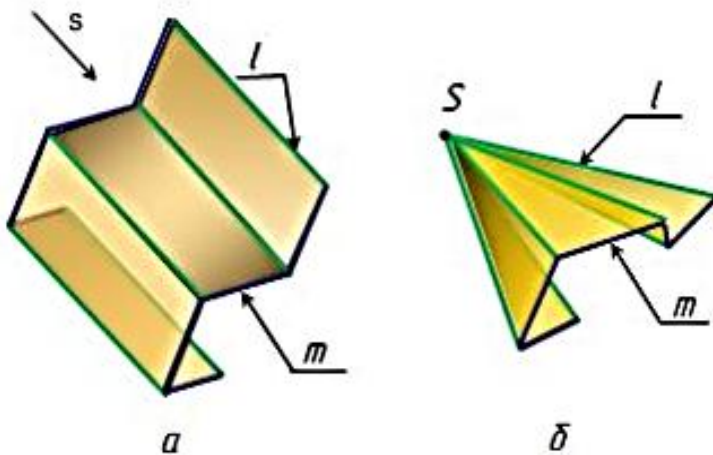


Рис. 6.2. Грані поверхні.

твірної l по ламаній направляючої m . При цьому, якщо твірна паралельна заданому напрямку s , то створюється призматична поверхня (рис. 6.2. а), а якщо всі твірні проходять через нерухому точку S , то створюється пірамідальна поверхню (рис. 6.2. б).

Багатогранниками називають геометричні тіла, обмежені граннюю поверхнею (*піраміди, призми, призматойди*). Елементами багатогранника є вершини, ребра і грані. Сукупність усіх ребер багатогранника називається його *сіткою*.

Побудова проєкції грані поверхні зводиться до побудови проєкцій деяких точок і прямих ліній цієї поверхні. Геометричне тіло, з усіх сторін обмежене плоскими багатокутниками, називається багатогранником.

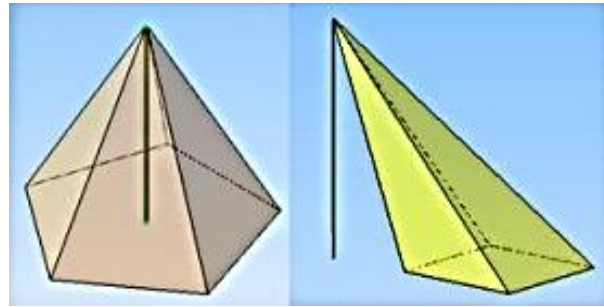
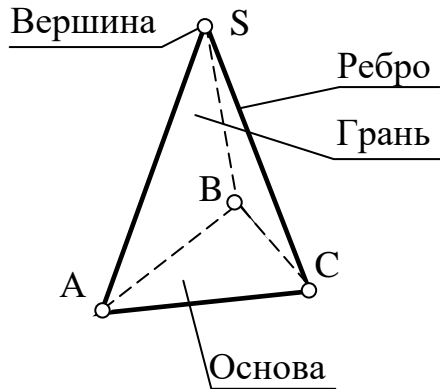
Спроекувати багатогранник – це означає побудувати проєкції його вершин та з'єднати їх відрізками прямих (ребер) з урахуванням видимості.

Найбільш розповсюдженими багатогранниками є піраміди (рис.6.3.) та призми (рис.6.6.). На кресленні багатогранники задаються проєкціями їх елементів, точок і прямих.

Піраміда – це опуклий багатогранник, одна з граней якого служить основа, а інші грані (трикутники) бічні із загальною вершиною піраміди S . В залежності від кількості сторін багатокутника, що лежить в основі, визначається кількість бічних

граней піраміди. За кількістю бічних граней піраміди діляться на тригранні, чотиригранні і т.д. На рис. 6.3. наведені назви елементів тригранної піраміди.

Піраміда називається прямою, якщо її вершина ортогонально проектується в центр ваги основи (рис. 6.4, а), в іншому випадку піраміда називається похилою (рис. 6.4, б).



а – пряма

б – похила

Рис. 6.3. Елементи грані поверхні.

Рис. 6.4. Різновиди піраміди.

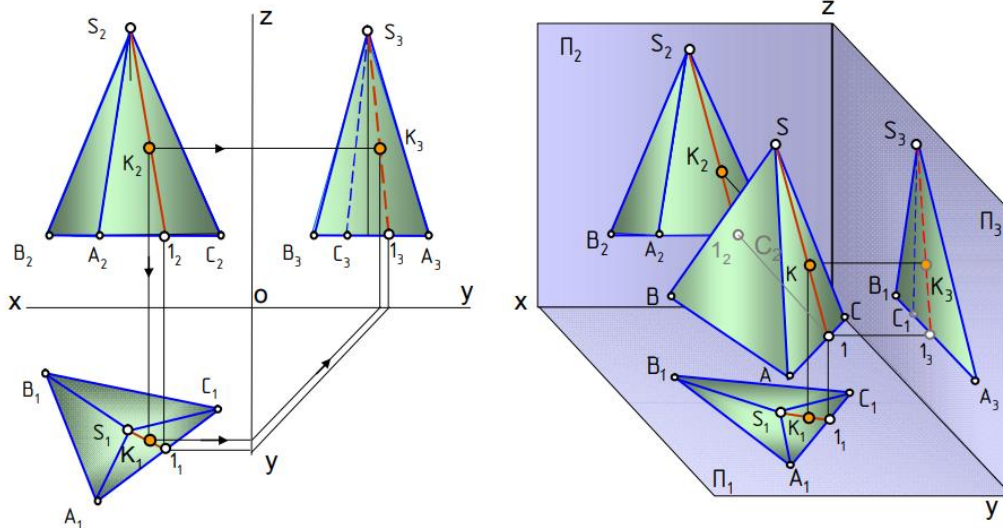


Рис. 6.5. Побудова проєкцій точки на поверхні піраміди.

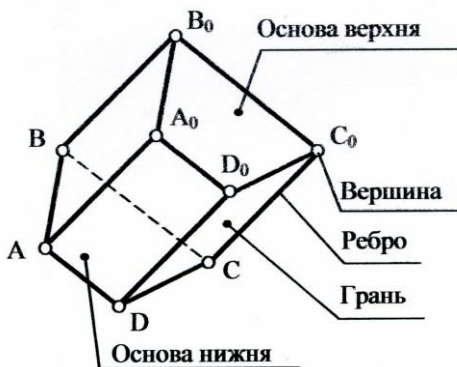


Рис. 6.6. Зображення призми.

Призмою називається опуклий багатогранник, у якого дві протилежні грані – основи призми – рівні багатокутники, а інші грані – бічні – паралелограми. Основи призми лежать в паралельних площинах, а бічні ребра рівні і паралельні один одному (рис. 6.6.).

Призматойд – багатогранна поверхня, що складається з двох багатогранників – основ, розташованих в паралельних площинах, і бічних граней в формі трикутників або трапецій (рис. 6.7.).

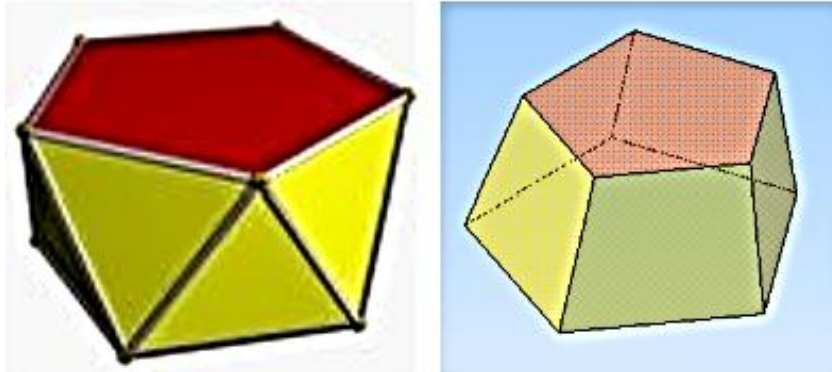


Рис. 6.7. Призматойди.

6.3. Перетин багатогранників прямою лінією та площиною.

Загальний спосіб побудови точок перетину прямої лінії з поверхнею полягає в наступному:

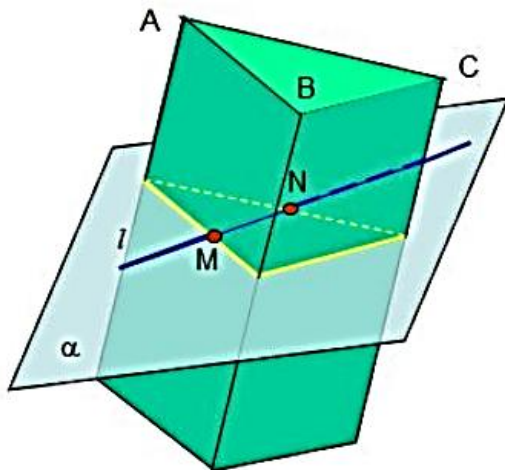


Рис. 6.8. Перетин прямої лінії з призмою.

- через пряму проводять допоміжну площину;
- знаходять лінію перетину цієї площини з поверхнею;
- точки перетину заданої прямої і побудованої лінії на поверхні будуть шуканими точками перетину прямої з поверхнею;
- потім визначають видимість прямої лінії на проєкціях.

Повна аналогія з побудовою точки перетину

прямої лінії з площиною.

На рис. 6.8. представлено наочне зображення перетину прямої l з тригранної призмою. Допоміжна площина α перетинає призму по трикутнику.

Лінією перетину багатогранника з площиною у загальному випадку є плоский багатокутник, вершинами якого є точки перетину ребер багатогранника з січною площиною, а сторонами є лінії перетину граней з січною площиною.

Побудувати багатокутник можна, якщо визначити:

- 1) його вершини;
- 2) його сторони.

Плоску фігуру, яка отримується від перетину багатогранника з площиною, називають перерізом.

Приклад 1. Побудувати переріз призми площиною Σ ($\Sigma_1\Sigma_2$) (рис.6.9.).

Алгоритм.

Визначаємо переріз нижньої основи (1, 2).

1. Визначаємо переріз верхньої основи (3, 4).
2. Визначаємо точки перетину останніх ребер багатогранника з площиною R (якщо такі існують).
3. З'єднуємо отримані точки з врахуванням видимості.

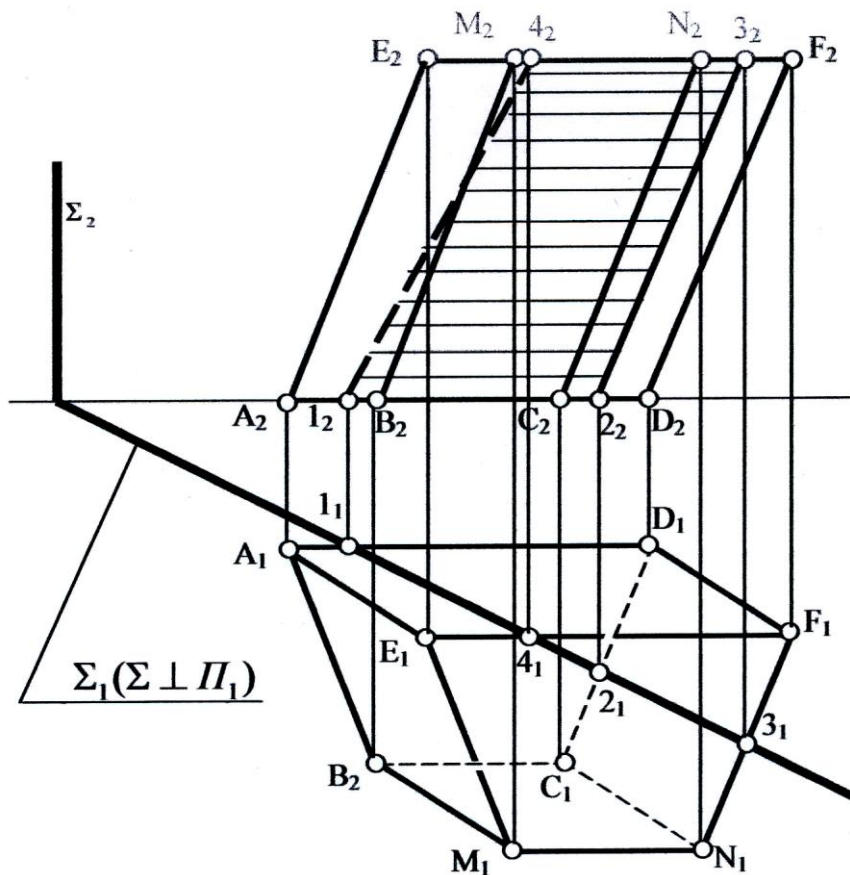


Рис 6.9. Переріз багатогранника площиною.

Приклад 2. Побудувати точки перетину прямої лінії з пірамідою (рис.6.10).

Алгоритм (рис.6.10.а).

1. Проводимо через пряму $l(DE)$ площину $P(P \perp \Pi_2)$.
2. Будуємо переріз $(1,2,3)$ багатогранника площиною – посередником P .
3. Визначаємо точки перетину, як результат перетину прямої $L(DE)$ з побудованим трикутником $(1\ 2\ 3)$.

Алгоритм (рис.6.10.б).

1. Проводимо через пряму $l(DE)$ площину $P(S,1,2)$.
2. Будуємо переріз $(S,3,4)$ багатогранника площиною посередником P .
3. Визначаємо точки перетину, як результат перетину прямої $l(DE)$ з лініями $(S_13_1), (S_14_1) \rightarrow (S_23_2), (S_24_2)$.

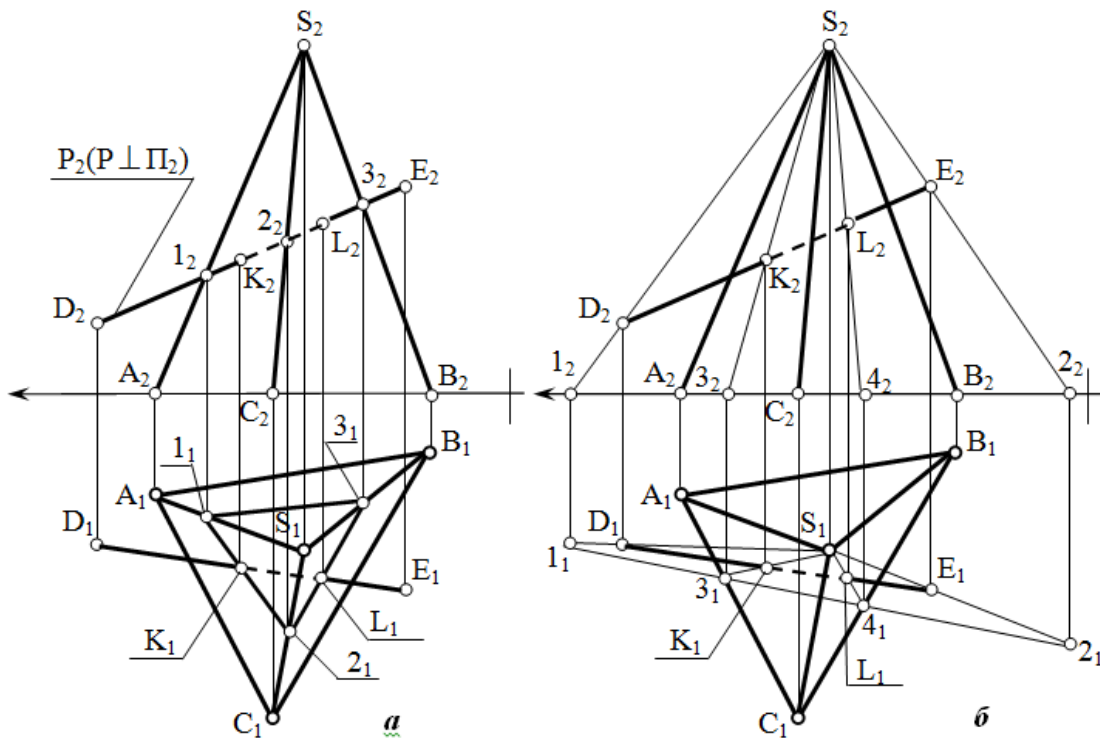


Рис. 6.10. Перетин піраміди прямою лінією.

6.4. Взаємний перетин багатогранників.

Два багатогранника перетинаються за просторовою ламаною лінією, яка може розпадатися на частини. Загальний спосіб розв'язання задачі полягає в тому, щоб знайти вершини або відрізки (ланки) ламаної лінії.

Вершинами є точки перетину ребер першого багатогранника з гранями другого та ребер другого з гранями першого.

Ланки ламаної лінії будуються як відрізки прямих, що з'єднують пари вершин, які належать до однієї й тієї ж грані багатогранника. Для побудови точок перетину ребер призми з гранями піраміди необхідно через ребра призми провести фронтально проєкціюючі площини посередники P та Q.

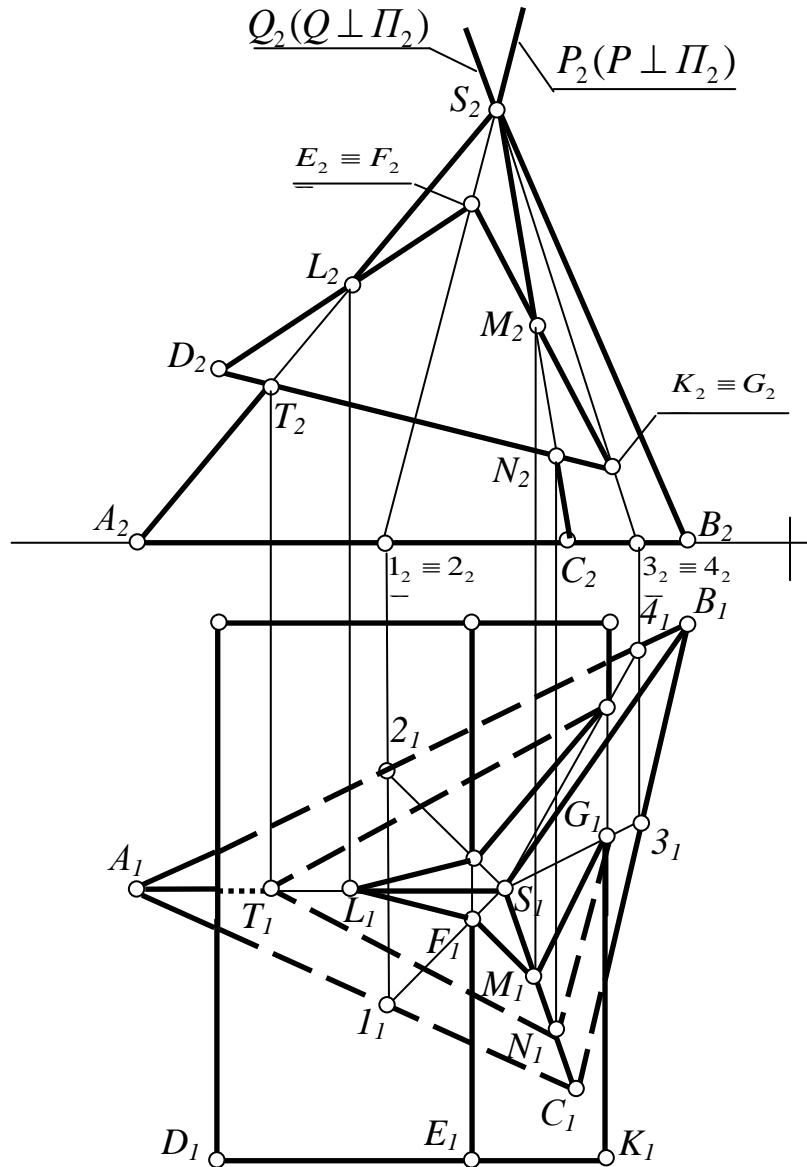


Рис.6.11. Взаємний перетин багатогранників.

Вони перетинають піраміду по лініям, які належать граням піраміди.

Там, де побудовані лінії перетинають ребра призми, отримуємо шукані точки перетину ребер призми з гранями піраміди.

Приклад 3. Побудувати лінію перетину поверхонь трьохгранної призми з трикутною пірамідою (рис.6.11.).

Для побудови точки перетину ребер піраміди з гранями призми можна користуватися фронтальною проекцією, тому що грані призми фронтально – проекціюючі, які і визначають точки перетину ребер піраміди з гранями призми на фронтальній проекції, а потім знаходять їх і на горизонтальній проекції.

Побудовані таким чином точки з'єднуємо з урахуванням видимості.

Питання для самоперевірки.

1. Яка поверхня називається багатогранною?
2. Наведіть приклади граней поверхонь.
3. Сформулюйте умови належності точки та лінії до геометричної поверхні.
4. Які геометричні образи є результатом перетину граней поверхонь?
5. Сформулюйте послідовність рішення задачі по визначенню точки перетину прямої та поверхні.
6. Наведіть послідовність рішення задачі по визначенню лінії перетину граней поверхонь.
7. За якої умови точка належить грані?

ТЕМА 7 КРИВІ ЛІНІЇ ТА ПОВЕРХНІ. КОНІЧНІ ПЕРЕРІЗИ.

7.1. Криві лінії та поверхні.

Крива лінія визначається як траєкторія руху точки за деяким законом при постійно змінюваному напрямку руху.

Криві лінії бувають *плоскими* та *просторовими*. *Плоскі криві лінії* утворюються при перетині поверхонь площиною (лінії перетину кругових циліндрів і конусів і інших поверхонь площиною). Всі точки плоскої лінії лежать в одній площині, наприклад, окружність, еліпс.

Лінія вважається закономірною, якщо в своєму утворенні вона підпорядкована якомусь геометричному закону. Якщо при цьому крива визначається в декартових координатах алгебраїчним рівнянням, то вона називається алгебраїчною.

Плоска крива усіма своїми точками належить до однієї площини (рис.7.1), у протилежному випадку вона просторова (рис.7.2).

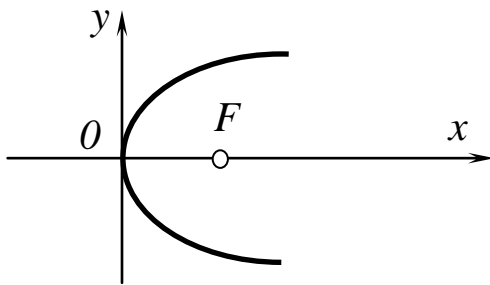


Рис.7.1. Плоска крива.

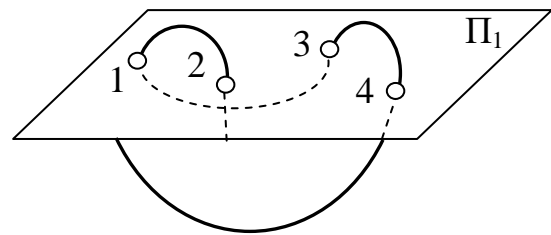


Рис.7.2. Просторова крива.

Криві лінії можуть задаватися аналітично та графічно, можуть бути алгебраїчними або трансцендентними.

Алгебраїчними кривими лініями називаються ті, що описуються у прямокутній декартовій системі координат алгебраїчними рівняннями.

Наприклад: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ – рівняння еліпсу,

$y^2 = 2px$ – рівняння параболи, де $p = 2OF$ (F – фокус)

$x^2 + y^2 = R^2$ – рівняння кола.

Порядком кривої є ступінь її рівняння.

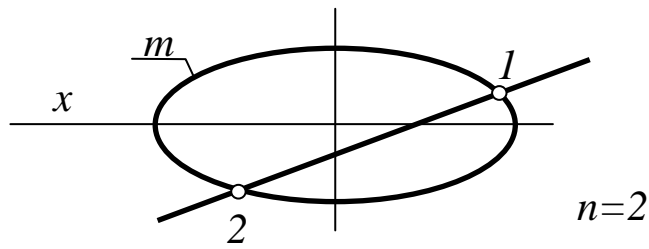


Рис.7.3. Еліпс – крива другого порядку.

Плоска крива називається трансцендентною, якщо вона описується відповідним трансцендентним рівнянням.

Трансцендентна крива не визначається у декартових координатах алгебраїчним рівнянням.

Приклади трансцендентних кривих.

$$y = \sin x; \quad y = \ln x.$$

Порядок просторової алгебраїчної кривої у більшості випадків визначається кількістю точок перетину кривої з площиною (рис.7.4), а для плоскої кривої – з прямою лінією (рис. 7.5, 7.6, 7.7).

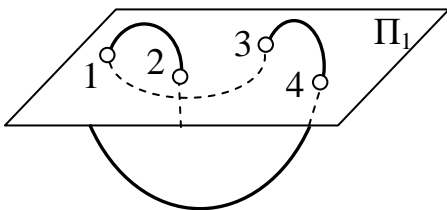


Рис.7.4.

Визначення порядку просторової

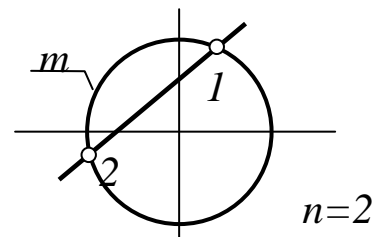


Рис.7.5.

Коло – крива другого порядку

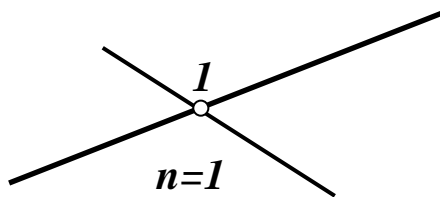


Рис.7.6.

Пряма – лінія першого порядку

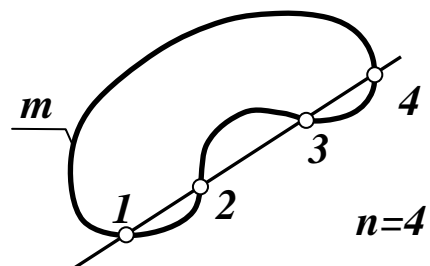


Рис.7.7.

Крива – лінія четвертого порядку

7.2. Локальні характеристики кривої. Дотична до плоскої кривої.

Дотична t до кривої у точці M - це граничне положення січної, коли точка M_1 , залишаючись на кривій, нескінченно близько наближається до точки M (рис.7.8).

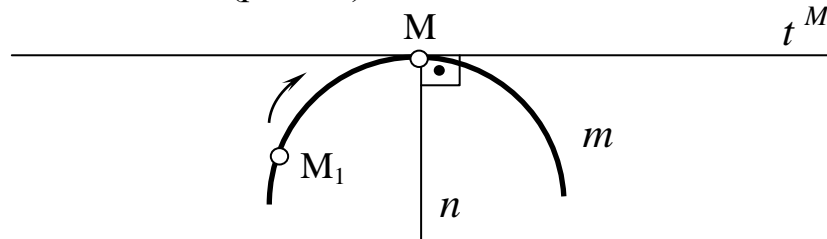


Рис.7.8. Дотична та нормаль кривої

Нормаллю (n) плоскої кривої у точці M є пряма, розташована у площині кривої, що проходить через точку M перпендикулярно до дотичної в цій точці (рис.7.8).

Криві лінії, що мають у кожній точці єдину дотичну називаються гладкими.

На кривих розрізняють (рис.7.9) особливі точки: точка звороту першого роду (а); точка звороту другого роду (б); точка перегину (в); кратна точка (г), точка зламу (д) та ін.

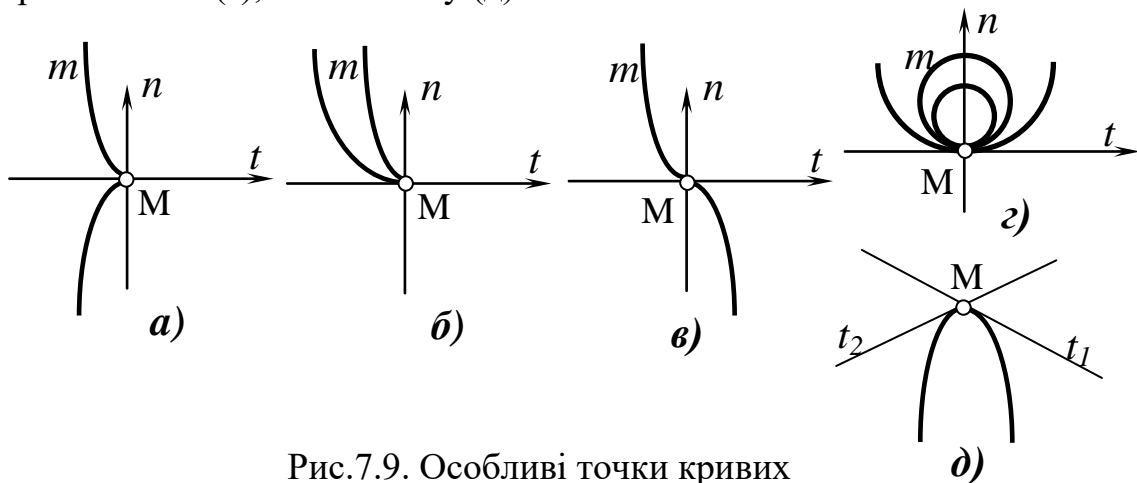


Рис.7.9. Особливі точки кривих

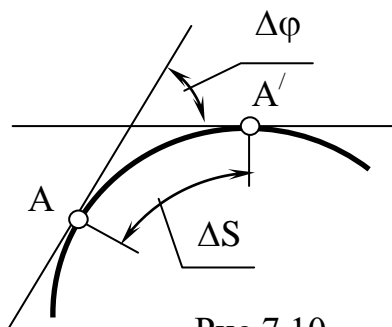


Рис.7.10.

Найважливішою характеристикою кривої є її кривина. Кривина плоскої кривої є межею, до якої прямує відношення кута суміжності φ між дотичними у точках A та A' до дуги $AA' = \Delta S$ під час прямування точки A' до A (рис.7.10).

$K = \lim \frac{\Delta\varphi}{\Delta S}$, коли $\Delta S \rightarrow 0$. Радіус кривини плоскої кривої є величиною, оберненою до кривини $R = \frac{1}{K}$.

7.3. Основні властивості кривої, що зберігаються під час паралельного проєкціювання.

1. Належність точки кривій при проєкціюванні зберігається.
2. Дотична до кривої проєкціюється у дотичну до її проєкції.
3. Порядок алгебраїчної кривої зберігається при проєкціюванні, за винятком випадків її проєкціювання на площину симетрії. Тут порядок кривої зменшується в стільки разів, скільки точок кривої розташовано на одному проєкціюючому промені.

7.4. Криві поверхні. Їх утворення та завдання на кресленику. Поверхні обертання.

Поверхня – це сукупність всіх послідовних положень деякої лінії яка переміщується в просторі. Лінія, що утворює поверхню, в кожному її положенні називають *твірною*, а лінія, по якій переміщається твірна, називають *направляючою*.

Якщо направляюча – незакономірна лінія, то поверхня теж називається *незакономірною* або *загального виду*. Твірна може бути прямою і кривою лінією. Якщо твірна – пряма лінія, то поверхня називається *лінійчатою*. Якщо твірна поверхня – крива лінія, то поверхня називається *нелінійчатою* або *кривою*.

Поверхні можуть задаватися аналітично та графічно, як і криві, вони можуть бути алгебраїчними та трансцендентними. Порядок алгебраїчної поверхні графічно визначається кількістю точок перетину поверхні з прямою лінією та дорівнює ступеню алгебраїчного рівняння.

Визначник поверхні складається з геометричної частини (сукупність геометричних елементів) та алгоритмічної частини, що надає спосіб побудови точок та ліній поверхні.

Поверхня задається на кресленику проєкціями геометричних елементів визначника, а алгоритмічна частина записується текстом та служить для побудови проміжних положень ліній на поверхні.

Нами розглядаються кінематичні поверхні, тобто траєкторії переміщення точок твірної лінії, що визначаються законом

переміщення. Цей закон визначається алгоритмічною частиною визначника поверхні.

Розглянемо визначник поверхонь обертання (рис.7.11...7.15).

Поверхні обертання загального виду.

Поверхня обертання утворюється обертанням твірної навколо осі $[m, i, A_{об.}]$, де $A_{об.}$ – алгоритм обертання.

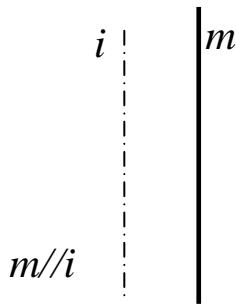


Рис.7.11.

Утворення циліндра

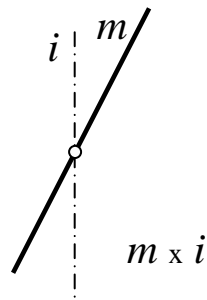


Рис.7.12.

Утворення конуса

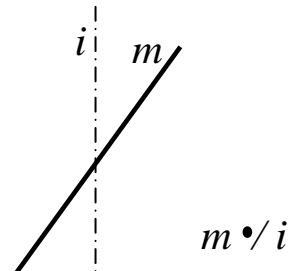


Рис.7.13.

Утворення однополосного гіперболоїда обертання

Найвужча частина поверхні називається горлом. Площина, що проходить через вісь поверхні обертання називається меридіональною площиною, вона є площиною симетрії поверхні обертання та переріза поверхні за меридіаном. Усі площини, що перпендикулярні до осі обертання, паралельні одна одній та перетинають поверхню за колами, що звуться паралелями.

7.5. Інцидентність точки та лінії поверхні.

Поверхня задана на кресленику, якщо за однією проекцією точки, що належить до поверхні, можна побудувати її другу проекцію (рис.7.15).

Приклад. За фронтальними проекціями точок D_2, \bar{D}_2 , що належать до поверхні обертання, побудувати їх горизонтальні проекції (рис.7.15).

Для побудови точок на криволінійній поверхні використовуємо площину – посередник, яка повинна перетинати задану поверхню по простішим лініям. До них відносять прямі та кола.

В нашому випадку площина P перетинає поверхню по окружності. Радіус окружності визначається, як відстань від осі i до твірної, на висоті площини – посередника (рис. 7.15.). При цьому, на фронтальній проекції перетин проєктується в лінію, а на горизонтальній в окружність. Спроекувавши точку D_2 на горизонтальну площину проєкцій ми отримуємо дві проекції точки D_1 і \bar{D}_1 .

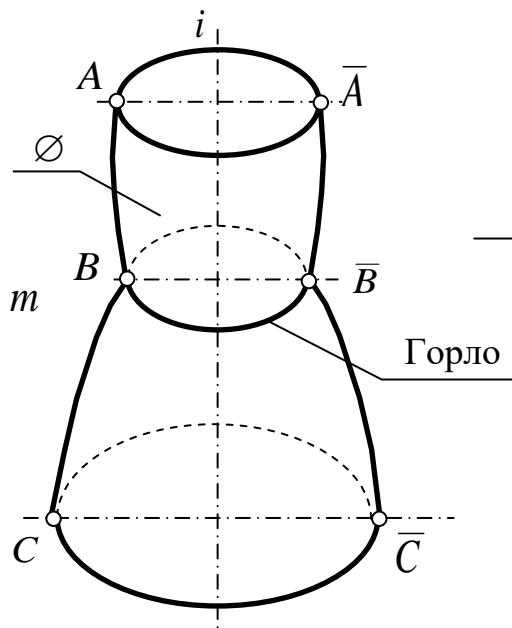


Рис.7.14. Зображення поверхні обертання загального виду.

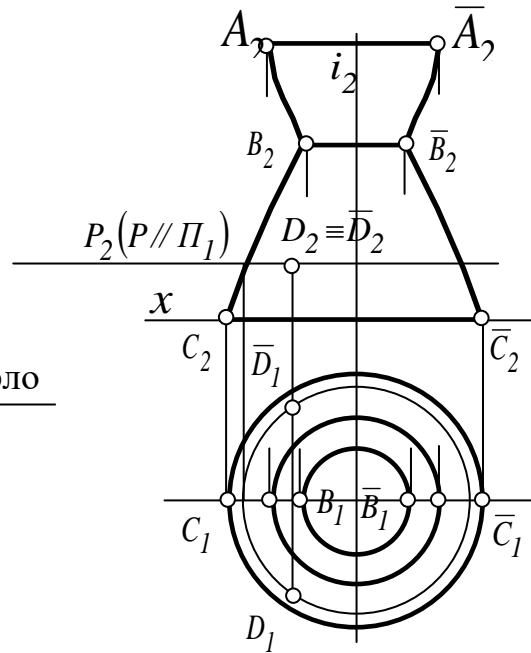


Рис.7.15. Завдання поверхні обертання на кресленику.

7.6. Переріз криволінійної поверхні площиною.

При побудові лінії перерізу криволінійної поверхні з площиною необхідно:

1. Провести аналіз заданої поверхні.
 - а) визначити положення прямолінійних твірних та кіл (паралелей) на заданій поверхні;
 - б) визначити вид кривої, її симетрію та її проекції.
2. Визначити опорні точки лінії перерізу, які відрізняються особливим положенням по відношенню до площин проекцій.

До них відносяться:

- а) екстремальні точки - найближча та найвіддаленіша відносно будь – якої площини проекцій;
- б) точки видимості, що розташовані на контурі (або на обрисі) поверхні;
- в) точки, які характеризують параметри кривої (наприклад, кінці осей еліпса).

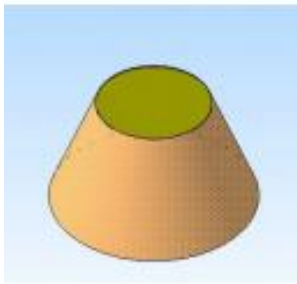
Кожна опорна точка визначається, як правило, своїм прийомом побудови.

7.7. Конічні перерізи.

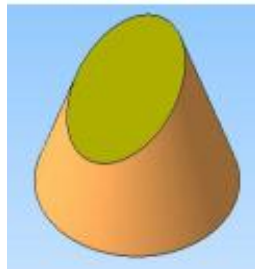
Конічні перерізи (рис.7.16) (коніки) – криві другого порядку, отримувані від перерізу конічної поверхні площиною:

α – кут нахилу твірної конуса до осі (i).

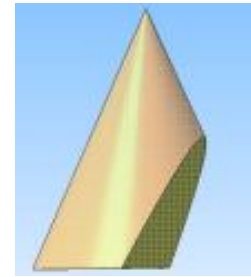
β – кут нахилу січної площини до осі конуса (i);



1. $\beta = 90$ – Площина P
– коло ($P \perp i$);



2. $90 > \beta > \alpha$ –
площина Q – еліпс;



3. $\beta = \alpha$ – площина
 R – парабола;

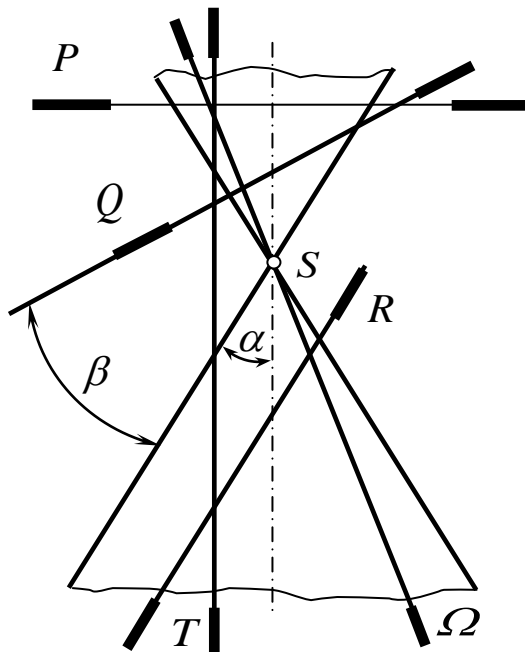
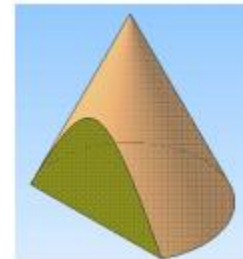
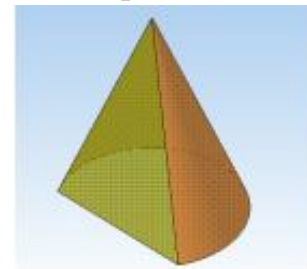


Рис.7.16. Конічні перерізи



4. $0 \leq \beta < \alpha$ – площина
 T – гіпербола;



5. $\Omega \supset S$ – площина
 Ω – дві січні прямі.

На рис. 7.17 наведений приклад перетину конуса з фронтально-проекціуючою площиною $P(P_2)$ по еліпсу. Покажемо, як визначаються характерні елементи кривих другого порядку на комплексному кресленнику, що отримані від перерізу конуса обертання проекціуючою площиною, в залежності від її положення:

1. Січна площина перетинає всі твірні – лінія перетину є еліпсом.

Площина P перетинає конус за еліпсом, який на площині Π_2 проєкціюється у відрізок прямої, а на площину Π_1 – у вигляді еліпса.

2. Знайдемо осі еліпса – проєкції. Велика вісь еліпса AB розташовується вздовж лінії схилу січної площини, менша CD – вздовж лінії рівню та розподіляє відрізок AB навпіл.

3. Проміжні точки I та II побудовані з використанням прямолінійних твірних конуса, а III та IV – кола площини R , що паралельна площині Π_2 .

4. Точки $E F$ – точки межі видимості на профільну проекцію.

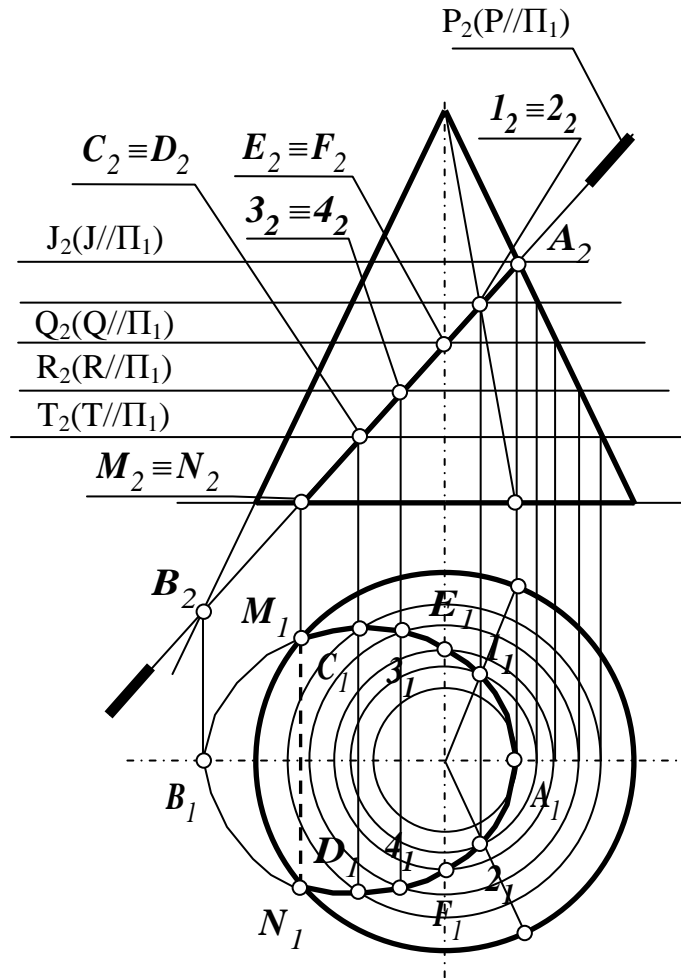


Рис.7.17. Перетин конічної поверхні площиною P .

Питання для самоперевірки.

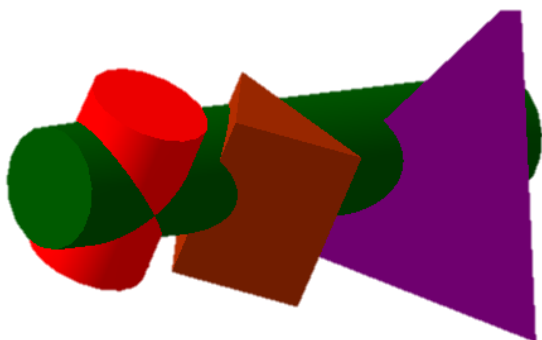
1. Як утворюється геометрична поверхня на кресленнику?
2. Як визначається порядок просторової алгебраїчної кривої у більшості випадків?
3. Що таке дотична? Що таке кривина?
4. Як задають геометричні поверхні на кресленнику?
5. Які перетини можна отримати на конічній поверхні?

ТЕМА 8 ВЗАЄМОПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ. СПОСІБ СІЧНИХ ПЛОЩИН.

8.1. Перетин криволінійної поверхні з граною.

Загальні відомості.

Лінією перетину поверхонь називається лінія, точки якої належать обом поверхням водночас. Її форма залежить від форми та взаємного положення поверхонь (рис. 8.1.).



Дві криві поверхні перетинаються по просторовій кривій лінії.

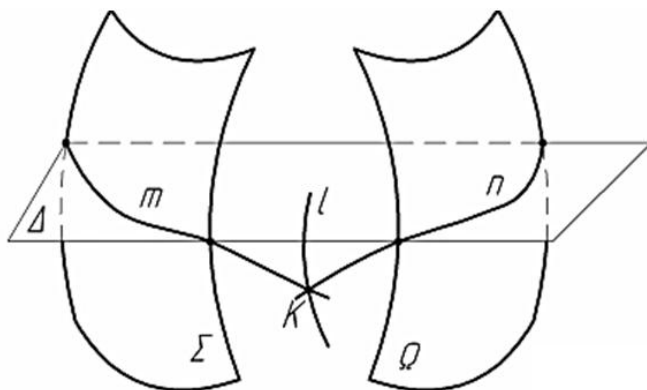
Лінія перетину двох граних поверхонь — просторова ламана.

Лінія перетину кривої поверхні з граною — просторова ламана, ланки якої — дуги плоских кривих.

Основний метод побудови

лінії перетину поверхонь — метод поверхонь-посередників.

Алгоритм графічних побудов (рис. 8.2.):



8.2. Алгоритм графічних побудов.

— вибрати посередники, які перетинають задані поверхні по найбільш простих лініях: прямих або колах;

— провести посередник Δ та побудувати лінії перетину посередника з обома заданими поверхнями: $m = \Delta \cap \Sigma$, $n = \Delta \cap \Omega$;

— визначити точки перетину побудованих ліній $K = m \cap n$; ці точки належать лінії перетину заданих поверхонь $K \in l$;

— вибрати новий посередник та повторювати вище вказані дії, поки не буде одержано достатньо точок для побудови лінії l перетину поверхонь;

— з'єднати одержані точки, враховуючи видимість окремих частин лінії перетину.

Побудову лінії перетину слід починати з визначення характерних точок, до яких відносяться точки на обрисах поверхонь, точки найвищі і найнижчі, крайні ліві і крайні праві на усіх проекціях.

При перетині криволінійної поверхні з гранню утворюється просторова лінія, що складається із плоских ланок, які є лінією перетину граней багатогранника з поверхнею. У точках переходу від однієї ланки до другої порушується гладкість кривої, тому що ланки розташовані в різних площинах. Ці точки зветься точками зламу.

Алгоритм побудови лінії перетину поверхні обертання з багатогранником є аналогічним до побудови лінії перетину цієї поверхні з площиною. Під час аналізу завдання додатково треба виявити, що собою являє кожна ланка лінії перетину та як вона проєкціюється на площину проєкцій.

8.2. Приклад побудови лінії перетину криволінійної поверхні з гранню.

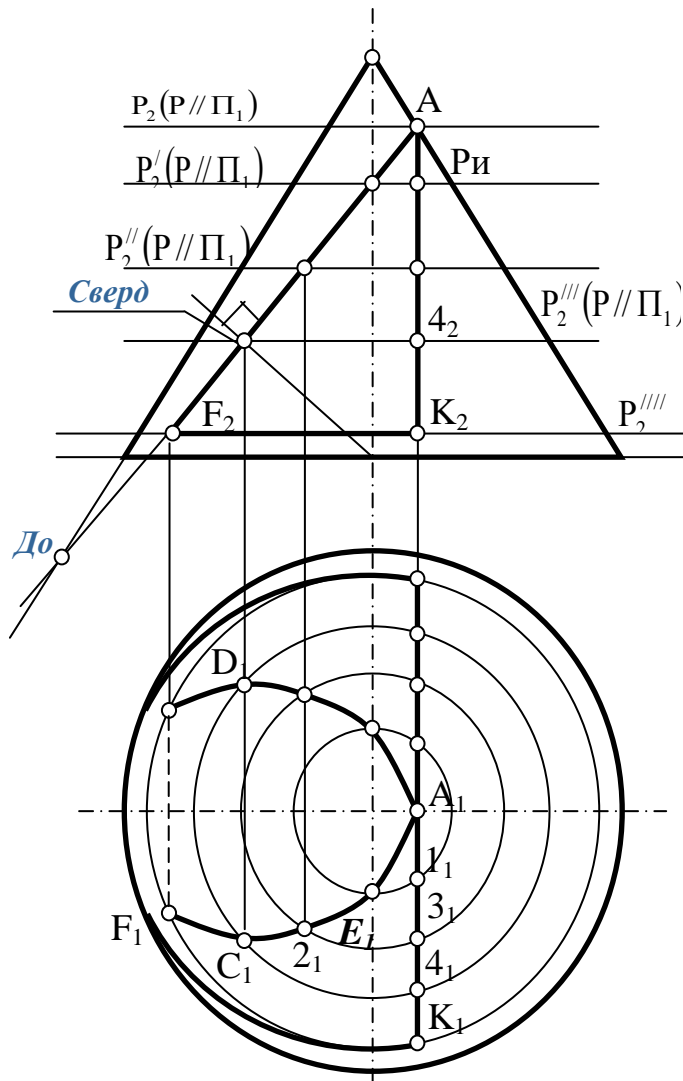


Рис.8.3

Задача 1.
Побудувати лінію перетину прямого кругового конуса з вікном від трьох граней призми.

Розглянемо докладніше рішення задачі (рис.8.3).

1. Проводимо допоміжну площину P_2 через ребро призми і радіусом R відмічаємо на цьому ребрі точку $A (A_2, A_1)$.

Через інші ребра проводимо площину P' та знаходимо точки $E (E_1, E_2)$ та $I (I_1, I_2)$. та симетричні їм точки E' та I' .

Будуємо профільні проєкції точок A, E, I та ті, що їм симетричні.

2. Для знаходження точки меншої осі еліпса CD відрізок AB ділимо навпіл та через його середину проводимо допоміжну площину P'' .

3. За допомогою площин P'' визначаємо проміжні точки $1, 2$ та їм симетричні $1', 2'$.

4. За допомогою площин P''' визначаємо частину кола яка знаходиться між точками F та K .

5. Отримані точки з'єднуємо плавною кривою враховуючи що точки AKF – точки переходу від однієї ланки до іншої:

ланка AF – частина еліпса;

ланка FK – частина окружності;

ланка AK – гіпербола.

8.3. Побудова ліній перетину двох криволінійних поверхонь.

У загальному випадку лінією перетину двох алгебраїчних поверхонь є просторова крива, порядок якої визначається добутком порядків заданих поверхонь. Наприклад, лінією перетину двох поверхонь другого порядку є крива четвертого порядку, яка може розпадатися на дві криві другого порядку, чотири прямі та інші сполучення.

Осі поверхонь обертання, якщо вони паралельні або перетинаються, визначають площину симетрії лінії перетину. При проєкціюванні кривої на площину симетрії порядок кривої зменшується в стільки разів, скільки її точок знаходиться на проєкціюючому промені. Отже, лінія перетину двох поверхонь другого порядку, які мають загальну площину симетрії, проєкціюються на цю площину, та на площину, їй паралельну, у вигляді кривої другого порядку.

Наприклад, у вигляді параболи – у випадку перерізу сфери з конусом або циліндром, гіперболи – у випадку різноманітних варіантів перетину конусів та циліндрів.

Для визначення точок, що належать до лінії перетину поверхонь, користуються способом допоміжних січних поверхонь (спосіб посередників). До них належать: площини, сфери та інші поверхні.

При виборі посередника слід виходити з того, щоб у перетині з заданими поверхнями утворювалися графічні прості лінії – прямі або окружності. Для вирішення кожної задачі необхідно вживати кілька площин – посередників.

Алгоритм побудови лінії перетину двох поверхонь аналогічний алгоритму побудови лінії перетину криволінійної поверхні з площиною, але із значно ретельнішим аналізом заданих поверхонь:

- а) порядку заданих поверхонь;
- б) положення прямолінійних твірних та кіл на заданих поверхнях;
- в) виду кривої, її симетрії та її проєкцій;
- г) вибору поверхонь – посередників для побудови проміжних точок лінії перетину.

8.4. Суть способу поверхонь – посередників.

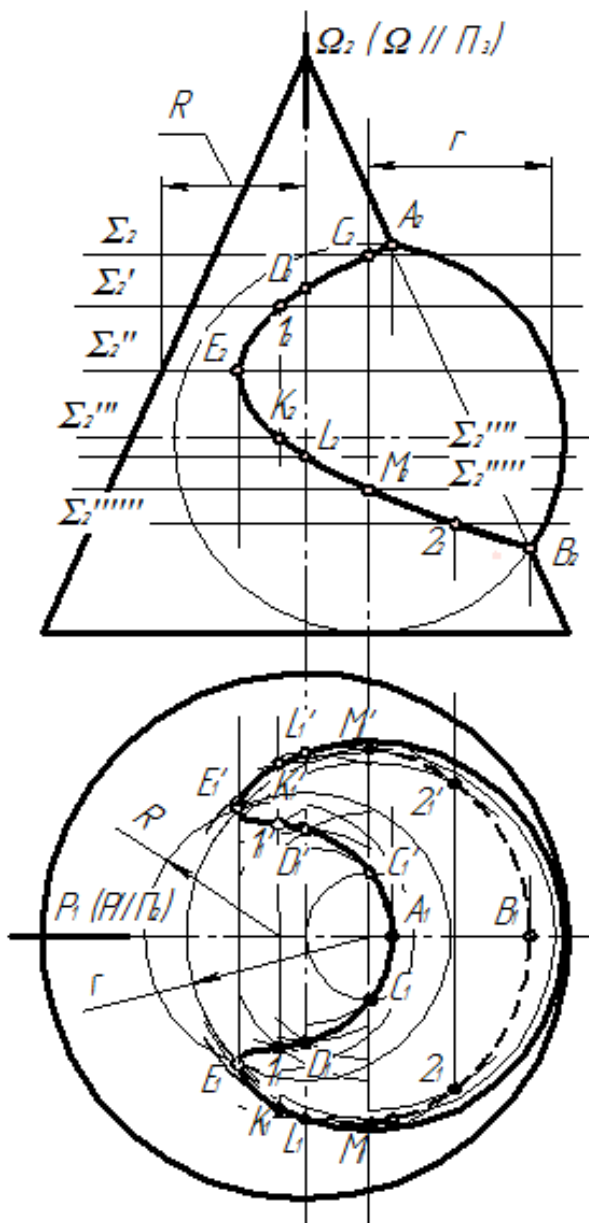


Рис. 8.4. Перетин конуса і сфери.

Загальним способом побудови точок лінії перетину двох поверхонь є спосіб допоміжних поверхонь.

Допоміжна поверхня має перетинати дані поверхні за лініями, які проєкціюються у прямі лінії або окружності.

У перетині цих ліній з'являються точки, що належать до обох поверхонь, тобто точки їх ліній перетину. Для допоміжних поверхонь звичайно використовують або площини, або сфери.

Із цього і способи побудови лінії перетину поверхонь - спосіб допоміжних січних площин та спосіб допоміжних сфер.

9.5. Приклад побудови лінії перетину двох криволінійних поверхонь.

Використання методу січних площин розглянемо на прикладі побудови лінії перетину двох поверхонь другого порядку.

Задача 2. Побудувати лінію перетину конуса обертання та сфери.

Аналіз завдання показує, що для рішення мають бути використаними допоміжні горизонтальні площини рівня, що перетинають обидві поверхні по окружностям. За допомогою таких площин можна побудувати будь-яку кількість довільних точок.

Площина P ($P // \Pi_2$) – спільна площина симетрії заданих поверхонь – паралельна до фронтальної площини проєкцій.

Площина P перетинає поверхні за їх головними меридіанами. Точки перетину цих меридіанів є верхньою A та нижньою B точками лінії перетину.

Будь – яка з горизонтальних площин рівня, що розташована між цими точками, може бути використана для отримання пари точок лінії перетину.

Точки видимості K границі лінії перетину конуса та сфери на горизонтальну площину проєкцій визначаємо за допомогою допоміжної площини Σ''' яка проходить через екватор сфери.

Відповідно точки D і L отримуємо за допомогою площини Ω , яка визначає границі видимості на профільну проєкцію лінії перетину конуса і сфери.

Точки найбільшого охопту поверхонь E визначають за допомогою площини Σ'' яка перетинає конус по окружності радіусом R а сферу r . Взаємний перетин окружностей визначає положення точки E (рис 8.4.).

Задача 3. Побудувати лінію перетину прямого кругового конуса з циліндром (рис. 8.5.).

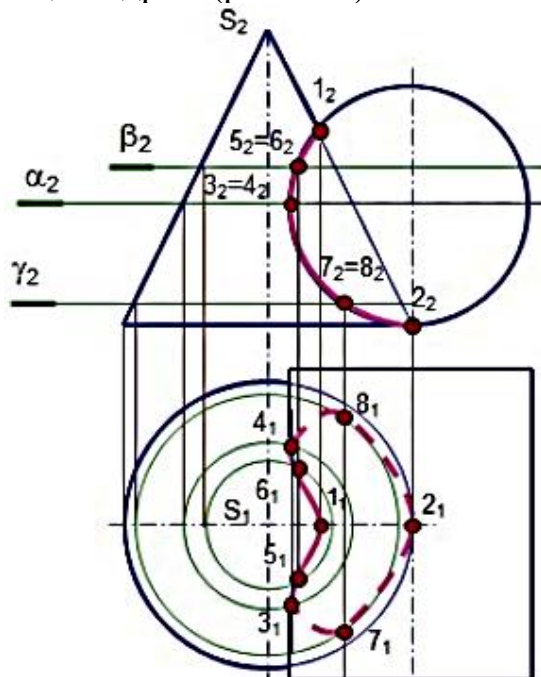


Рис. 8.5. Перетин конуса і проєкціюючого циліндра.

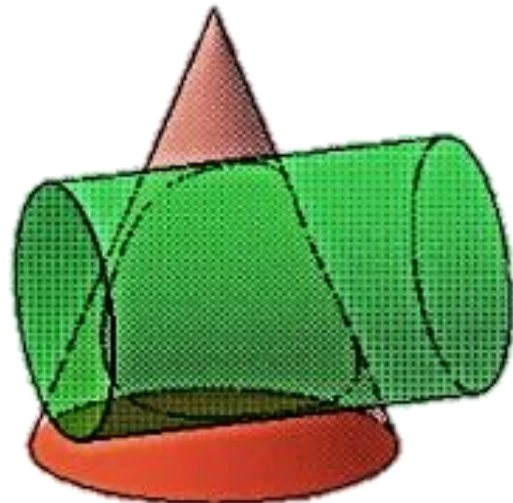


Рис. 8.6. Модель перетин конуса і циліндра.

В даній задачі лінію перетину будують також способом січних площин. Циліндр займає фронтально проєкціуюче положення, тому лінія перетину на фронтальній проєкції збігається з контуром циліндра.

Щоб побудувати горизонтальну проєкцію лінії перетину, задають допоміжні площини α , β , γ – горизонтальні рівня, які перетинають конус по колах, а циліндр – по прямих лініях. Точки перетину цих ліній лежать на лінії перетину поверхонь. Задані поверхні врізаються один в одного, а лінія перетину являє собою просторову замкнуту криву лінію.

Побудова починають з визначення точок перетину контурних або нарисових ліній (точки 1 і 2). Площину α проводять через границю видимості (точки 3 і 4). Площини β і γ дають проміжні точки 5, 6 і 7,8. На рис. 8.6. приведена модель перетину фігур.

Питання для самоперевірки.

1. Що являють собою лінії перетину поверхонь?
2. Як побудувати лінію перетину двох багатогранників?
3. В чому полягає спосіб січних площин?
4. Як побудувати лінію перетину: граної поверхні з поверхнею обертання? поверхні обертання з іншою поверхнею обертання?
5. Чи може проєкція лінії перетину виявитися за межами контуру поверхні?

ТЕМА 9 ВЗАЄМОПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ. СПОСІБ СФЕР-ПОСЕРЕДНИКІВ.

9.1. Особливі випадки перетину поверхонь другого порядку.

Точка, в якій поверхні мають загальну дотичну площину, називається точкою дотикання або точкою дотику поверхонь.

ТЕОРЕМА ПРО ПОДВІЙНЕ ДОТИКАННЯ.

Коли дві поверхні другого порядку мають дві точки дотику, то лінія їх перетину розпадається на дві криві другого порядку, площини яких проходять через пряму, яка з'єднує точки дотику.

Ця теорема застосовується для побудови кругових перетинів тих поверхонь другого порядку, які їх мають. Для цього слід використати

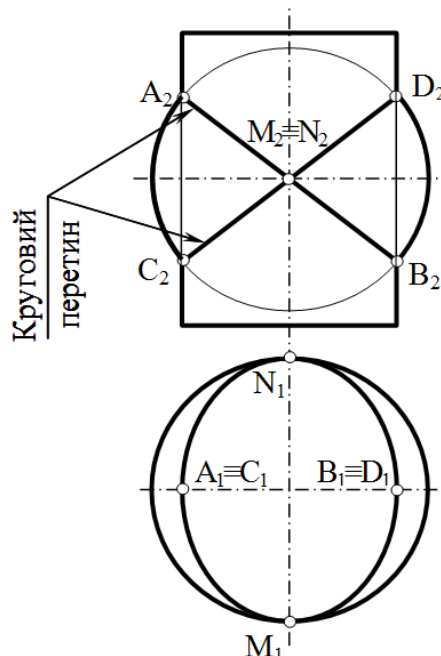


Рис.9.1. Приклад подвійного дотикання.

сферу, яка має подвійне дотикання з даною поверхнею.

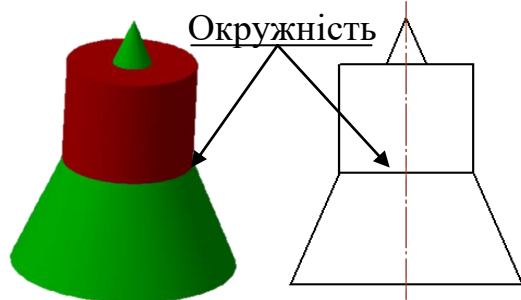
Приклад 1. Побудувати круговий перетин еліптичного циліндра.

Обираємо сферу з центром на осі циліндра та діаметром, що дорівнює відрізку MN – великій осі еліпса. M та N – точки дотику.

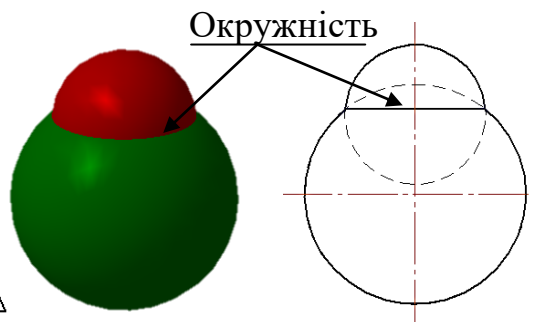
Співвісні поверхні обертання перетинаються по колах, які лежать в площинах, перпендикулярних осі обертання. Число кіл перетину дорівнює числу точок перетину головних меридіанів (нарисів).

Ця теорема застосовується для побудови кругових перетинів тих поверхонь другого порядку, які їх мають. Для цього слід використати сферу, яка має подвійне дотикання з даною поверхнею.

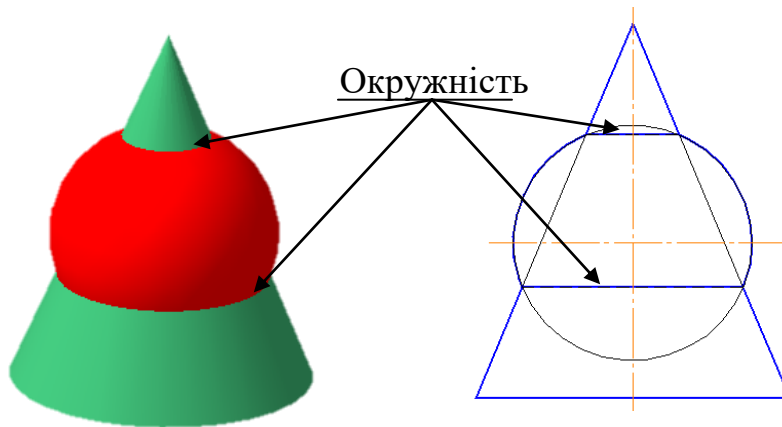
Співвісними називають поверхні, які мають загальну вісь обертання (рис. 9.2., 9.3. 9.4.).



9.2. Співвісні конус, циліндр.



9.3. Співвісні сфери.



9.4. Співвісні конус, сфера

ТЕОРЕМА МОНЖА.

Якщо дві поверхні другого порядку описані навколо третьої або вписані в неї, то вони перетинаються по двом плоским кривим, площини яких проходять через пряму, яка з'єднує точки перетину ліній дотику.

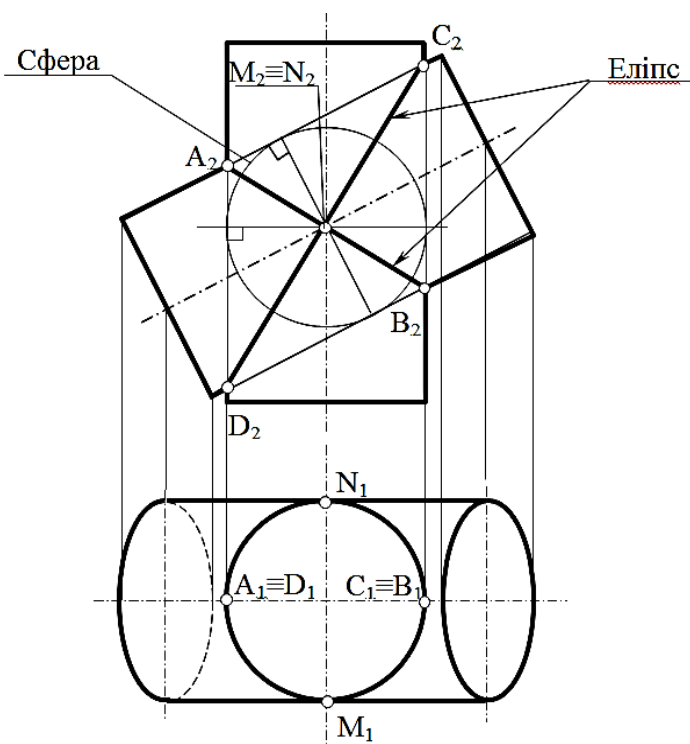


Рис.9.5. Приклад поверхонь обертання, описаних навколо однієї сфери (теорема Монжа).

Приклад 2.

Побудувати лінію перетину двох циліндрів, осі яких перетинаються між собою та діаметром однакові, тобто описані навколо сфери з центром у точці перетину осей.

На основі теореми Монжа лініями перетину циліндричних поверхонь мають бути два еліпси, що розташовані у фронтально проекціюючих площинах. Ці які на площину Π_2 проекціюються відрізками прямих AB та CD (рис. 9.5.)

9.2. Спосіб допоміжних сфер.

Загальний огляд.

Часто для побудови ліній перетину двох поверхонь обертання загального виду з осями, які перетинаються, неможливо підібрати допоміжні січні площини, які б перетинали ці поверхні за геометрично простими лініями (прямі або кола).

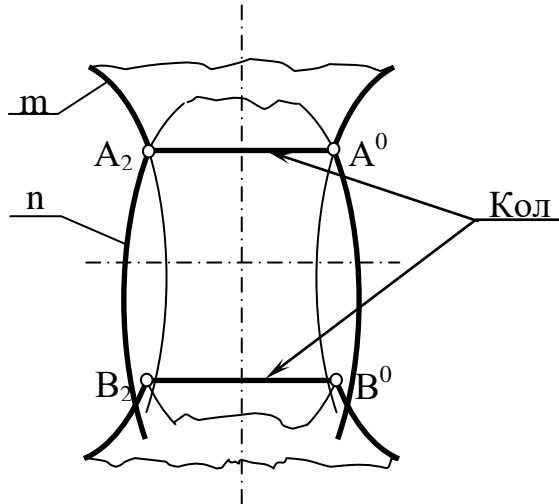


Рис.9.6. Перетин двох співвісних

Розглянемо спочатку як перетинаються співвісні поверхні обертання (тобто поверхні обертання із загальною віссю).

Твердження 1.

Дві співвісні поверхні обертання перетинаються по колах, кількість яких дорівнює кількості точок перетину головних меридіанів.

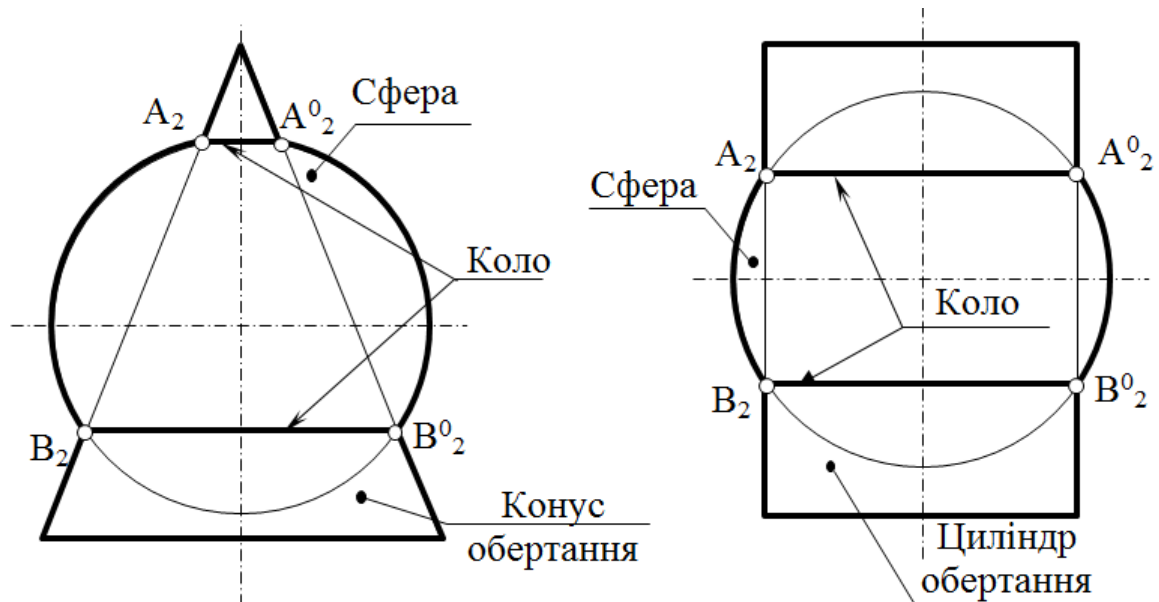


Рис.9.7. Перетин поверхонь конуса та циліндра зі сферою.

Точки A та B є точками перетину головних меридіанів співвісних поверхонь обертання.

Під час обертання їх навколо горизонтально – проекціюючої осі утворюються кола – паралелі, які належать одночасно до обох поверхонь. Ці кола проекціюються на площину Π_2 у вигляді відрізків прямих, перпендикулярних до фронтальної проекції осі обертання, а на площину Π_1 – без спотворення, тобто в окружність.

Наслідок. Якщо центр січної сфери знаходиться на осі поверхні обертання, то сфера перетинає дану поверхню по окружностям (рис.9.7).

9.3. Умови, за якими спроможне використання способів концентричних сфер – посередників.

9.3.1. Поверхні, що перетинаються, мають бути поверхнями обертання, або мати кругові перерізи.

9.3.2. Осі цих поверхонь мають перетинатися та визначати загальну площину симетрії поверхонь.

9.3.3. Площина симетрії, що утворена осями, які перетинаються, має бути паралельною до будь – якої площини проекцій.

9.4. Спосіб концентричних сфер.

Особливість способу розглянемо на наступному прикладі (рис.9.8).

Приклад 3. Побудувати лінію перетину двох циліндрів з осями, що перетинаються та паралельні площині Π_2 .

Якщо центр O сфери I обрано у точці перетину осей поверхонь, то ця сфера I перетинає обидві поверхні за колами. Кожне з цих кіл належить до різних поверхонь, але в той же час вони належать одній сфері, тому вони перетинаються. Точки перетину кіл належать до лінії перетину поверхонь.

Перш, ніж приступити до побудови лінії перетину, необхідно визначити радіус мінімальної та максимальної сфер.

Мінімальна сфера обов'язково має дотикатися до однієї поверхні та перетинати або дотикатися другої (Сф.1).

Максимальна сфера (Сф.2) проходить через найбільш віддалену точку перетину обрисів (в даній задачі – це точки A та A^0).

У проміжку між Сф.1 та Сф.2 можна брати сфери довільного радіуса для визначення проміжних точок ліній перетину.

Однією з переваг способу сфер є те, що за його допомогою стає можливим розв'язання задачі тільки на одній площині проєкцій.

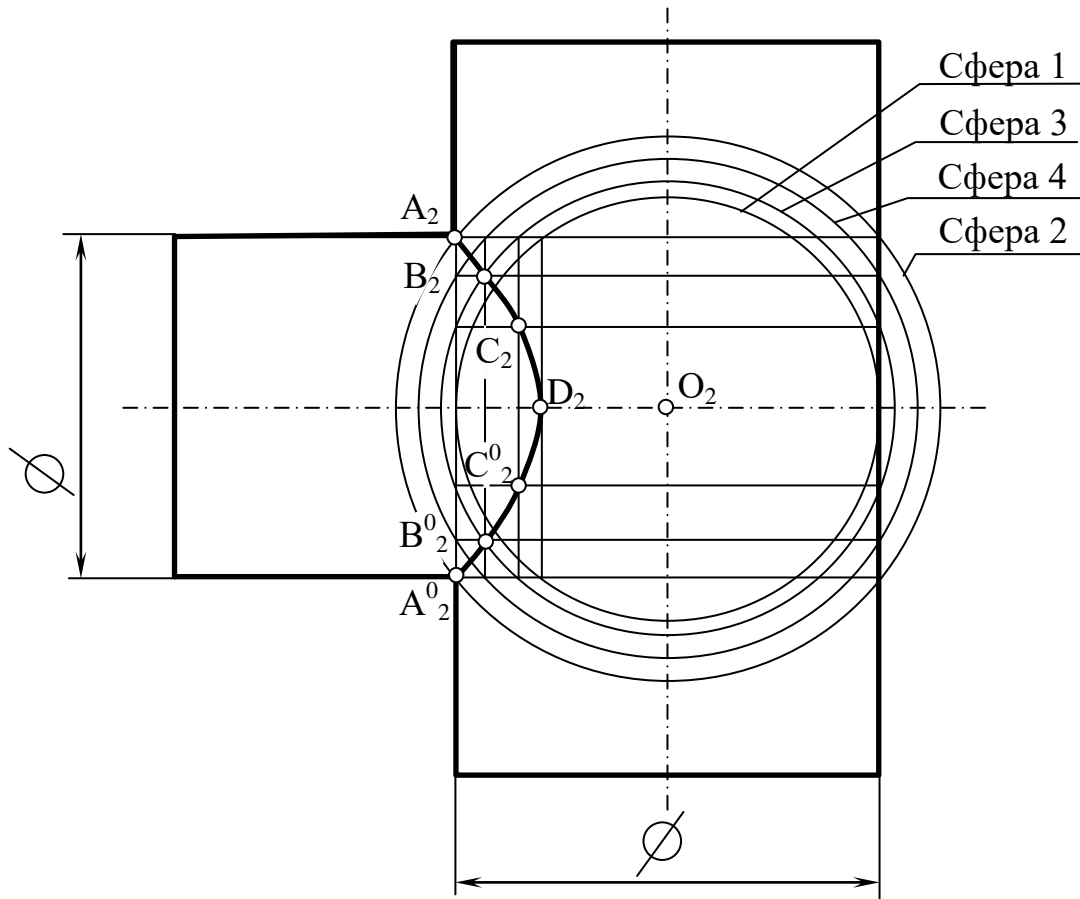


Рис.9.8. Побудування лінії перетину двох циліндрів

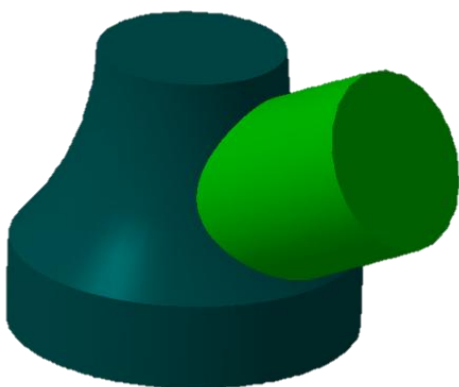


Рис. 9.9. Просторове зображення перетину поверхонь тора і циліндра.

Наведений приклад перетину поверхонь можна побудувати за допомогою площин посередників, але при цьому необхідно побудувати як мінімум дві проєкції.

На практиці зустрічаються такі поверхні лінію перетину яких можливо побудувати тільки методом сфер.

Приклад 4. Побудувати лінію перетину торової поверхні і похилого циліндра обертання, осі яких перетинаються в деякій точці O

і паралельні площині проєкцій Π_2 (рис. 9.9.).

Як бачимо, на просторовому зображенні лінію перетину поверхонь не можливо побудувати використовуючи площини посередники, за винятком площини яка паралельна фронтальній площині проєкцій і проходить через вісь симетрії (рис. 9.10). На фронтальній проєкції твірні поверхонь взаємно перетинаються дають точки A і B .

Для побудови лінії перетину визначаємо центр сфер – посередників.

Через центр проводимо сферу R_{min} яка торкається однієї поверхні та перетинає другу.

В нашому випадку сфера торкається торової поверхні і перетинає циліндр. В результаті сфера утворює з тором окружність яка проєктується на фронтальну площину проєкцій у вигляді відрізка a і перетинає циліндр по окружності у вигляді відрізка b . Взаємний перетин відрізків a і b утворює точки C .

Сфера R_{max} проходить через найбільш віддалену точку (в нашому випадку через точку A). Також точки A і B можна визначити як перетин твірних торової поверхні та циліндру.

Визначивши діапазон допоміжних сфер ($R_{min} \leq R \leq R_{max}$) приступаємо до побудови опорних точок. До них відносять точки границі видимості (точка E), точки найбільшого охопту поверхонь (точка C), а також проміжні точки для більш точної побудови лінії перетину поверхонь на проєкціях.

Приклад 5 . Наступним прикладом використання в якості допоміжних поверхонь посередників концентричних сфер розглянемо

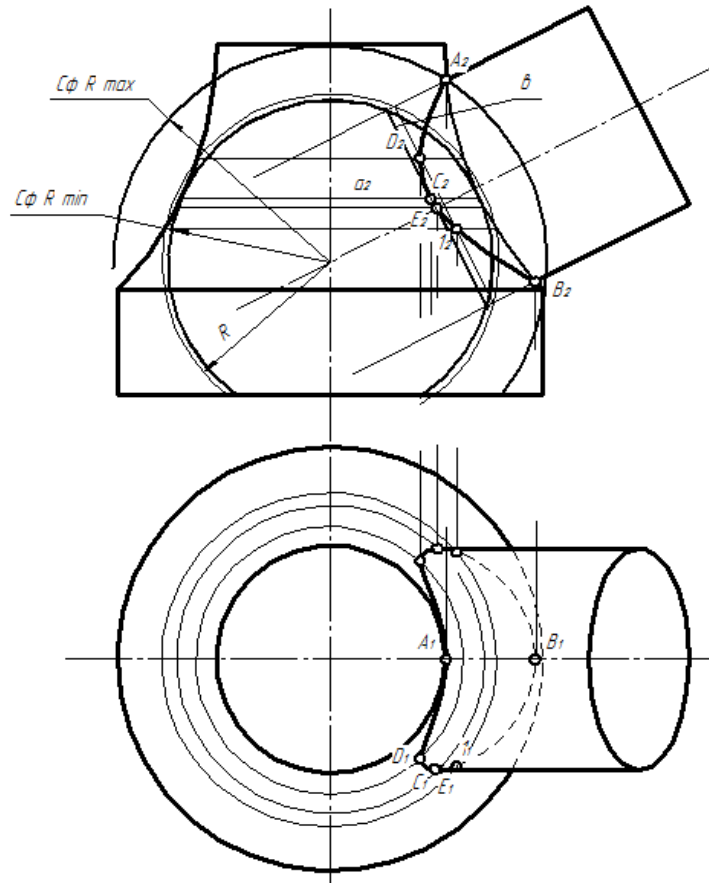


Рис. 9.10. Побудова лінії перетину поверхонь тора і циліндра.

при визначенні лінії перетину поверхонь запропонованих на рисунку 9.11. Осі поверхонь обертання G і Q перетинаються в точці A , при цьому вісь поверхні Q - горизонтально проєкціююча пряма, а вісь поверхні G - горизонталь. Точка A приймається за центр усіх допоміжних концентричних сфер.

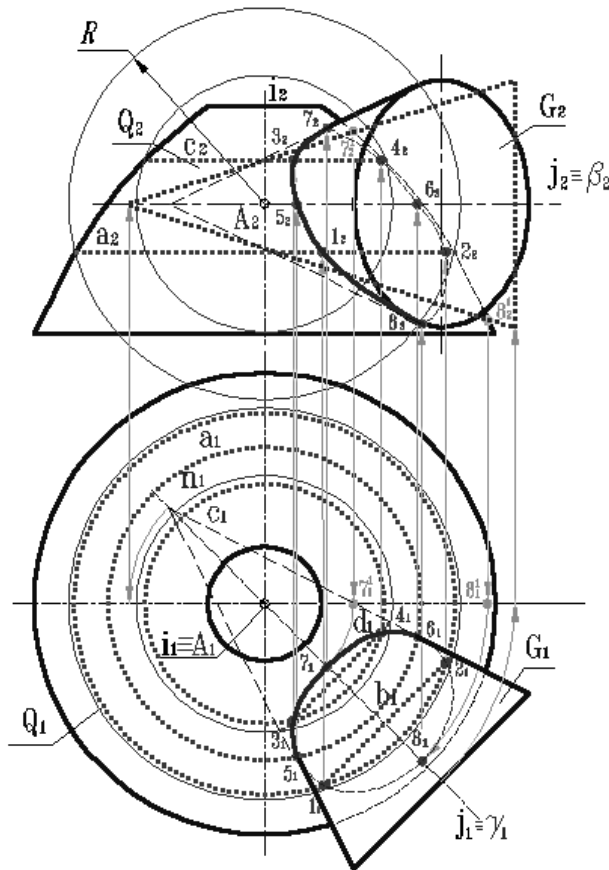


Рис. 9.11. Перетин поверхонь обертання.

нарис на горизонтальній проєкції.

Точки 7 і 8 знаходяться на границі зони видимості фронтальної проєкції, для їх знаходження використовується допоміжна січна площина γ .

Поєднавши знайдені точки 1 ... 8 з урахуванням видимості отримаємо лінію перетину поверхонь G і Q .

9.5. Спосіб ексцентричних сфер.

Спосіб ексцентричних сфер заснований на тому, що біля всякої окружності можна описати безліч сфер, геометричним місцем центрів яких є пряма, що проходить через центр окружності і

Точки 1 і 2 лінії перетину побудовані за допомогою сфери радіуса R . Ця сфера перетинає поверхню Q по окружності a , а поверхня G по окружності b , яка показана тільки на горизонтальній проєкції.

Перетин горизонтальних проєкцій кіл a_1 і b_1 визначають проєкції 1₁ і 2₁ точок лінії перетину. Їх фронтальні проєкції 1₂ і 2₂ побудовані на A_2 перетині з лініями зв'язку.

Аналогічно знайдені точки 3 і 4.

Для знаходження точок 5 і 6 визначають межу зони видимості на горизонтальній проєкції, використовувалася допоміжна січна площина β , яка перетинає поверхню Q по окружності n , а конічну поверхню G по трикутнику, який визначає її

перпендикулярна площині окружності. Цей спосіб застосовується в наступних випадках:

- при визначенні лінії перетину поверхонь обертання з мимобіжними осями;
- при визначенні лінії перетину поверхні обертання з поверхнею, що має кругові перетину.

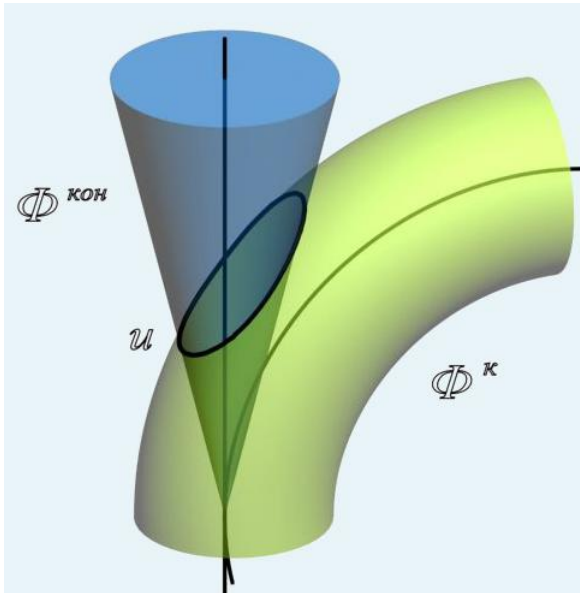


Рис. 9.12. Лінія перетину поверхонь конуса і кільця.

В обох випадках обов'язковим є наявність загальної площини симетрії. Розглянемо спосіб ексцентричних сфер на прикладі побудови лінії перетину поверхонь конуса і кільця (рис.9.12). Конус і кільце мають загальну площину симетрії δ (δ_1), і їх осі обертання i (i_1, i_2) і q (q_1, q_2) - перехресні прямі.

1. Визначити опорні точки (рис. 9.13). Так як обидві дані поверхні мають загальну площину симетрії δ (δ_1), паралельну площині проєкцій Π_2 , то їх твірні, по відношенню до площини Π_2 , перетинаються. Точки A (A_1, A_2) і B (B_1, B_2) перетину цих твірних є опорними точками.

Точка перетину осей поверхонь приймається за центр допоміжних концентричних сфер.

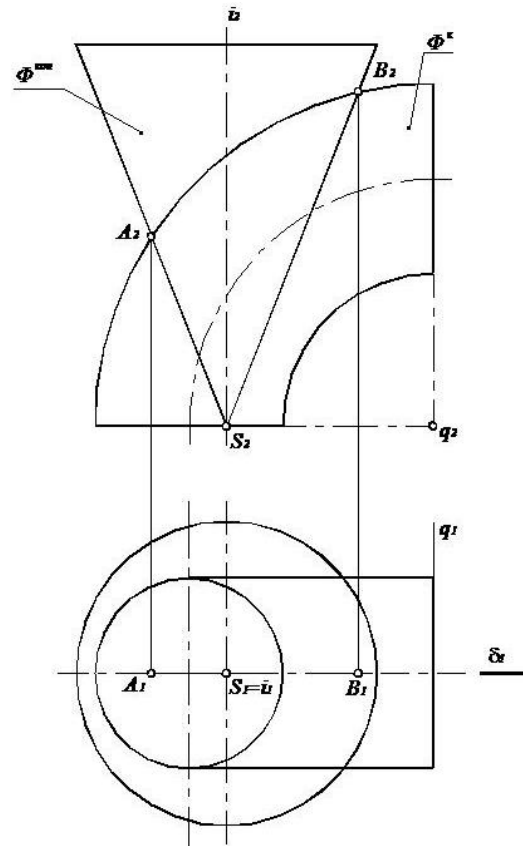


Рис. 9.13. Визначення опорних точок лінії перетину поверхонь.

2. Для визначення проміжних точок в якості допоміжних поверхонь обрані ексцентричні сфери, центри яких лежать на осі конуса.

Положення центрів визначається наступним чином (рис. 9.14, 9.15): через вісь кільця q (q_1, q_2) проводять площину σ (σ_2) $\perp \Pi_2$ і замінюють «кривий циліндр» (кільце) стикаються з ним по колу прямим циліндром (фронтальна проекція цього циліндра показана на рис. 9.15. штрих пунктирними лініями).

Ось цього циліндра $c \perp \sigma$ ($c_2 \perp \sigma_2$) і перетинає вісь конуса в точці O :

$$O_2 = c_2 \times i_2$$

Із точки O (O_2) проведена сфера такого радіуса r , щоб вона перетинала кільце по окружності m (m_2)

Ця ж сфера перетинає конус по колу n (n_1, n_2). У перетині окружностей m і n отримуємо точки C і D , що належать шуканій лінії перетину:

$$C = m \times n; \quad C_2 = m_2 \times n_2;$$

$$D = m \times n; \quad D_2 = m_2 \times n_2.$$

Щоб побудувати горизонтальні проекції точок C і D , що належать шуканій лінії перетину, слід використовувати окружність n (n_1, n_2) конічної поверхні, так як вона не спотворюється на площині проекції Π_1 :

$$C_1 \in n_1$$

3. Для визначення точок E, F, G і H , що належать шуканій лінії перетину, проведені площини η (η_2) і μ (μ_2) (рис. 9.16.). Центрами допоміжних сфер є точки O' (O'_2) і O'' (O''_2) відповідно. Всі інші побудови виконані аналогічним чином.

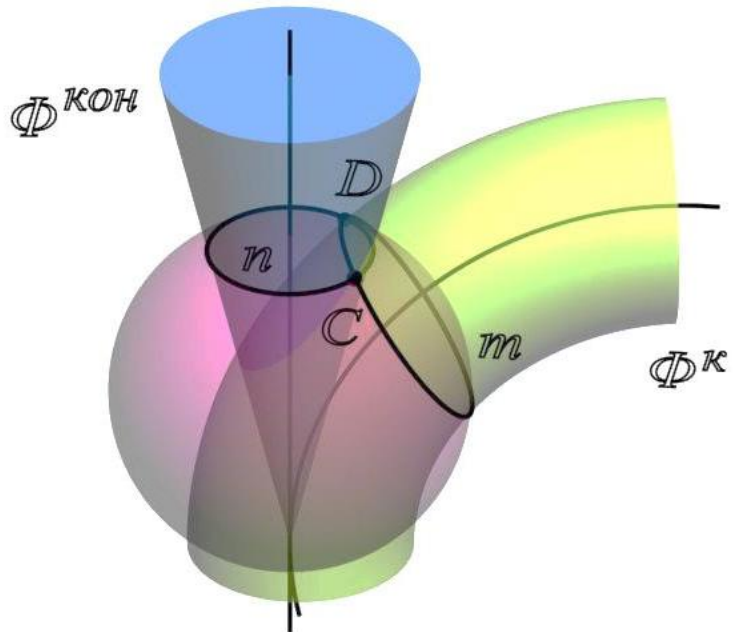


Рис. 9.14. Визначення проміжних точок лінії перетину поверхонь способом ексцентричних сфер.

4. Визначити видимість нарисових твірних і лінії перетину

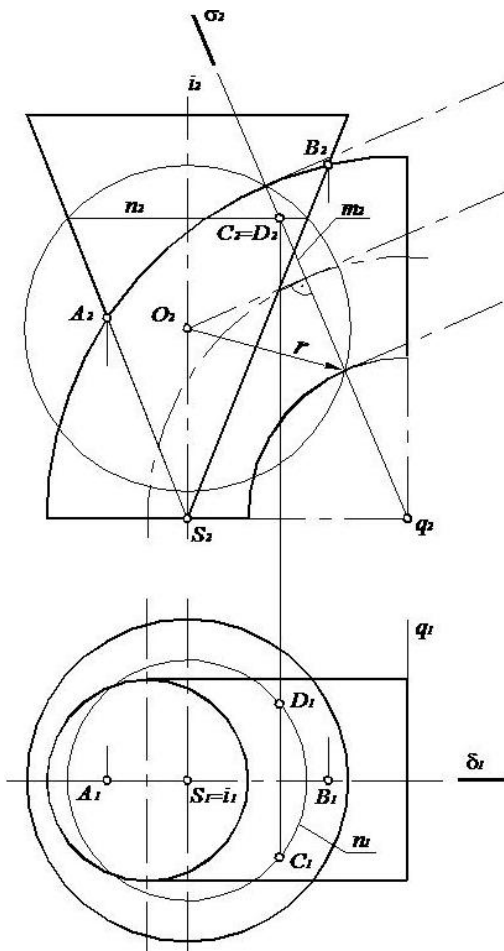


Рис. 9.15. Визначення проміжних точок лінії перетину поверхонь.

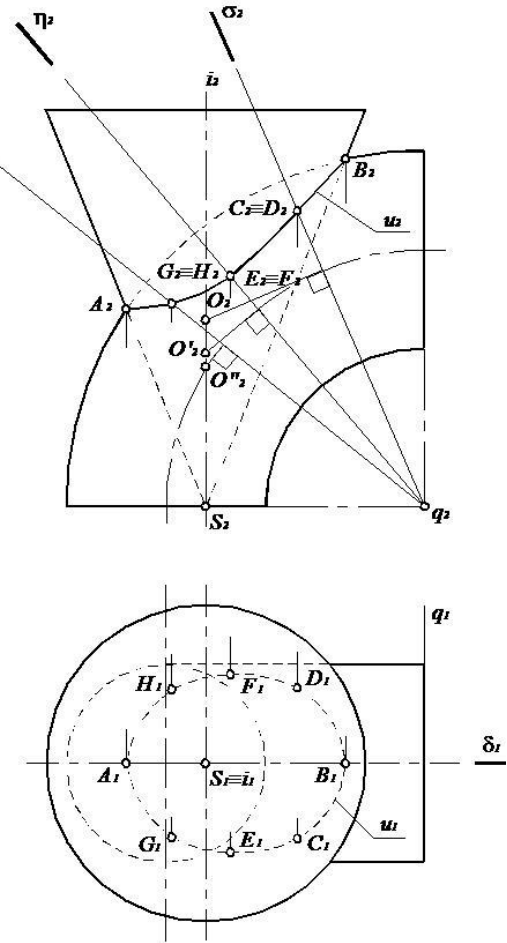


Рис. 9.16. Побудова лінії перетину поверхонь способом ексцентричних сфер.

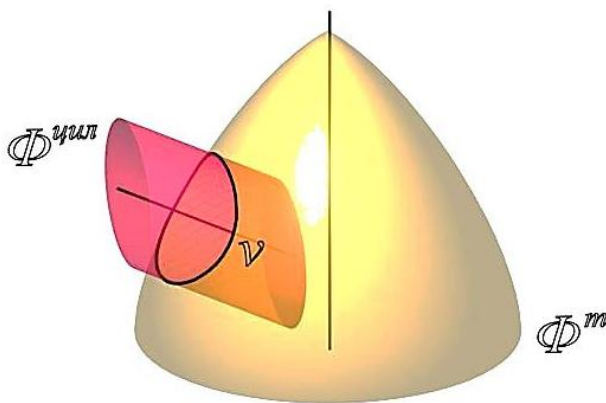


Рис. 9.17. Лінія перетину поверхонь тора і похилого циліндра.

поверхонь. На фронтальній проекції видимі будуть ті точки лінії перетину, які лежать перед горизонтальною проекцією площини симетрії δ (δ_1), – точки A , G , C і B . На горизонтальній проекції поверхня конуса невидима, отже, невидима і вся лінія перетину. Шукана лінія перетину даних поверхонь u (u_1, u_2) приведена на рис. 9.16.

Розглянемо також спосіб

ексцентричних сфер на прикладі побудови лінії перетину поверхні тора і похилого (еліптичного) циліндра (рис. 9.17).

В цьому випадку можна використовувати спосіб ексцентричних сфер, так як одна з поверхонь є поверхнею обертання (тор), а інша (похилий циліндр) – поверхня, що має кругові перетину, паралельні основі циліндра. Через любий круговий перетин можна провести нескінченне число сфер з центрами на перпендикулярі, проведений з центру кругового перетину. В даному випадку центрами допоміжних сфер будуть точки перетину осі обертання тора з перпендикулярами, проведеними в центрі довільно обраного кругового перетину циліндра.

Причому обидві поверхні мають загальну площину симетрії δ (δ_1), на яку кругові перетину поверхні циліндра проєктуються у вигляді відрізків прямих ліній. Осями даних поверхонь є прямі i (i_1 , i_2) і q (q_1 , q_2).

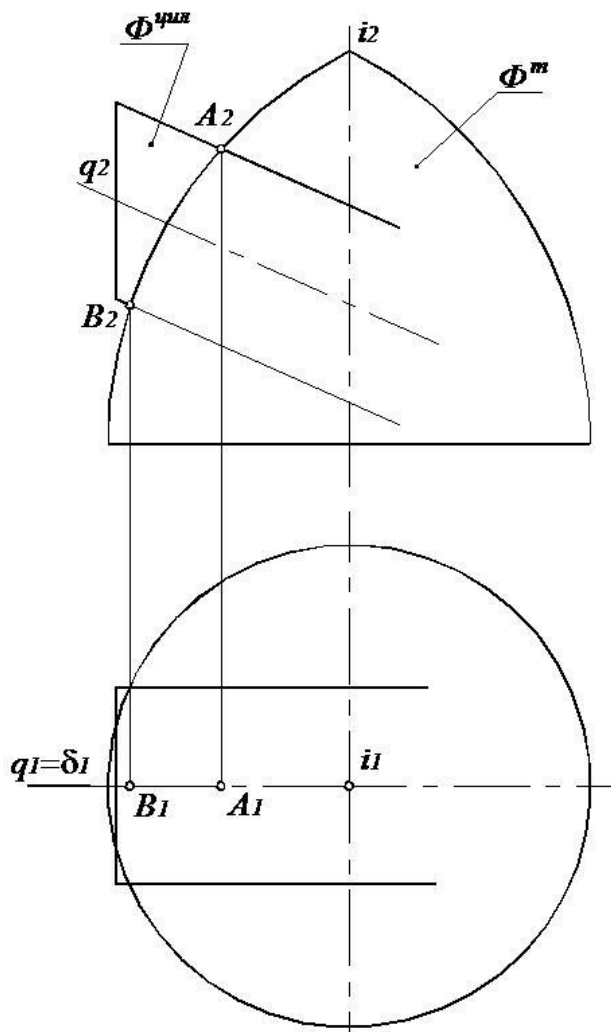


Рис. 9.18. Визначення опорних точок лінії перетину поверхонь.

Алгоритм вирішення даної задачі полягає в наступному:

1. Спочатку визначаються опорні точки (рис. 9.18). Так як нарисові твірних обох поверхонь лежать в одній площині – площині симетрії δ (δ_1), паралельній площині проєкцій Π_2 , точки A (A_1 , A_2) і B (B_1 , B_2) перетину цих твірних є опорними.

2. Далі визначаються проміжні точки лінії перетину поверхонь (рис. 9.19.). Порядок їх визначення зводиться до наступного алгоритму:

2.2. Із точки L (L_2) = $q_2 \times \beta_2$, центру кругового перетину d (d_2), провести перпендикуляр до перетину з віссю i (i_1 , i_2) тора. Точка O (O_2) є центром допоміжної сфери.

2.3. З точки O_2 радіусом, рівним $/O_2K_2/$, побудувати окружність m (m_2) – фронтальну проекцію допоміжної сфери. Потім визначити лінії перетину допоміжної сфери з даними поверхнями. З циліндром сфера перетинається по колу d (d_2), яка є його круговим перерізом, а з поверхнею тора – по колу l (l_1, l_2):

$$d(d_1, d_2) = \Phi^{цил} \cap \Phi^{сф};$$

$$l(l_1, l_2) = \Phi^m \cap \Phi^{сф};$$

2.4. У перетині окружностей d і l отримуємо точки C і D , що належать шуканій лінії перетину:

$$C = d \times l; C_2 = d_2 \times l_2;$$

$$D = d \times l; D_2 = d_2 \times l_2.$$

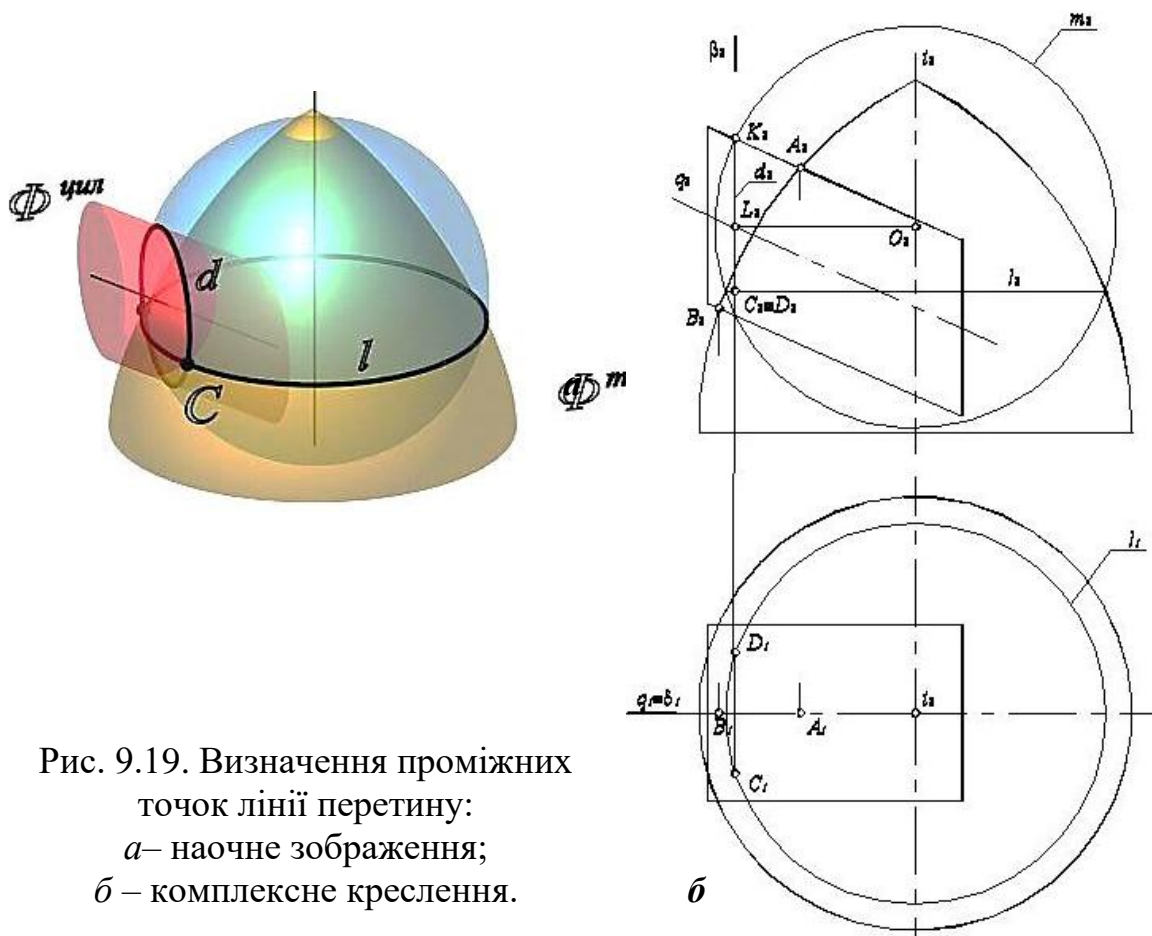


Рис. 9.19. Визначення проміжних точок лінії перетину:
 а – наочне зображення;
 б – комплексне креслення.

2.5. Щоб побудувати горизонтальні проекції точок C і D , що належать шуканій лінії перетину, слід скористатися окружністю l (l_1, l_2) поверхні обертання, так як вона не спотворюється на площині проєкцій Π_1 .

3. Аналогічно визначаються інші точки лінії перетину поверхонь. Для визначення точок E, F, G і H , що належать шуканій лінії перетину, проведені площини γ (γ_2) і η (η_2) (рис. 9.20). Межі цих площин по ширині визначають права і ліва опорні точки лінії

перетину поверхонь – фронтальні проекції точок A і B . Центрами допоміжних сфер є точки $O' (O'_2)$ і $O'' (O''_2)$ відповідно. Всі інші побудови виконані аналогічним чином.

4. В даному випадку лінія перетину поверхонь циліндра і тора є кривою другого порядку ν (ν_1, ν_2) (див. рис. 9.20.).

5. Точки S і P є точками зміни видимості. Їх фронтальні проекції лежать на осі обертання циліндра q (q_1, q_2), а горизонтальні проекції – на нарисових твірних циліндра.

На фронтальній площині проекцій видимі будуть ті точки лінії перетину, які лежать перед горизонтальною проекцією нарисових твірних, проекції яких збігаються з площиною симетрії δ (δ_1), – точки A, G, S, E, C, B .

На горизонтальній площині проекцій видимі точки P, H, A, G, S , фронтальні проекції яких лежать вище фронтальної проекції твірних, проекції яких збігаються з віссю обертання циліндра q (q_2).

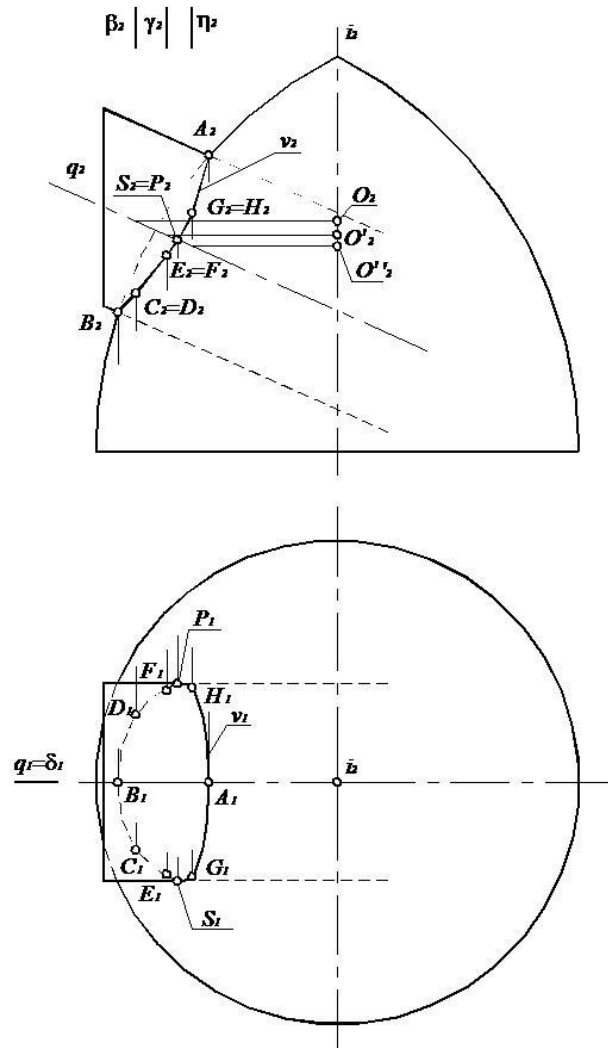
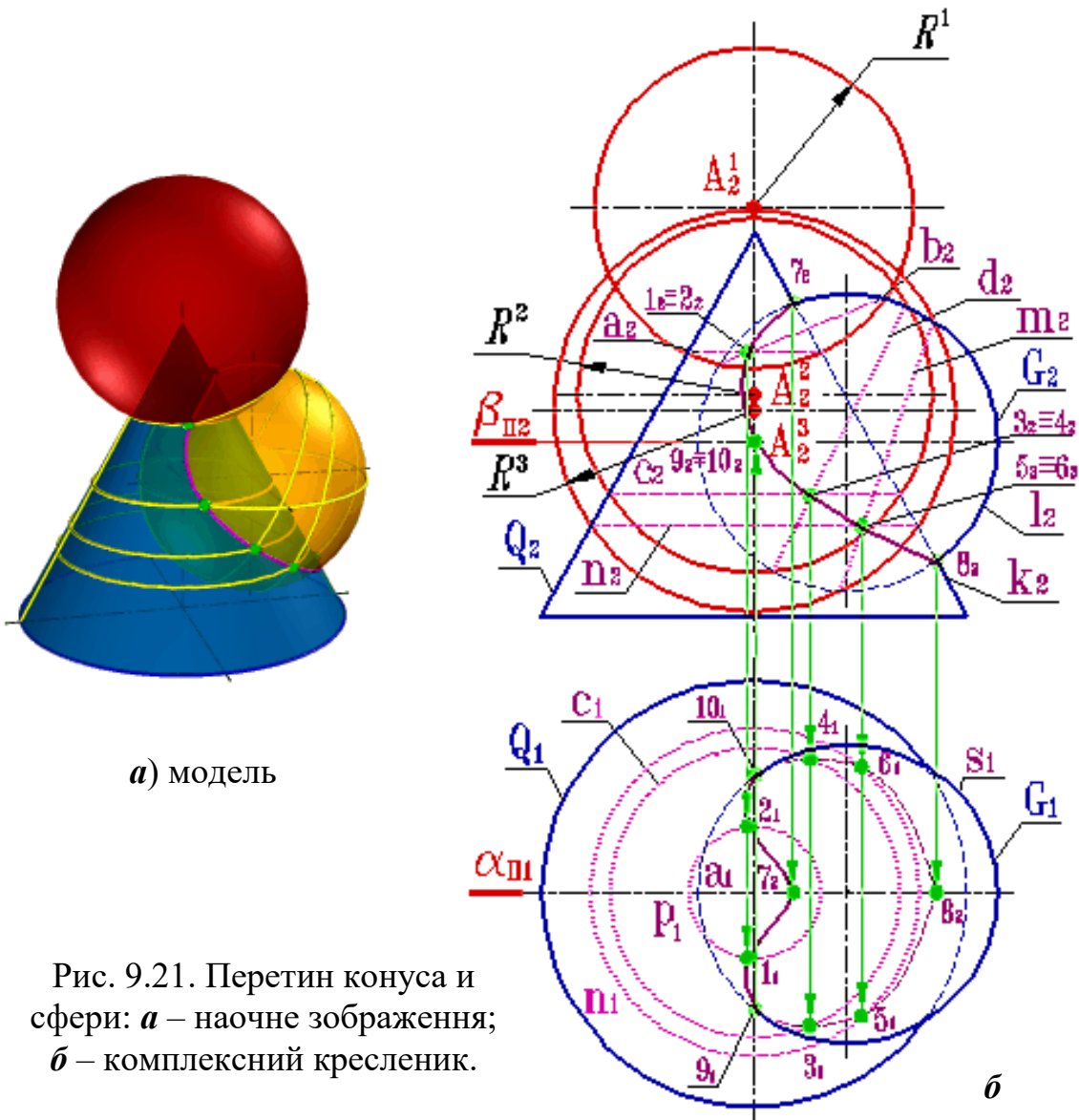


Рис. 9.20. Лінія перетину поверхонь похилого циліндра і тора.

Ексцентричні сферичні посередники застосовуються при визначенні точок лінії перетину поверхонь обертання з поверхнею несучої на собі безперервну безліч окружностей. Обидві поверхні повинні мати загальну площину симетрії. Допоміжні ексцентричні сфери перетинаються з даними поверхнями по окружностях.

Визначення лінії перетину конуса і сфери із застосуванням ексцентричних сфер, як поверхонь – посередників. Центри сфер – точки розташовані на осі конуса. Сфера перетинає конус і сферу по колу, які перетинаються в двох точках, що належать шуканій лінії перетину (рис.9.21а).



а) модель

Рис. 9.21. Перетин конуса и сфери: а – наочне зображення; б – комплексний кресленик.

Верхня і нижня точки лінії перетину знайдені за допомогою допоміжної січної площини – площини головного фронтального меридіана, що перетинає конус і сферу по трикутнику і колу, які є нарисами поверхонь на фронтальній площині проєкцій.

Точки, що визначають межу зони видимості лінії перетину на горизонтальній площині проєкцій, знайдені за допомогою допоміжної січної площини – горизонтальній площині рівня, що перетинає сферу по екватору – окружності є нарисом кулі на горизонтальній проєкції, а конус по колу – паралелі.

Точки, знайдені за допомогою допоміжних поверхонь посередників, визначають лінію перетину конуса і кулі.

Розглянемо, на прикладі визначення лінії перетину конуса Q і сфери G (рис. 9.21б), при застосуванні ексцентричних сфер, як поверхонь – посередників. Центри сфер – точки A_1 , A_2 і A_3 розташовані на осі конуса. Сфера радіуса R_1 з центром в точці A_1 перетинає конус і сферу по колу a і b , які перетинаються в точках 1 і 2 , що належать шуканої лінії перетину. За допомогою сфери R_2 з центром A_2 і сфери R_3 з центром A_3 визначено положення точок 3 , 4 і $5,6$ відповідно. Точки 7 і 8 знайдені за допомогою допоміжної січної площини α (площини фронтального меридіана), що перетинає конус і сферу по головним фронтальним меридіанах k і l . Точки 9 і 10 , що визначають межу зони видимості лінії перетину на горизонтальній площині проєкцій, знайдені за допомогою допоміжної січної площини β (горизонтальної площини рівня), що перетинає сферу G по екватору s , а конус Q по колу p . Точки $1 \dots 10$, побудовані за допомогою допоміжних поверхонь посередників, визначають лінію перетину конуса і кулі.

Приклад 6. Побудувати фронтальну проєкцію лінії перетину поверхонь Σ і Θ , загальна площина симетрії яких паралельна Π_2 (рис. 9.22).

Рішення. Задані поверхні і їхнє розташування задовольняють умовам застосовності способу ексцентричних сфер, який і застосовуємо для вирішення поставленого завдання.

Опорними точками є точки A (A_2) і B (B_2), розташовані в перетині нарисових твірних. Побудову проміжних точок виконуємо в такій послідовності:

- 1) проводимо на конічній поверхні окружність, яка розташована в площині, паралельній її основи і на Π_2 проєктується у відрізок - m (m_2);
- 2) проводимо перпендикуляр до площини окружності m через її центр O_1 і знаходимо центр O_2 сфери-посередника;
- 3) проводимо проєкції сфери з центром в точці O_2 кінці окружності m (m_2);

4) будуємо окружність n (n_2), по якій сфера припиняє поверхню обертання Θ ,

5) визначаємо точки $1_2 = 2_2$ перетину побудованих кіл.

Проекції інших точок лінії перетину визначають аналогічно.

На Π_2 проекції видимого і невидимого ділянок лінії перетину співпадуть.

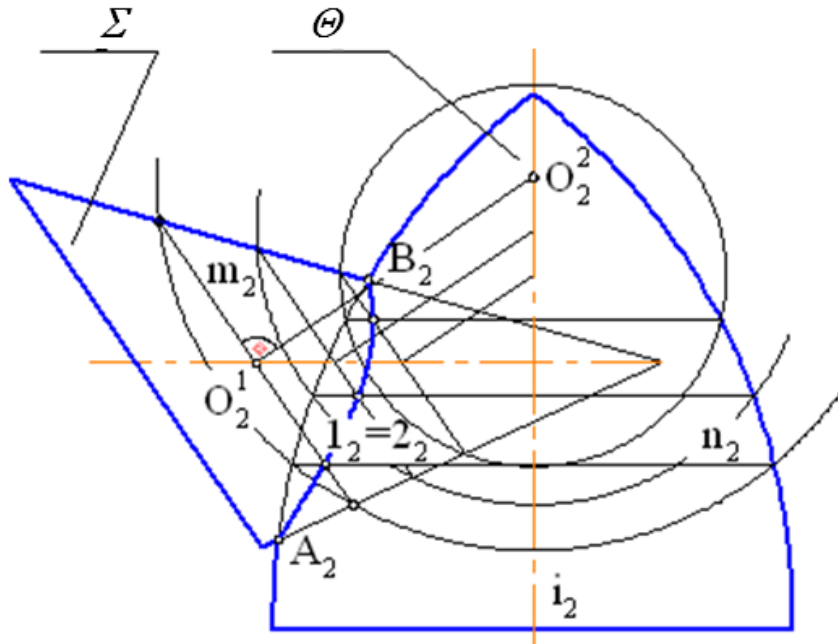


Рис. 9.22. Перетин конічної і торової поверхонь.

Приклад 7. Побудувати проекції лінії перетину тора і конічної поверхні обертання (рис. 9.23.).

Рішення. Вихідні поверхні і їхнє розташування задовольняють умовам застосовності способу концентричних і ексцентричних сфер. Проміжні точки $1, 2, 3$ і 4 побудовані способом концентричних сфер, а точки 5 і 6 - способом ексцентричних сфер.

Точки 5 і 6 побудовані за алгоритмом, наведеним у прикладі 2. Окружність на торі виділено введенням фронтально проєруючої площини Ω (Ω).

Точки $1, 2, 3, 4$ побудовані в такій послідовності:

1) побудовані проекції сфери Θ (Θ_1, Θ_2) з центром в точці O (O_1, O_2);

2) визначено проекції окружності n (n_1, n_2), по якій сфера перетинає конічну поверхню;

3) побудовані проекції окружності m_1 і m_2 , за якими сфера перетинає тор; спочатку побудовані $m1_1$ і $m2_1$, а потім $m1_2$ і $m2_2$ (показано стрілками);

4) перетин проекцій окружностей m і n задає проекції точок $1, 2, 3, 4$.

Точки A, B, C, D , а також K, L, M, N є опорними. Перші розташовані в перетині нарисових твірних поверхонь, а другі - на сфері мінімального радіуса (екстремальні).

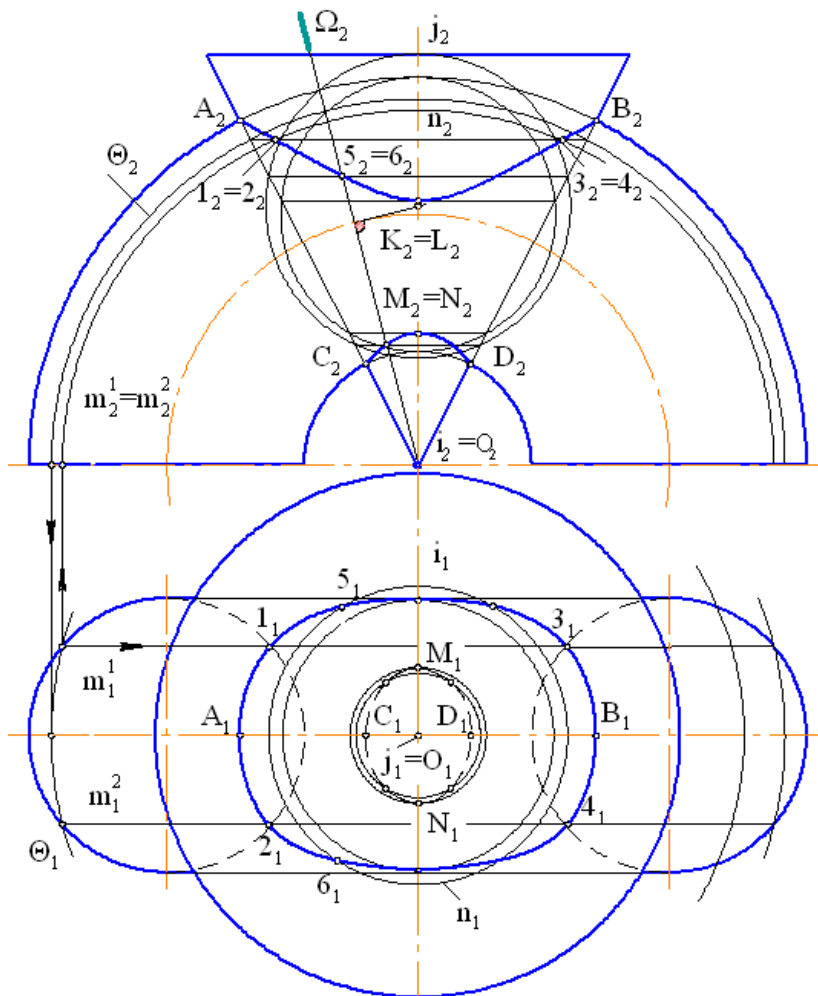


Рис. 9.23. Побудова проекції лінії перетину тора і конічної поверхні обертання.

Питання для самоперевірки.

1. У яких випадках для визначення лінії перетину двох поверхонь можна використати спосіб концентричних сфер? ексцентричних сфер?
2. Які лінії одержують при взаємному перетині двох поверхонь обертання, описаних навколо спільної для них сфери або вписаних у сферу?
3. По яких лініях перетинаються між собою дві співвісні поверхні обертання?
4. Вкажіть способи, які використовуються для побудови проекцій лінії перетину поверхонь?

ТЕМА 10 РОЗГОРТКИ ПОВЕРХОНЬ.

10.1. Розгортні поверхні.

Поверхню будемо розглядати як гнучку, нерозтяжну оболонку. Розглянемо таку її деформацію, коли не утворюються розриви та складки поверхні. Поверхні, які можна сполучити всіма своїми точками з площиною у результаті вказаної вище деформації, називаються розгортними. Фігуру, що одержана при сполученні відсіку поверхні, що розгортається з площиною називають розгорткою. Побудова розгорток викликає великий інтерес при конструюванні різних оболонок, судів, резервуарів, поверхонь робочих органів сільгоспмашин та машин по кормоприготуванню і т.ін.

Істотно, що не всі поверхні є розгортними. Вказаною властивістю можуть володіти лиш поверхні, що одержані переміщенням прямої лінії (лінійчаті поверхні) та задовольняють певним умовам. Ці умови формуються у курсі диференціальної геометрії та мають різну ступінь точності та загальності. Ми розглянемо найпростішу ознаку розгортності поверхні.

Якщо дві нескінченно близько розташовані прямолінійні твірні поверхні перетинаються або паралельні, то така поверхня – розгортна.

10.2. Види розгорток.

Розгортки умовно класифікуються таким чином.

- а) точні - розгортки, що розраховані аналітично або одержані натуральним моделюванням;
- б) наближені - розгортки, що побудовані графічно;
- в) умовні - розгортки нерозгортних поверхонь.

10.3. Властивості, що зберігаються при розгортанні поверхонь.

- довжина двох відповідних ліній розгортки та поверхні, співпадає;
- кути, що утворені лініями на поверхні, та кути між відповідними лініями на розгортці дорівнюють один одному;

– замкнута лінія на поверхні та відповідна їй лінія на розгортці обмежують фігури з однаковою площею.

$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta A_0 B_0 C_0}.$$

Наслідки із властивостей:

- площа поверхні дорівнює площі її розгортки;
- прямій на поверхні відповідає пряма на розгортці (але не навпаки).

Лінії поверхні, що відповідають прямим лініям на розгортці називаються геодезичними. Геодезичні лінії існують і на нерозгортних поверхнях та визначаються як лінії, що найкоротшим шляхом з'єднують дві точки поверхні.

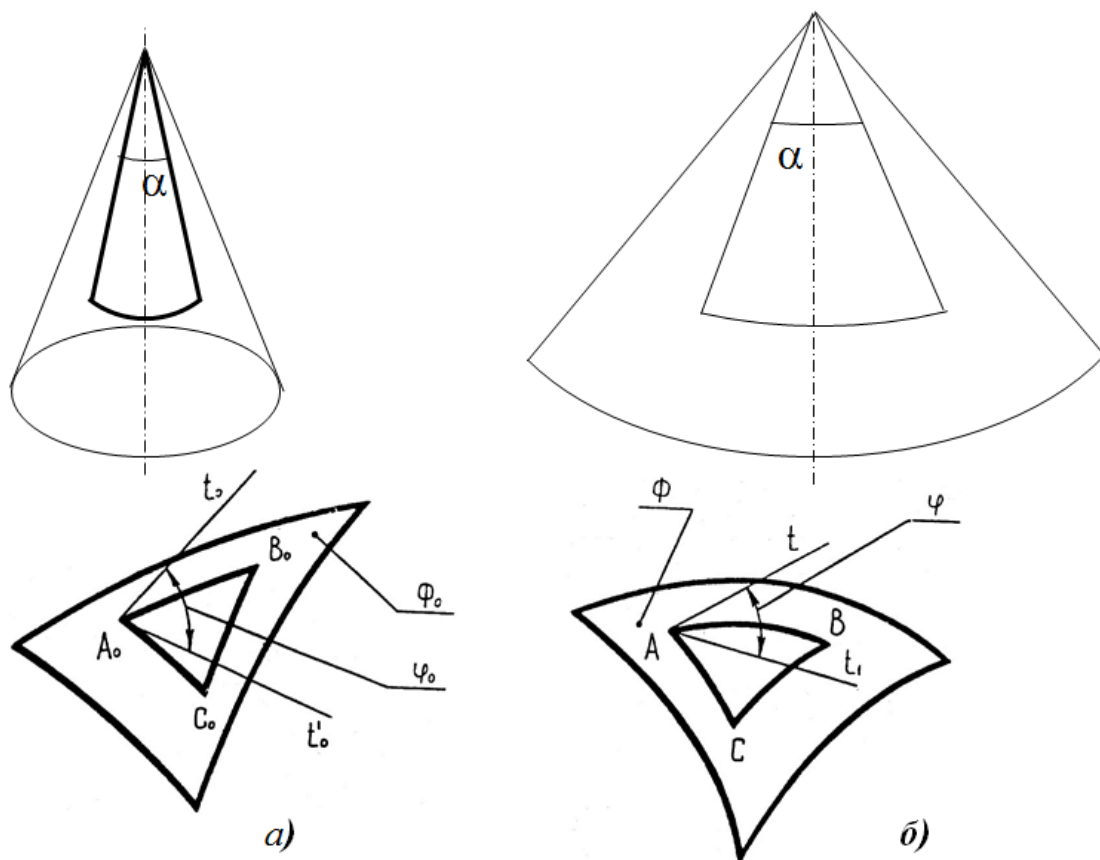


Рис.10.1. Зображення поверхні та її розгортки
а) поверхня; б) розгортка.

Геодезичні лінії відіграють велику роль у розрахунках різних техпроцесів (наприклад, граничною траєкторією руху частки ґрунту по лемішно – відвальній поверхні є геодезична лінія), та особливо в конструюванні різних тентових покриттів та оболонки. Так як відрізки цих ліній є найкоротшими на поверхні, то завдання поверхні сіткою геодезичних ліній дозволяє істотно економити метал, спрощує розрахунок.

10.4. Основні способи побудови розгорток.

Побудова *точних розгорток* (аналітично), як правило, пов'язана із складними аналітичними перетвореннями, а для складних поверхонь - з рішенням диференціальних рівнянь, які, як правило в елементарних функціях не розв'язуються. Тому удаються до графічних (графоаналітичних) побудов наближених та умовних розгорток.

Точну розгортку можна побудувати лише для багатогранників та відсіків розгортних поверхонь (циліндра, конуса, торса). Поверхню багатогранника завжди можна сумістити з площиною, адже вона складається з плоских відсіків. Однак при послідовному суміщенні граней складних багатогранників з площиною можуть бути накладки на фігурі розгортки. Побудова точної розгортки розгортної поверхні пов'язана з обчисленням довжини кривої лінії, що є непротим завданням. Тому розгортки, як правило будують наближено. Винятком є циліндри та конуси обертання, для яких можна легко визначити параметри розгортки.

Побудова розгортки поверхні багатогранника.

Для побудови розгортки багатогранника всі його грані суміщають з площиною проєкцій або з площиною яка паралельна площині проєкцій, щоб запобігти спотвореному зображенню граней. Можна рекомендувати два способи: обертання граней навколо спільних ребер, які паралельні площині проєкцій; другий – побудова неспотворених величин граней за визначеними довжинами ребер (для трикутних граней).

На рис.10.2 побудовано розгортку тригранної піраміди $ABCS$ на горизонтальну площину її основи. Для цього кожну грань обертають навколо її горизонталі – ребра основи. Побудову розгортки почато з обертання грані SBC навколо горизонталі BC . Проекції B_1 і C_1 при обертанні не змінюють свого положення, а вершина S переміщується у просторі по колу, площина якого перпендикулярна до осі обертання BC .

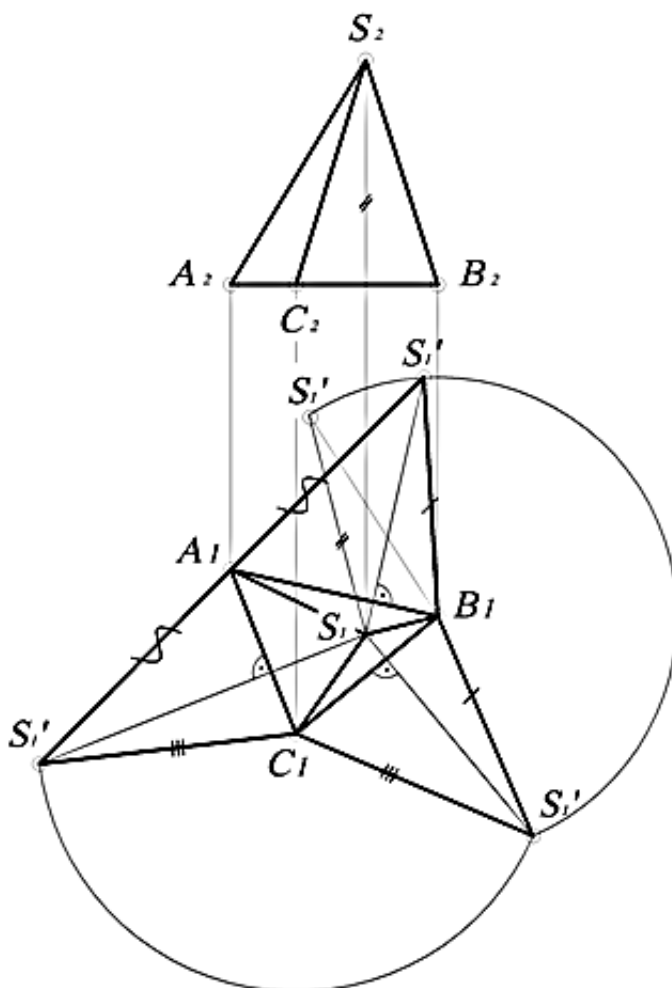


Рис. 10.2. Побудова розгортки тригранної піраміди $ABCS$.

Основними способами побудови наближених розгорток є:

Спосіб нормального перерізу.

Суть способу розглянемо на прикладі побудови розгортки тригранної призми.

Для побудови розгортки способом нормального перерізу (рис.10.3) призму перетинають площиною $R(R \perp \Pi_2)$ перпендикулярно до бокових ребер, та визначають натуральні величини сторін фігури, що утворилась у перерізі. З точок, що є початком та кінцем кожної ділянки прямої, проводять перпендикулярні їм лінії. На цих лініях відкладають натуральні величини відрізків, що відповідають відріzkам бокових ребер многогранника, та послідовно з'єднують усі точки. Утворюється розгортка бокової поверхні. Для одержання повної розгортки багатогранника до бокової поверхні додаються поверхні основ (рис.10.3).

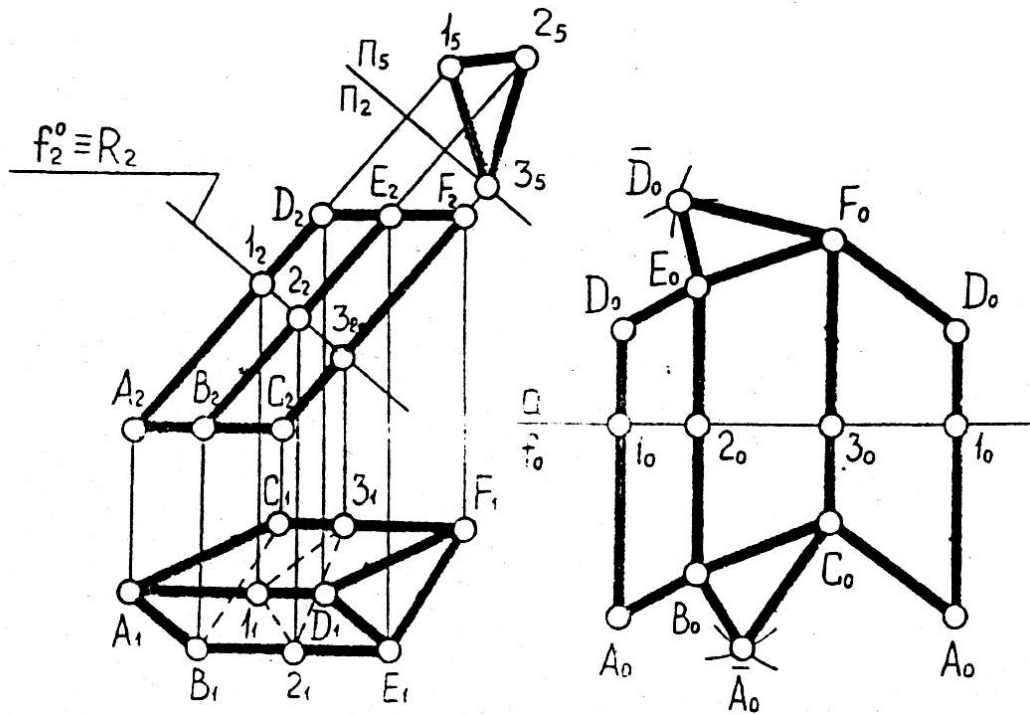


Рис.10. 3. Побудова розгортки тригранної призми способом нормального перерізу.

Спосіб розклатки.

Спосіб розклатки застосовується в окремих випадках, коли ребра призми або твірні циліндра паралельні одній з площин проєкцій, а основи – іншій площині проєкцій. Розглянемо приклад побудови розгортки призми (рис.10.4), основи якої паралельні Π_2 , а ребра паралельні Π_1 .

Уявимо горизонтальну площину, що проходить через ребро AE , з якого сполучаються бокові грані призми. Грань $AECG$ - площина, в якій ребро AE - горизонталь (h_1, h_2). Щоб сумістити грані $AECG$ з горизонтальною площиною, що проходить через ребро AE , будемо обертати точку C навколо горизонталі.

Суміщене положення точки C_0 можна визначити таким чином.

A_2C_2 є натуральною величиною ребра AC , з точки A_1 проводиться засічка радіусом A_2C_2 на сліді площини обертання, що проходить через точку C_1 . Одержуємо точку C_0 . Аналогічно визначається суміщене положення точок B_0, F_0 та A_0, E_0 .

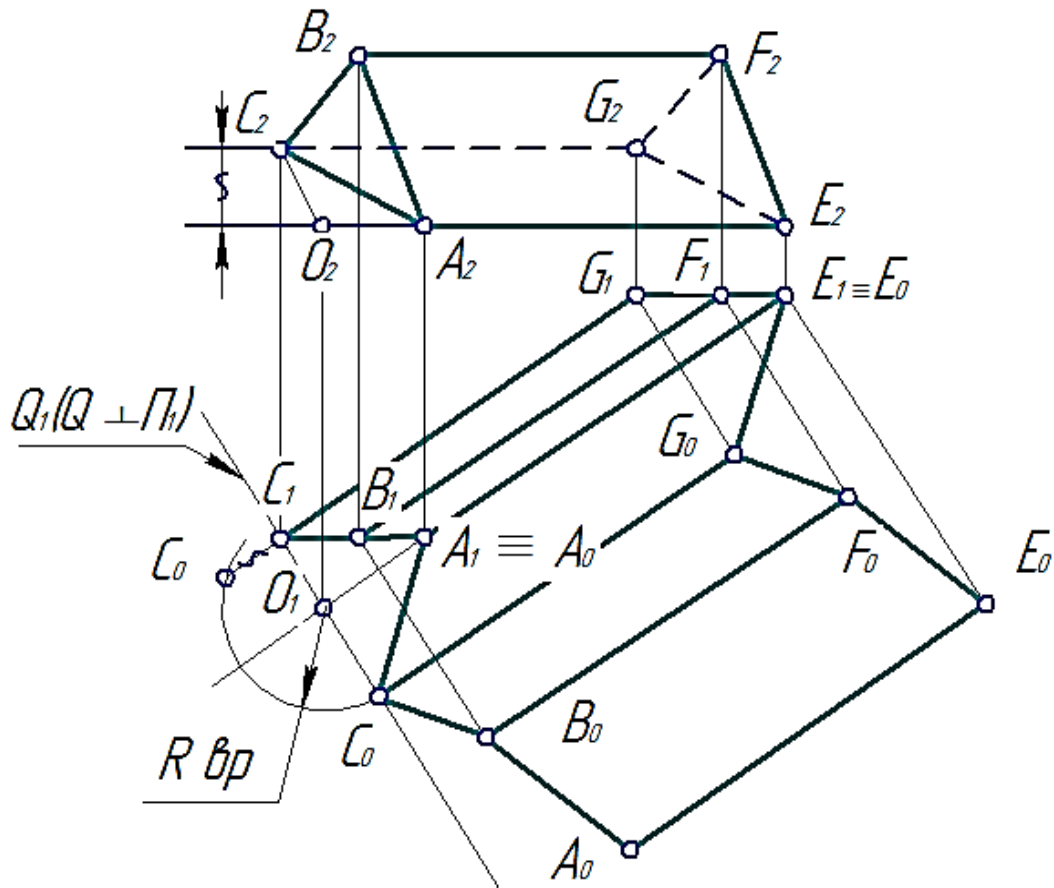


Рис.10.4. Побудова розгортки призми способом розклатки.

Методом розклатки може бути побудована розгортка циліндричної поверхні. У цьому випадку розгортається вписана в циліндричну поверхню багатогранна призматична поверхня.

Розгортки циліндричних і конічних поверхонь

Розгортку відсіку циліндра обертання (рис.10.5) можна побудувати точно, оскільки довжина розгортки l дорівнює довжині кола нормального перерізу циліндра горизонтальною площиною Γ : $l = 2\pi r$, де r - радіус кола нормального перерізу.

Для побудови розгортки ліній перерізу циліндра площинами Δ і Ω коло його нормального перерізу поділено на 12 однакових частин. На 12 однакових частин поділяють також відрізок прямої, який є розгорткою нормального перерізу. Довжина кожної твірної циліндра перенесена на розгортку за відповідністю.

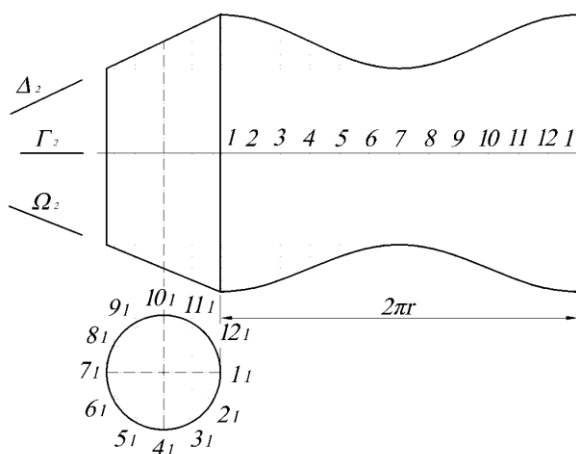


Рис.10.5. Розгортка відсіку циліндра обертання

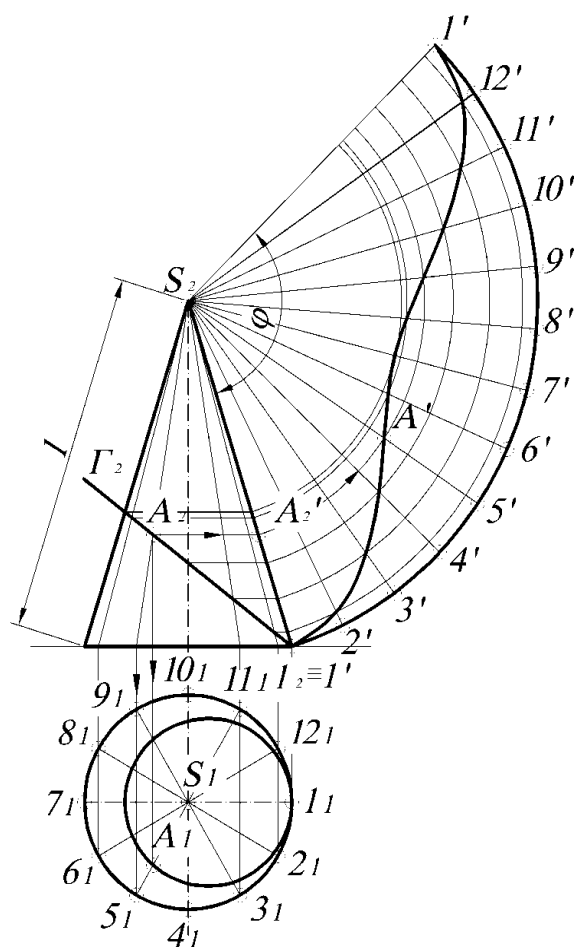


Рис. 10.6. Побудова розгортки конуса з перетином площиною Γ .

Розгорткою конуса обертання (рис..10.6.) є сектор, довжина дуги якого дорівнює довжині кола основи конуса $2\pi r$.

Щоб побудувати точну розгортку, визначають кут між двома граничними радіусами сектора за формулою $\varphi=360^{\circ} r:l$, де r - довжина радіуса основи конуса, а l - довжина твірної конуса.

Для побудови розгортки будь-якого перерізу конуса, наприклад площиною Γ , на поверхні конуса та на розгортці визначають певну кількість твірних з постійним кроком. Довжину відрізка кожної твірної від вершини S до перерізу визначають її обертанням навколо осі конуса до фронтального положення. Щоб визначити, наприклад, довжину відрізка SA , його повертають до фронтального положення S_2A_2' і тоді відкладають на відповідній твірній розгортки від вершини S_2 .

Розгортки циліндрів і конусів, які не є поверхнями обертання, будують

наближено. На рис.10.7 еліптичний циліндр задано в загальному положенні, тому його твірні зображуються на проекціях спотворено. Для побудови розгортки його поверхні спочатку замінюють фронтальну площину проекцій так, щоб на новий площині проекцій твірні відобразилися в натуральну величину. Потім бічну поверхню циліндра апроксимують призмою, бічні ребра якого збігаються з дискретним каркасом твірних циліндра.

Розгортку призми будують так само, як у прикладі, наведеному на рис.10.4. Точність розгортки залежить від кроку дискретного каркаса твірних.

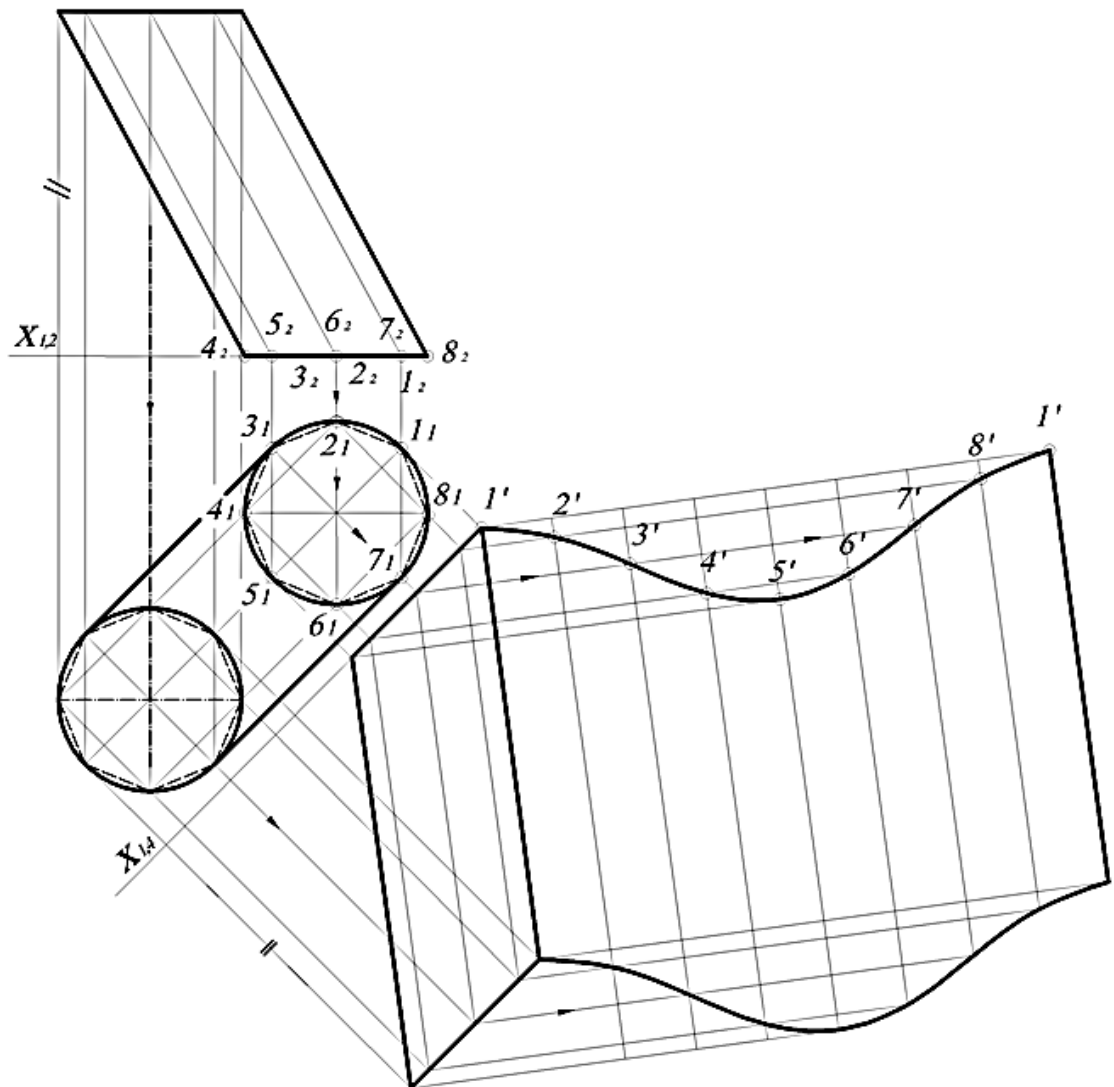


Рис. 10.7. Побудова розгортки еліптичного циліндра.

Для побудови розгортки конуса (рис.10.8) його апроксимують пірамідою, ребра якої збігаються з дискретним каркасом прямолінійних твірних конуса.

Розгортка піраміди за своїми розмірами наближається до розгортки конуса. Точність цього наближення залежить від кроку дискретного каркаса твірних конуса. Натуральні величини твірних конуса визначають їх обертанням навколо вертикальної осі, що проходить через вершину конуса. Твірна S_1 , наприклад, повернута в положення S_1' , фронтальна проекція якого S_2I_2' є натуральною величиною S_1 . Після визначення натуральних величин усіх твірних розгортку поверхні будують як сукупність трикутників, усі сторони яких відомі. Для побудови лінії будь-якого перерізу конуса (наприклад, площиною Γ) на розгортці спочатку виявляють положення точок перерізу на натуральних величинах твірних, а потім – на твірних розгортки.

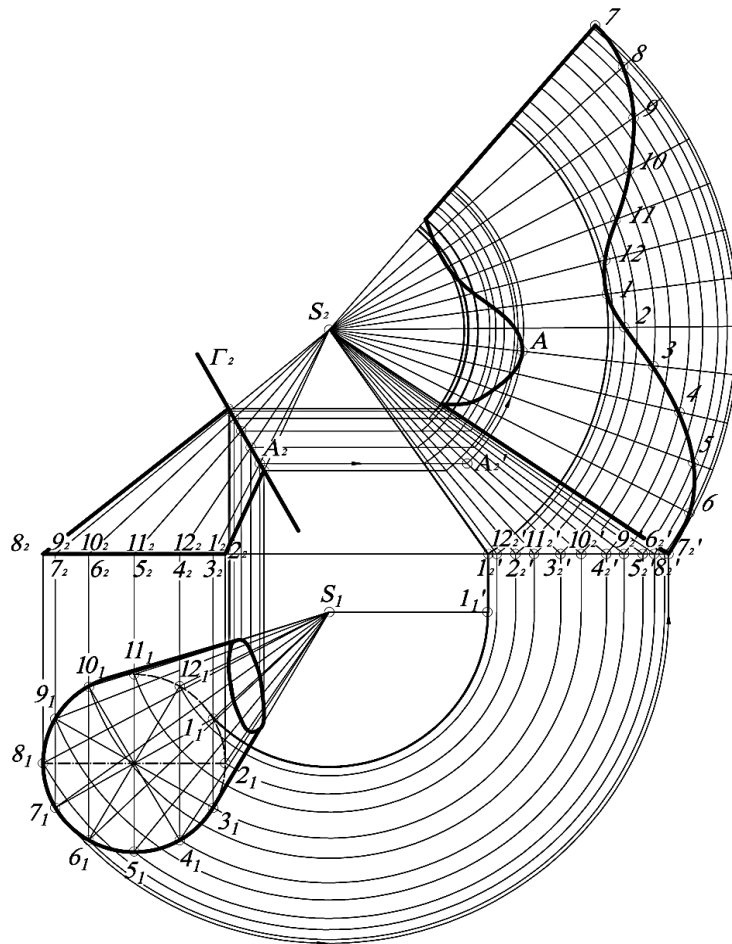


Рис. 10.8. Побудова розгортки конуса.

Умовні розгортки нерозгортних поверхонь.

Для побудови наближених умовних розгорток нерозгортних поверхонь спочатку їх апроксимують розгортними поверхнями, або багатогранниками з наступною розгорткою відсіків апроксимуючих поверхонь або багатогранників.

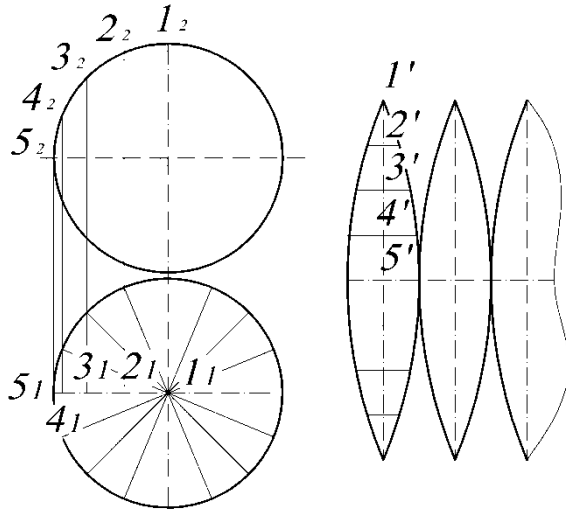


Рис. 10.9. Побудова розгортки сфери.

циліндричної поверхні і будують його розгортку. Отриману фігуру повторюють стільки разів, на скільки частин розрізано поверхню обертання.

Другий спосіб побудови розгортки поверхні обертання ґрунтується на апроксимації поверхні конусами (рис.10.10). На поверхні визначають з певним кроком дискретний каркас горизонтальних кіл, після чого кільцеподібні відсіки поверхні обертання апроксимують конусами обертання, для яких і будують розгортку.

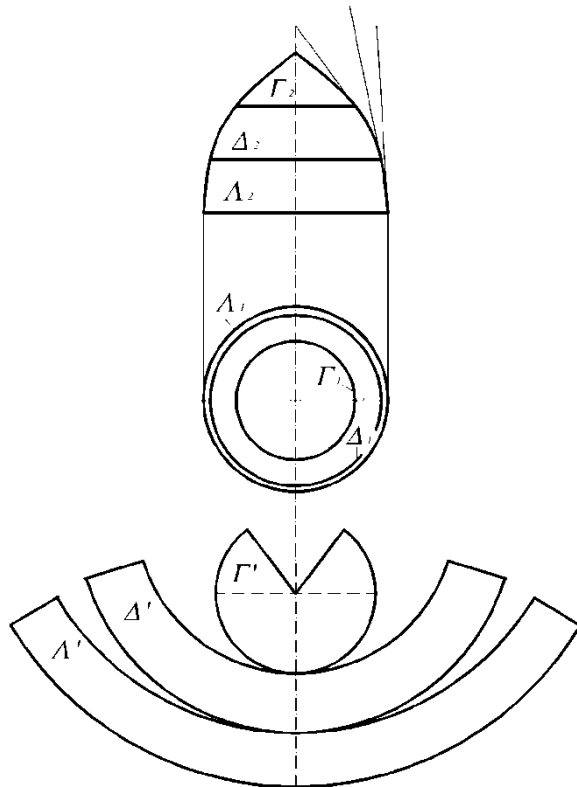


Рис. 10.10. Побудова розгортки поверхні обертання.

Спосіб триангуляції (трикутників).

Спосіб триангуляції полягає в апроксимації (наближеній заміні) заданої поверхні багатогранною, яка складається з секторів – трикутників, з наступною розгорткою одержаного багатогранника.

Суть способу покажемо на конкретному прикладі.

Побудувати розгортку відсіку конічної поверхні (рис.10.11). Для побудови розгортки конічної поверхні її спочатку апроксимуємо поверхнею піраміди. На основі конічної поверхні вибираємо ряд точок (1,2,3,4), з'єднуємо їх з вершиною S та між собою. Таким чином крива лінія основи замінюється ламаною, а бокова поверхня - трикутними гранями.

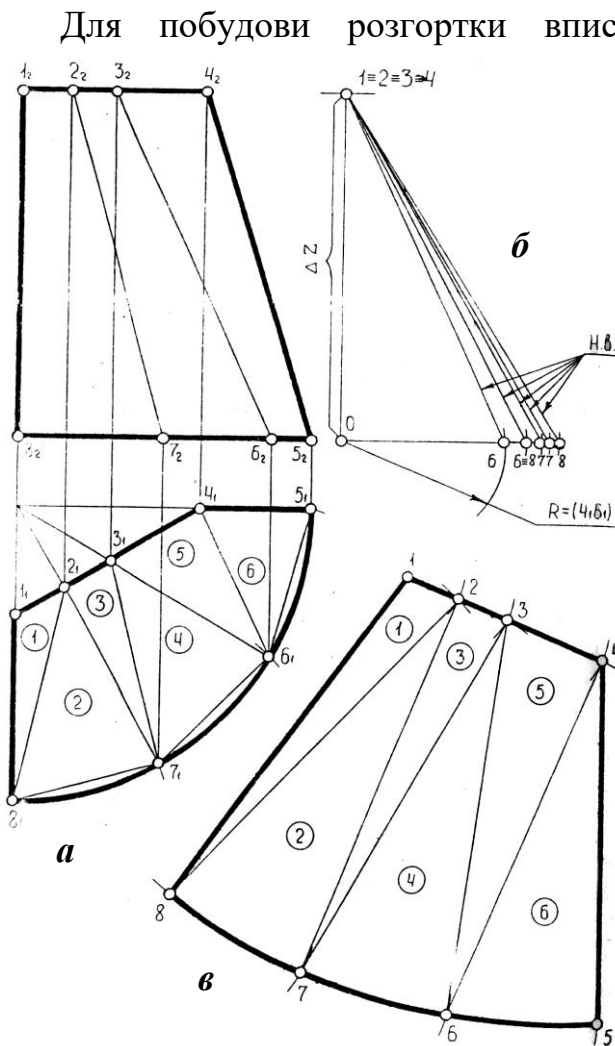


Рис. 10.11. Побудова розгортки поверхні пропорційної розбивки .

Для побудови розгортки вписаного в конічну поверхню багатогранника необхідно визначити натуральні величини ребер основи (хорд) та бокових твірних. Натуральну величину твірних піраміди визначаємо обертанням навколо проекуючої осі. Розгортка складається із послідовного ряду трикутників (граней піраміди), що побудовані за трьома сторонами (засічками).

Спосіб триангуляції застосовується для побудови умовних розгорток, хоча апроксимація поверхні (заміна її ділянок трикутниками) - процес не простий і вимагає певних знань про поверхню, навичок та аналізу побудов.

Розглянемо відсік поверхні, що не розгортається, та проходить через коло та відрізок прямої (рис.10.11). Апроксимацію поверхні трикутниками здійснюють таким чином, щоб

плоскі трикутники якомога ближче прилягали до поверхні. Проводимо ряд твірних та апроксимуємо ділянку поверхні між суміжними твірними відсіками площин (рис.10.11 а). Натуральні величини сторін трикутників визначаємо методом прямокутного трикутника (рис.10.11 б).

Будуємо розгортку заданої поверхні (рис.10.11 в).

Якщо здійснити пропорційний поділ напрямних (пряма 1-4 та дуга 5-8), то одержана поверхня називається поверхнею з пропорційною розбивкою напрямних.

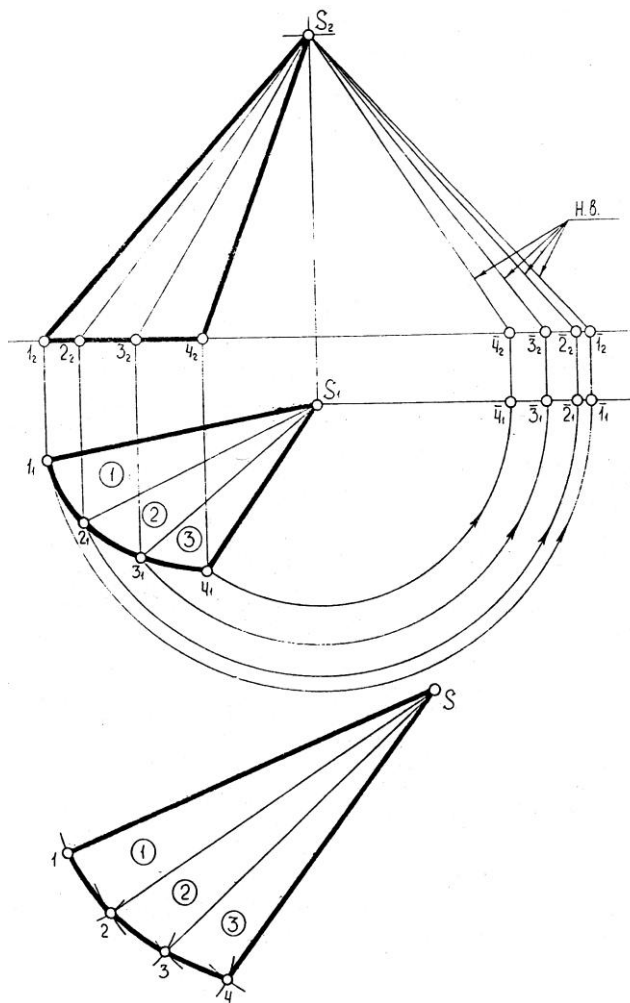


Рис. 10.12. Побудова розгортки конічної поверхні.

Наступний варіант побудови розгортки методом триангуляції розглянемо на фрагменті конічного відсіку у якого основа являється дуга окружності і вершина S (рис. 10.12.). В цьому випадку основу необхідно розділити на кілька частин. Чим більше частин тим точніше розгортка. Слід враховувати що розгортка буде наближеною бо ми маємо діло з апроксимованою поверхнею.

Для побудови розгортки на рис. 10.12. на горизонтальній проекції дугу основи розділяємо на три частини (в деяких випадках бажано розділяти на рівні частини). В результаті отримуємо трикутні сектора $1(1_1S_12_1)$; $2(2_1S_13_1)$; $3(3_1S_14_1)$ які проектуємо на фронтальну проекцію. Кожна пара суміжних твірних разом з

відрізками напрямних утворюють просторові трикутники.

Для знаходження натуральних величин твірних використовуємо метод обертання навколо проект цюючої осі i розташовану перпендикулярно горизонтальній площині проєкцій.

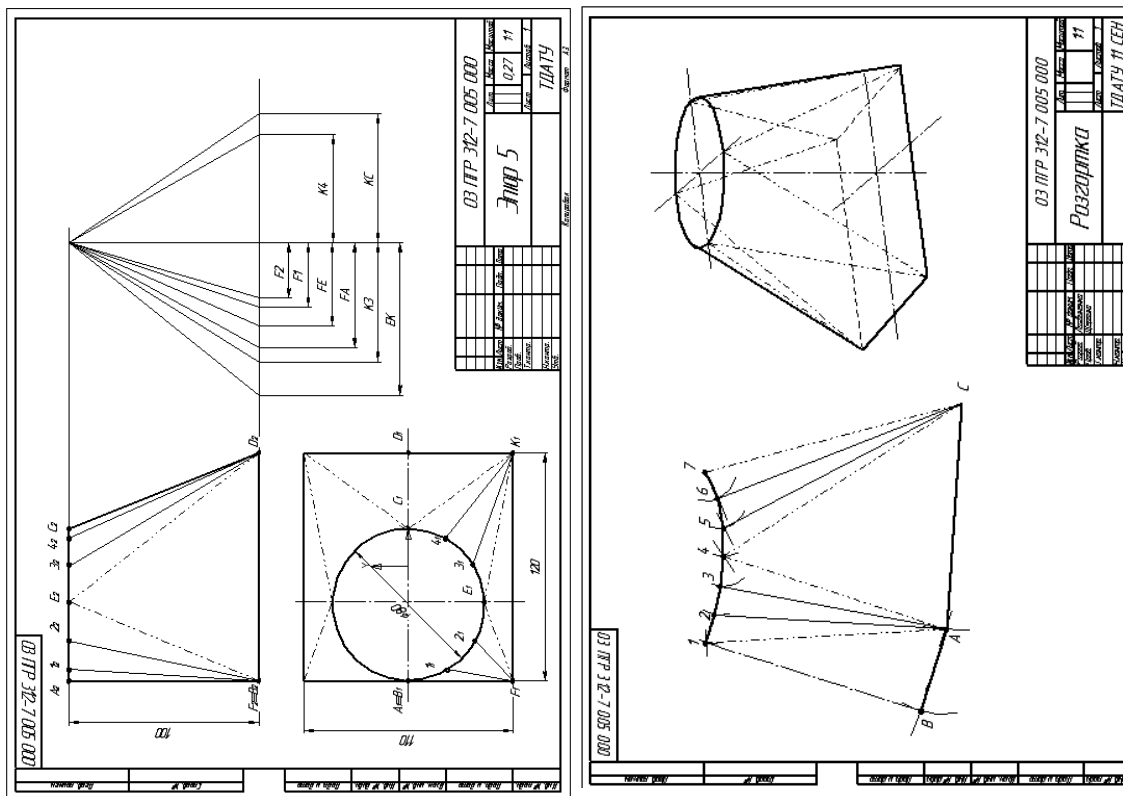


Рис. 10.13. Приклад побудови розгортки індивідуального завдання.

Першу лінію вибираємо довільного розташування на якій будуємо точки S і I . Для знаходження місця розташування точки 2 із точки I проводимо дугу радіусом який дорівнює величині $1_1; 2_1$, а із точки S дугу радіусом $S_2; 2_2$. Перетин двох дуг визначає точку 2 . На розгортці послідовно будують натуральні величини наступних трикутників, множина яких апроксимує поверхню.

Питання для самоперевірки.

1. Що називається розгорткою поверхні?
2. Перелічіть властивості поверхні, які зберігаються на розгортках.
3. Якими властивостями володіють розгортні поверхні?
4. Із яких елементів складається розгортка поверхні?
5. На яких геометричних побудовах заснований спосіб трикутників?
6. У чому суть способу розклатки?
7. Розгортки яких поверхонь можна будувати способом нормального перетину?

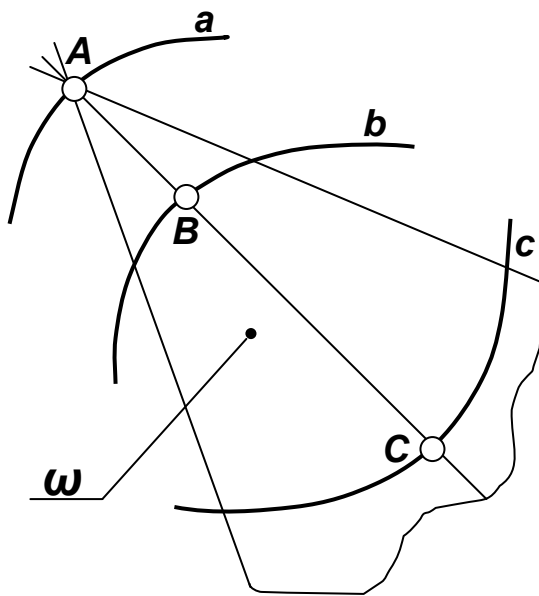
ТЕМА 11 ЛІНІЙЧАСТІ ПОВЕРХНІ.

Лінійчаті поверхні утворюються безупинним переміщенням у просторі прямолінійної твірної і підрозділяються на ті, що розгортаються і ті, що не розгортаються.

Якщо уявити поверхню у виді гнучкої нерозтяжної плівки, то в результаті безупинної деформації цієї плівки вона може бути з'єднана усіма своїми точками з площиною без розривів і накладок. Така поверхня називається розгортною. У протилежному випадку поверхня – не розгортна. Самий простий практичний засіб перевірки поверхні на розгортність полягає в прикладанні до неї листа паперу.

Якщо при цьому лист співпадає з поверхнею усіма своїми точками, то поверхня на цій ділянці розгортається.

11.1 Утворення лінійчатих поверхонь загального виду.



11.1. Утворення поверхні загального виду.

Лінійчата поверхня загального виду утворюється переміщенням прямої лінії уздовж трьох (у загальному випадку криволінійних) направляючих a , b і c (рис 11.1.).

Візьмемо довільну точку A на направляючій a і проведемо з неї промені, що перетинають лінію c . Одержана в такий спосіб кінчна поверхня ω перетинається лінією b у деякій точці B . Якщо таких точок виявиться дві і більше, то можна умовитися про те, яку з них вважати шуканою.

Промінь AB , як не важко уявити, перетинає всі три направляючі і є шуканою твірною лінійчатої поверхні. Аналогічно, обираючи ряд точок A, A_1, \dots на лінії a , можна побудувати достатню кількість прямолінійних твірних поверхні.

Проте, такого роду поверхні одержали в техніці незначне поширення через їх складність і великі технологічні труднощі їх виготовлення.

На кресленні лінійчаті поверхні загального виду задаються

проекціями трьох направляючих і словесною вказівкою про те, що вони визначають собою лінійчату поверхню. Очевидно, що криві a , b і c при цьому повинні відрізнятися визначеним положенням один щодо другого, тобто припускати побудову лінійчатої поверхні, що спирається на них. Рекомендуємо самостійно в просторі визначити таке положенням трьох направляючих (можна взяти відрізки прямих), коли побудувати лінійчату поверхню не вдається.

11.2. Поверхні з площиною паралелізму.

Велика різноманітність поверхонь утворюється заміною однієї з направляючих якою-небудь додатковою умовою, наприклад, площиною Π , паралельно якій розташовані усі прямолінійні твірні поверхні (рис. 11.2, a). Така площина називається площиною

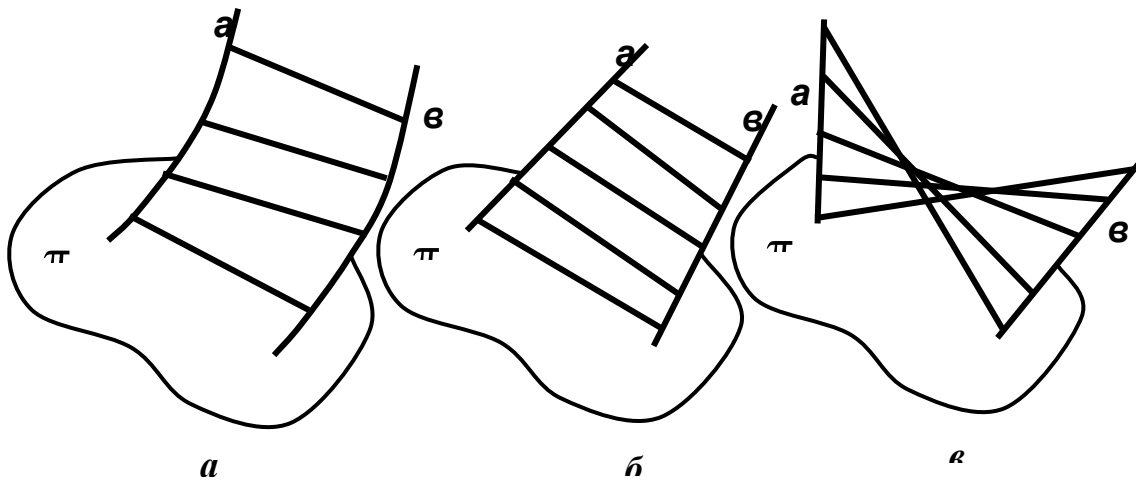


Рис. 15.2. Поверхні з площиною паралелізму

паралелізму. Поверхня з двома криволінійними направляючими a і b і площиною паралелізму називається циліндроїдом на відміну від циліндричної поверхні, у якої всі твірні паралельні одна одній.

Якщо одна з направляючих, наприклад a , - пряма, то поверхня називається коноїдом (рис. 15.2, b).

Якщо обидві направляючі прямолінійні, поверхня називається косою площиною або гіперболічним параболоїдом (рис. 15.2, c).

Останні два види лінійчатих поверхонь знаходять широке застосування в архітектурі в якості різноманітних перекриттів, декоративних фасадів, тощо.

Поверхні з площиною паралелізму на кресленні задаються проекціями направляючих ліній і площиною паралелізму, причому перетворенням епюру досягається перпендикулярність площини паралелізму до однієї з площин-проекцій, тобто вона перетворюється

в проекціюючу. На рис. 11.3 задане креслення циліндроїда з площиною паралелізму Σ , що є горизонтально - проекціюючою.

Нехай потрібно побудувати фронтальну проекцію точки D , що належить поверхні, якщо задана її горизонтальна проекція.

Через точку D проводимо твірну $1;2$ циліндроїду, паралельну площині паралелізму Σ . Її горизонтальна проекція $1_1 2_1$ інцидентна a, b і перетинає направляючі в точках 1 і 2 . Знаходимо (проектуванням) фронтальну проекцію $1_2 2_2$ твірної і на ній - шукану фронтальну проекцію D_2 точки D . Рекомендуємо з метою наочності (самостійно) побудувати каркас прямолінійних твірних циліндроїду і його обрис на фронтальній проекції.

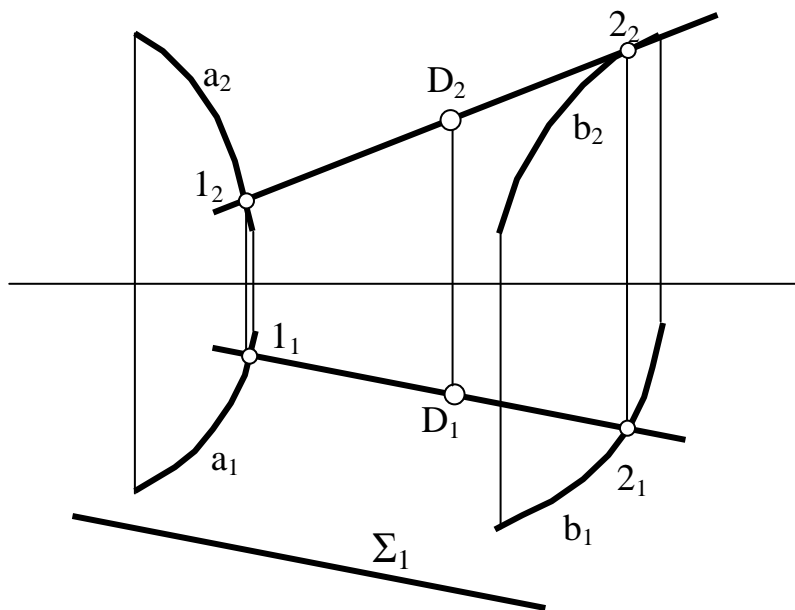


Рис. 11.3. Поверхня циліндроїду.

Проблемне питання: Як змінилося б рішення задачі, якби була задана не горизонтальна, а фронтальна проекція D_2 точки D ?

Підказка 1. Через точку на поверхні циліндроїду проходить єдина прямолінійна твірна. Можемо ми відразу побудувати її фронтальну проекцію? Не можемо. Вона може бути побудована тільки за допомогою горизонтальної проекції, положення якої ми не знаємо.

Висновок. За допомогою прямолінійної утворюючої побудувати відсутню проекцію точки в цьому випадку не можна.

Підказка 2. Необхідно скористатися загальним методом наближеного рішення таких задач на каркасних поверхнях, тобто побудувати каркас (достатньо щільний в межах заданої точки) прямолінійних твірних провести через задану проекцію фронтальну

проекцію m_2 довільної лінії m на поверхні, спроекувати точки її перетинання з твірними на горизонтальній проекції і провести через отримані точки горизонтальну проекцію m_1 на якій за допомогою лінії зв'язку знайти проекцію D_1 точки D , яку шукаємо. Самостійно виконати всі ці побудови на кресленні.

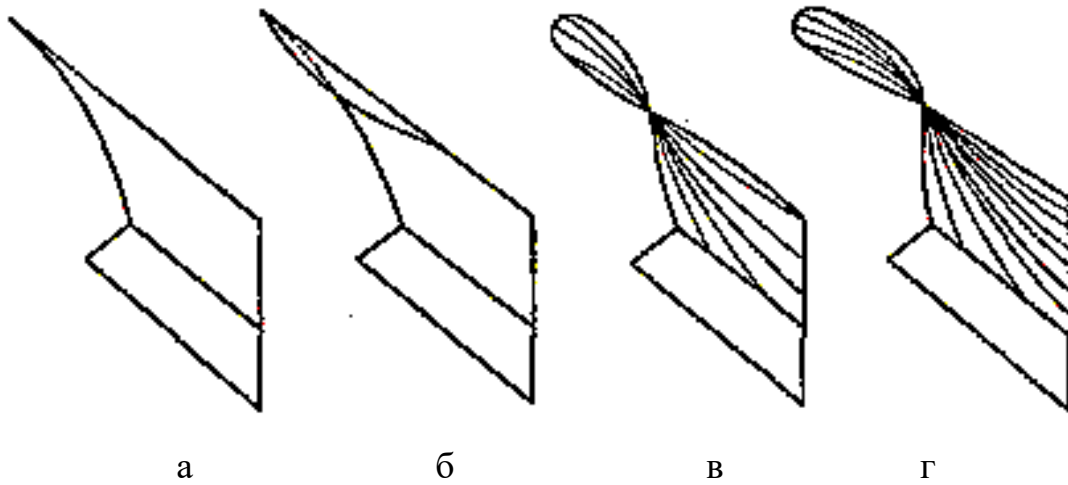
Завдання на кресленні коноїда або косої площини принципово буде відрізнятися від рис. 11.3 лише проекціями направляючих ліній, що відбивають засіб утворення поверхні.

Поверхні з площиною паралелізму при порівняльній простоті конструкції дозволяють одержати велику кількість геометричних форм із різноманітними геометричними і технологічними властивостями.

Циліндроїдальні поверхні знайшли широке застосування в сільгоспмашинобудуванні в якості поверхонь відвалів корпусів плуга. Зокрема поверхня культурного відвалу являє собою циліндроїд із горизонтальною площиною паралелізму. Твірні відвалу перетинають дві направляючі криві (параболи, розташовані в площинах, перпендикулярних до леза лемеху). В результаті багатьох іспитів спроекуваних корпусів і на підставі тривалого досвіду проектування зараз існують конкретні практичні рекомендації на вибір параметрів направляючих парабол, що будуються в першу чергу, виходячи з призначення відвалу і заданих агротехнічних вимог. Потім проводять каркас прямолінійних твірних, рівнобіжних дну борозни. З умов сходу ґрунтового шару з відвалу будується лобовий контур і визначається бороздовий обріз відвальної поверхні. Докладно можна подивитися в “Довіднику конструктора с.г. машин”, т. 11, стор. 12 і 18.

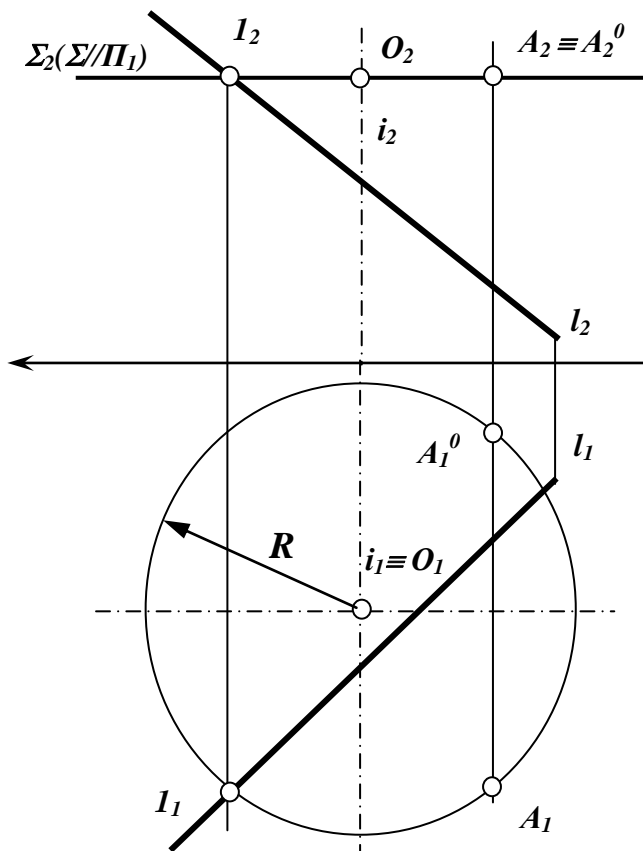
Засіб проектування напівгвинтового відвалу на прикладі конкретної поверхні. Направляючі параболи розташовані в рівнобіжних площинах на відстані 200 мм один від одного. Зверніть увагу на різницю в конструкції лемішно - відвальних поверхонь культурного і напівгвинтового відвалу. Груди (передня частина) напівгвинтового відвалу розташована суворіше стосовно площини дна борозни. Крило напівгвинтового відвалу також суворіше поставлено, розміри відвалу по довжині більші. Все це обумовлено різницею в технологічному процесі орієнтації різноманітними відвалами. Культурні відвали призначені для орієнтації культурних ґрунтів і здійснюють головну функцію: розпушування і обертання поживних залишків. Гвинтові відвали (ми їх будемо розглядати пізніше) призначені для орієнтації цілинних, лугових, сильно задернілих ґрунтів і здійснюють функції підрізання шару й обороту його на 180° для укладання на дно борозни дерниною униз (розпушування незначне). Напівгвинтові

відвали займають проміжне положення (по ходу викладання демонструються слайди зазначених відвалів).



11.4. Типи робочих поверхонь відвалів.
а – циліндрична, б – культурна, в – полу гвинтова, г – гвинтова.

11.3. Гіперboloїд обертання.



11.5 Однополосний гіперboloїд обертання.

Розглянуті раніше поверхні є такі, що не розгортаються.

З найбільш цікавих нерозгортних лінійчатих поверхонь варто розглянути однополосний гіперboloїд, що утвориться обертанням прямої l навколо осі. Знамениті конструкції Шухова В.Г. (1853-1939) складені саме з відсіків таких гіперboloїдів (межа першої потужної радіостанції СРСР ім. Комінтерну). На кресленні однополосний гіперboloїд задається проєкціями осі обертання i (i_1, i_2) і твірної L (L_1, L_2). Цей визначник

(проекція осі i і твірної L плюс алгоритм обертання L навколо i) дозволяє побудувати відсутні проекції точок, що належать поверхні. На рис. 11.5 заданий однополосний гіперболоїд обертання, вісь i , як бачимо, займає проекцію стосовно площини Π_1 , що значно спрощує рішення задач.

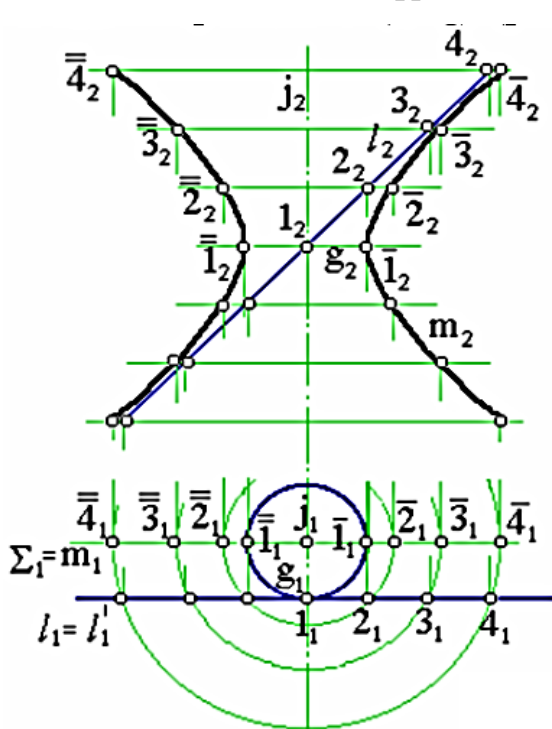
Нехай задана фронтальна проекція A_2 точки A , що належить поверхні гіперболоїду і розташована на видимій його частині стосовно площини Π_2 . Визначимо її горизонтальну проекцію.

1. Проведемо через точку горизонтальну площину Σ , що перетинає гіперболоїд по колу.

2. Це коло перетинає твірну L у точці $I (I_1, I_2)$ і проектується на площину Π_1 у вигляді кола.

3. Радіусом R проводимо коло і на ньому знаходимо проекцію A_1 точки A , яку шукаємо. Приведений вище порядок побудови горизонтальної проекції точки по заданій фронтальній і є алгоритмічною частиною визначника креслення поверхні.

Задача має два рішення (точки A і A^0). З урахуванням видимості точки на фронтальній проекції поверхні вибирають A^0 (невидима на пл. Π_2), або A (видима). Якщо задана горизонтальна проекція точки, то для знаходження її фронтальної проекції побудови виконують у



11.6. Побудова головного меридіану однополостного гіперболоїда обертання.

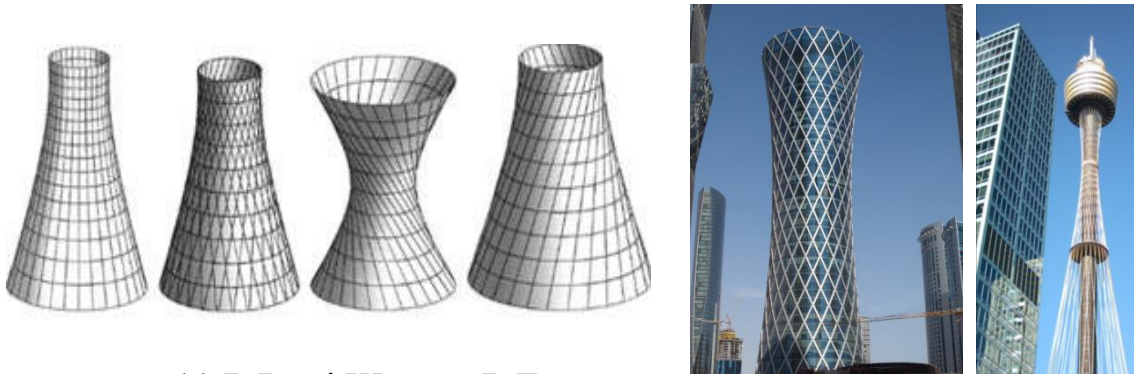
зворотному порядку. Рекомендуємо побудувати самостійно фронтальну проекцію точки B (горизонтальна її проекція B_1 задана). Зверніть увагу на виникаючі при цьому два рішення і виділіть з них видиму на горизонтальній проекції точку.

Приклад 1. Побудова головного меридіану однополостного гіперболоїда обертання $\Phi (i, g)$ (рис. 11.6.).

Для побудови головного меридіану на твірній $g(g1, g2)$ беремо кілька точок $(1,2), (1,2), (1,2), (1,2)$. В результаті обертання навколо осі i вони опишуть окружності (точка $(1,2)$ – найближча до осі обертання і

описує горлову окружність $g (g_1, g_2)$, які перетнуться з фронтальною площиною рівня $S_1=m_1$ по головному меридіану $m (m_1, m_2)$. побудувавши фронтальні проєкції точок $1,1,1,1$ і з'єднавши їх отримаємо фронтальну проєкцію m_2 головного меридіана. Однополосний гіперболоїд містить два сімейства прямолінійних твірних – послідовних положень твірної $l(l_1, l_2)$ і симетричною їй $l'(l'_1, l'_2)$.

Очевидно, що твірні одного сімейства між собою не перетинаються, а твірні різних сімейств перетинаються між собою. Ці властивості твірних однополосного гіперболоїду були використані талановитим російським інженером Шуховим В.Г. для проектування легких і жорстких конструкцій радіощогл, веж, градирень і т.д. (Рис. 11.7).



11.7. Вежі Шухова В.Г.

Поверхня гіперболоїду обертання має велику жорсткість конструкції, легко збирається. Цим обумовлене її поширення в якості несучих конструкцій щогл, опор, тощо.

Зауважимо, що ця поверхня одночасно є циклічною, тому що несе на собі сімейство окружностей – паралелей, але головна її гідність полягає в прямолінійності твірних. Тому ми і розглядаємо її в цьому розділі. Хоча в окремих випадках більш важливим може виявитися саме наявність кругових твірних.

11.4. Поверхня з пропорційною розбивкою хорд.

Зазначений у заголовку термін широко застосовується (як і самі поверхні) в авіабудуванні (поверхня крила). Щоб провести зазначену поверхню через дві дуги a і b (як правило, розташовані в паралельних площинах), хорди дуг поділяють на однакове число рівних частин, у перпендикулярному до хорди напрямку визначають точки на кривих і відповідні один одному з'єднують прямолінійними твірними.

Ми будемо застосовувати такі поверхні при апроксимації (наближеній заміні) поверхонь із наступною побудовою їхньої розгортки.

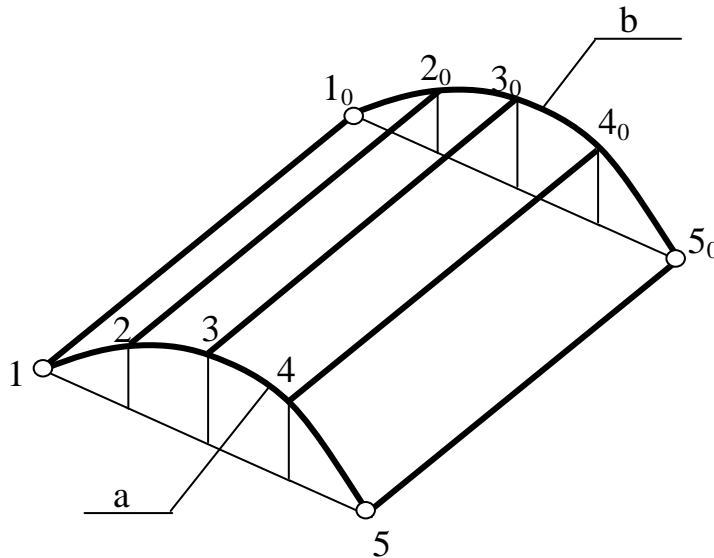


Рис. 11.8. Поверхня з пропорційною розбивкою хорд.

Поверхні, що розгортаються

Поверхні, що розгортаються, одержали винятково широке поширення в техніці, завдяки таким дуже важливим властивостям:

1. Можливість штампування їх із листового матеріалу. При мінімумі залишкових деформацій і напруг цей процес здійснюється з мінімальними витратами енергії;

2. Можливість застосування їх у якості робочих і несучих поверхонь в умовах великої щільності середовища.

Останні обставини пояснимо на прикладі лемешно - відвальної поверхні, що розгортається. При прямованні по такій поверхні ґрунтовий шар перетерплює в основному напруги і відчуває деформації простого вигину, унаслідок чого втрати енергії на руйнацію шару (якщо по агрономічній практиці це не передбачається) – мінімальні. Тому, як свідчать численні дослідження, що розгортні лемешно - відвальні поверхні в порівнянні з аналогічними, що не розгортаються, мають зменшене на 5 -10% (в окремих випадках до 20% при оранні сильно задернілих ґрунтів) питомий тяговий опір, що за рахунок економії палива й інших матеріальних витрат дає в масштабах країни тільки по напівгвинтовим - і гвинтовим корпусам економічний ефект біля 6,5 млн-гр. у рік.

На необхідність широкого застосування лемешно - відвальних поверхонь, що розгортаються, неодноразово вказував один з основоположників землеробської механіки акад. Горячкін В.П. Ним проведені глибокі дослідження і запропоновані оригінальні методи проектування. Його ідеї дотепер розробляються нашими вченими.

Для судових обводів і зовнішньої обшивки судів різноманітного призначення останнім часом також усе ширше стали застосовуватися поверхні, що розгортаються. Все це говорить про актуальність застосування поверхонь, що розгортаються, і важливості їх вивчення в курсі нарисної геометрії.

11.5. Утворення поверхні загального виду, що розгортається, циліндричні і конічні поверхні.

Властивістю розгортності можуть володіти лише поверхні, отримані переміщенням прямої лінії (лінійчаті поверхні) і задовольняючи визначеним умовам. Ці умови розглядаються в курсі диференціальної геометрії і мають різноманітний ступінь строгості і спільності. Ми розглянемо найпростішу ознаку розгортності поверхонь: якщо дві нескінченно близько розташовані прямолінійні твірні поверхні перетинаються або паралельні, то така поверхня розгортається.

Самим загальним видом поверхонь, що розгортаються, є так звані торсові поверхні. Вони утворюються множиною дотичних до просторової

кривої m , названої ребром повернення (рис. 11.9) при цьому, як

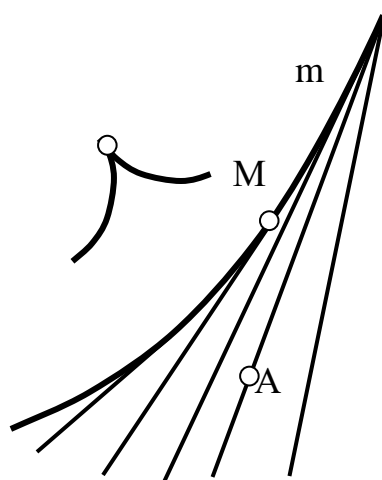


Рис.11.9. Торсова поверхня

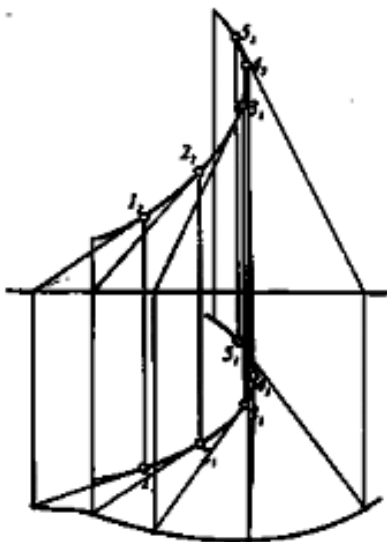
правило, у середині простору, обмеженого ребром повернення утворюються порожнини, де прямолінійні твірні не проходять. Перетин поверхні площиною, що не проходить через твірні і яка перетинає ребро повернення, дає криву, що має точку повернення.

Поверхню, що розгортається, на кресленні

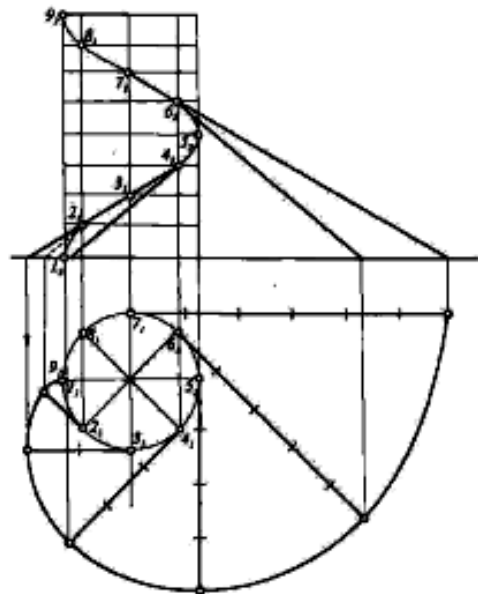
можна задати проєкціями кривої і словесними вказівками про те, що крива m - ребро звороту поверхні. Торкання, як відомо, не порушується при проєктуванні, що дозволяє побудувати довільне число дотичних (точніше їхніх проєкцій) на кресленні і тим самим задати каркас поверхні. Якщо потрібно побудувати, наприклад, горизонтальну проєкцію точки A , яка належить поверхні (A_2 - задана), що через A_2 проводять дотичну до m_2 , будують її горизонтальну проєкцію за допомогою m_4 , на якій відкривається т. A_1 (рис. 11.9), яку шукаємо.

Різновидами торсової є конічна поверхня (рис. 11.10) ребро повернення вродилося в точку S , усі твірні якої проходять через т. S , а також циліндрична поверхня (рис. 11.11), у якої усі твірні рівнобіжні, а ребро повернення перетворилося в нескінченно віддалену точку.

Поверхнею з ребром звороту (торсом) називають поверхню, утворену неперервним рухом прямої, яка дотикається в усіх своїх положеннях деякої просторової кривої (рис. 11.12), що зветься ребром звороту. Ребро звороту повністю задає торс. На рисунку 11.13 побудовано торс, що має назву розгортного гелікоїда. Ребром звороту його є геліса. Твірна гелікоїда перекочується по гвинтовій лінії, залишаючись дотичною до неї



11.12. Поверхня з ребром звороту.



11.13. Поверхня розгортного гелікоїда.

Поверхні паралельного перенесення. Такі поверхні утворюються при поступальному перенесенні однієї плоскої кривої по другій кривій, вони ще мають назву трансляційних.

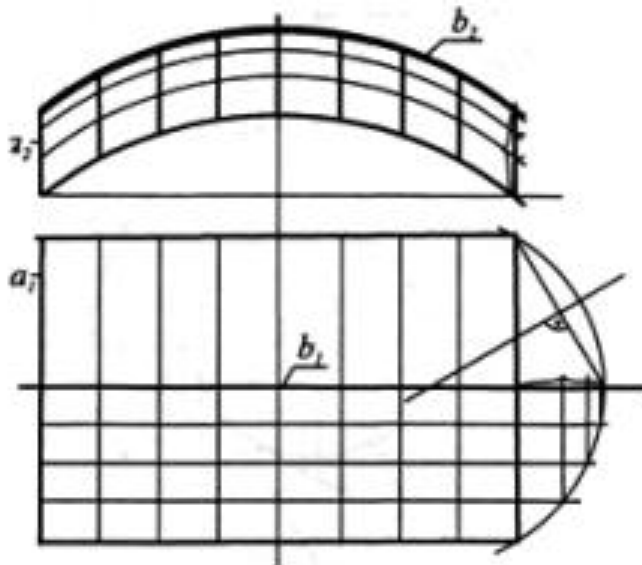


Рис. 11.14 Бікругова поверхня.

На рисунку 11.14 показана поверхня, утворена рухом дуги кола a по дузі кола b . Вона називається **бікруговою**. Через кожну точку поверхні проходить одна твірна та одна напрямна. Твірні й напрямні трансляційної поверхні взаємозамінні, тобто їх можна поміняти ролями, і від цього поверхня не

зміниться.

Поверхні паралельного перенесення використовують у будівництві при спорудженні тонкостінних великопрогонових оболонок–покриттів. Незмінність форми твірної дає великі переваги при конструюванні таких поверхонь.

Серед поверхонь другого порядку є, крім циліндра, дві поверхні паралельного перенесення. Це **еліптичний** та **гіперболічний** параболоїди, утворені рухом однієї параболи вздовж іншої. В еліптичного параболоїда параболи опуклі в один бік, а у гіперболічного параболоїда – в різні боки. Якщо обидві параболи, опуклі в один бік, конгруентні, матимемо **параболоїд обертання**.

У техніці знайшли широке застосування гвинтові поверхні. Наприклад, поверхні деталей різьбових з'єднань, гвинтових зубчастих коліс, деталей черв'ячних і гвинтових передач, повітряних і гребних гвинтів і багатьох інших механізмів.

Гвинтові поверхні утворюється гвинтовим рухом. Під гвинтовим рухом розуміється сукупність двох переміщень: поступального уздовж деякої осі, і обертального навколо тієї ж осі. При цьому, кожна точка утворює лінії описує циліндричну гвинтову лінію.

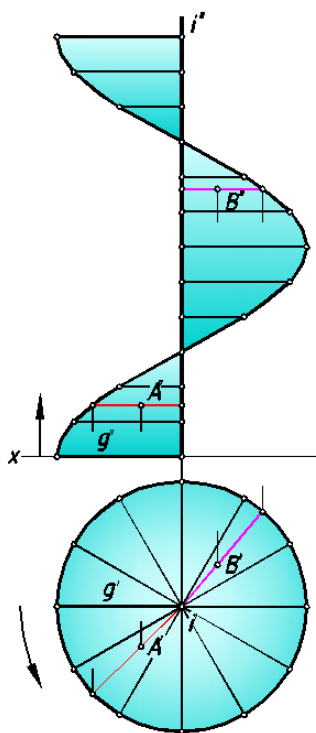


Рис. 11.15 Закрита гвинтова поверхня.

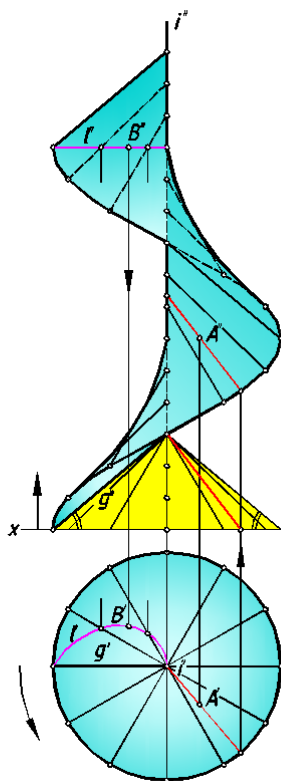


Рис. 11.16 Закрита гвинтова поверхня.

Найбільшого поширення набули лінійчатих гвинтові поверхні, у яких твірна – пряма лінія. Такі поверхні називаються **гелікоїдами**.

Якщо пряма твірна перпендикулярна осі гвинтової поверхні, то це – пряма **гвинтова поверхня (прямий гелікоїд)**. Якщо ніяк не перпендикулярна осі гвинтової поверхні, то це – **коса гвинтова поверхня (косий гелікоїд)**.

Якщо твірна перетинає вісь гвинтової поверхні, то це – **закрита гвинтова поверхня (закритий гелікоїд)**, якщо схрещується з віссю, то це – **відкрита гвинтова поверхня (відкритий гелікоїд)**.

На рис.11.15 представлена пряма **закрита гвинтова поверхня**, утворена переміщенням відрізка прямої **g**. Відрізок рівномірно обертається навколо осі **i** та рівномірно переміщається вздовж цієї осі.

Для побудови такої поверхні необхідно задати ряд послідовних положень твірної в процесі переміщення. При переміщенні один кінець відрізка ковзає по осі поверхні, а другий переміщається по циліндричній гвинтовій лінії (**гелісі**).

Циліндричну гвинтову поверхню також називають **прямим гвинтовим коноїдом**, оскільки твірна при переміщенні перетинає дві лінії, одна з яких крива (**геліса**), а друга – пряма (**вісь поверхні**). Площиною паралелізму є горизонтальна площина проєкцій.

Для завдання точки на поверхні потрібно задати будь-яку утворювальну поверхні і на ній взяти точку.

На рис.11.16 задана **коса гвинтова поверхня**, утворена відрізком прямої **g**, не перпендикулярним до осі поверхні.

Побудова поверхні аналогічно побудові прямої гвинтової поверхні.

Для побудови нарису поверхні на фронтальній площині проєкцій слід провести

лінію, огинаючи проведені твірні.

Всі твірні поверхні однаково нахилені до горизонтальної площини проєкцій. Тому для побудови фронтальних проєкцій твірних можна використовувати допоміжний конус обертання з утворюючими, нахилені до горизонтальної площини проєкцій під тим же кутом, що і твірні гвинтової поверхні. Такий конус називається направляючим конусом. На рис.11.16 цей конус виділений жовтим кольором.

Якщо задана горизонтальна проєкція A' точки A , яка належить поверхні, знаходження її фронтальної проєкції потрібно задати твірні на поверхні, що проходить через цю точку. Горизонтальна проєкція твірної будується просто, оскільки вона проходить через проєкцію i' осі поверхні і проєкцію A' точки. Для побудови фронтальної проєкції твірної через точку її перетину з гелісой потрібно провести пряму, паралельну твірній направляючого конуса, або використовувати ту обставину, що різниця координат z кінців твірних постійна.

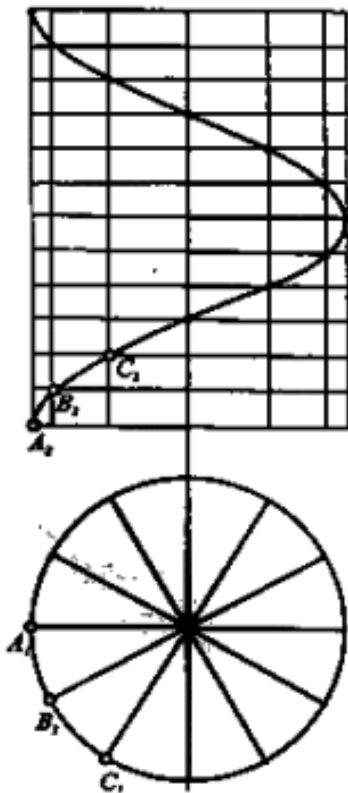


Рис. 11.17 Прямий гелікоїд.

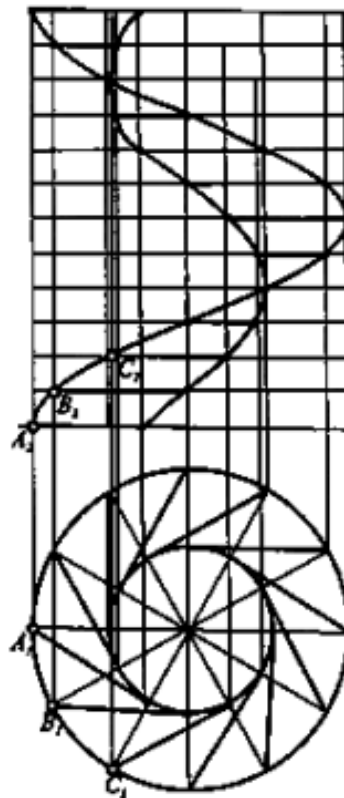


Рис. 11.18 Гвинтовий циліндроїд.

Якщо задана фронтальна проєкція B'' точки, яка належить поверхні, побудувати фронтальну проєкцію твірної, що проходить через цю точку, неможливо, оскільки невідомий її нахил до осі. Тому

скористаємося будь якою лінією, яка проходить через цю точку на поверхні. У нашому прикладі такою лінією l є спіраль Архімеда.

На рисунку 11.17 зображений прямий гелікоїд, або гвинтовий коноїд. Його визначник – геліса, її вісь і горизонтальна площина паралелізму. На рисунку 11.18 зображено гвинтовий циліндроїд, визначниками якого є дві співвісні геліси та горизонтальна площина паралелізму.

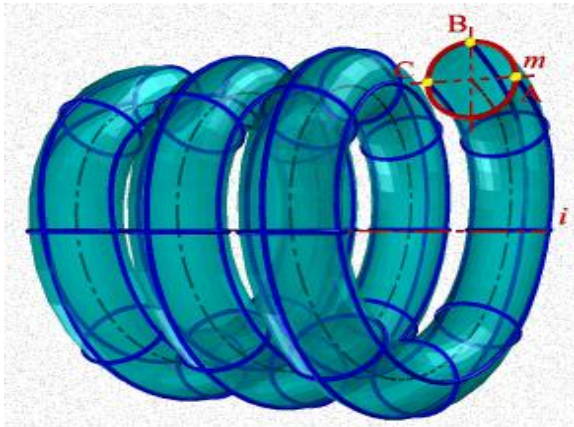


Рис. 11.19 Гвинтова поверхня.

Гвинтові поверхні утворюються гвинтовим рухом деякої лінії – **твірної**.

Під гвинтовим рухом розуміється сукупність двох рухів: **поступального** - паралельно до деякої осі, і **обертального**, навколо тієї ж осі.

При цьому поступальне і кутове переміщення знаходяться у визначеній залежності $\Delta h = k\Delta v$, де Δh – лінійне переміщення за час Δt , Δv – кутове переміщення за той же час, k –

коефіцієнт пропорційності. Якщо $k=Const$, то крок поверхні постійний.

Геометрична частина визначника гвинтової поверхні ні чим не відрізняється від поверхні обертання і складається з двох ліній: твірної m , і осі i , (рис.11.19).

Алгоритмічна частина:

1. На твірній m виділяють ряд точок A, B, C, \dots
2. Будують гвинтові лінії заданого кроку і напрямку, по яких переміщаються задані точки.

Питання для самоперевірки.

1. Що означає "кінематичний принцип утворення поверхні"?
2. Що називається визначником поверхні?
3. Які поверхні називаються лінійчатими?
4. Сформулюйте ознаку приналежності точки поверхні.
5. Назвіть поверхні з площиною паралелізму.
6. Як визначити точку на поверхні однополосного гіперболоїда?
7. Які поверхні утворюються з площиною паралелізму?
8. Як визначити лінію перетину прямої з площиною паралелізму?
9. В чому полягає принцип належності лінії поверхні?

РОЗДІЛ 2 ІНЖЕНЕРНА ГРАФІКА.

Вступ

Інженерна графіка - одна з дисциплін, що складають основу підготовки фахівців з інженерно-технічних спеціальностей. Мета вивчення інженерної графіки - отримати знання і навички виконання і читання зображень предметів на основі методу прямокутного проектування, виконаних у відповідності зі стандартами Єдиної системи конструкторської документації - ЄСКД, навчитися користуватися стандартами і довідковими матеріалами, отримати навички техніки виконання креслень різних виробів. Інженерна графіка є першою сходинкою навчання студентів, на якій вивчаються початкові правила виконання і оформлення конструкторської документації.

ТЕМА 12. ЗАГАЛЬНІ ПРАВИЛА ВИКОНАННЯ КРЕСЛЕНИКІВ.

12.1. Формати. ГОСТ 2.301-68*.

Формати листів визначаються розмірами зовнішньої рамки. Кожному позначенню відповідає певний розмір основного формату. Позначення і розміри форматів наведені в табл.12.1.

Таблиця 12.1.

Позначення формату	Розміри сторін формату, мм.
A0	841 x 1189
A1	594 x 841
A2	420 x 594
A3	297 x 420
A4	210 x 297
A5	148 x 210

Щоб креслення були зручними для зберігання і користування, їх виконують на аркушах паперу певного розміру. Розміри аркуша креслярського паперу називають форматом. Формат аркуша визначається розмірами його сторін. Для виконання креслень передбачено 5 основних форматів, кожний з яких має своє позначення і розміри сторін. Найбільшим серед них є формат *A0* з розмірами сторін *841 × 1189* мм (його площа дорівнює *1м*). Всі інші формати

утворені послідовним поділом його на дві рівні частини паралельно до меншої сторони відповідного формату. Найчастіше користуються форматом *A4* з розмірами сторін 210×297 мм. Це найменший з форматів для виконання креслень (рис.12.1).

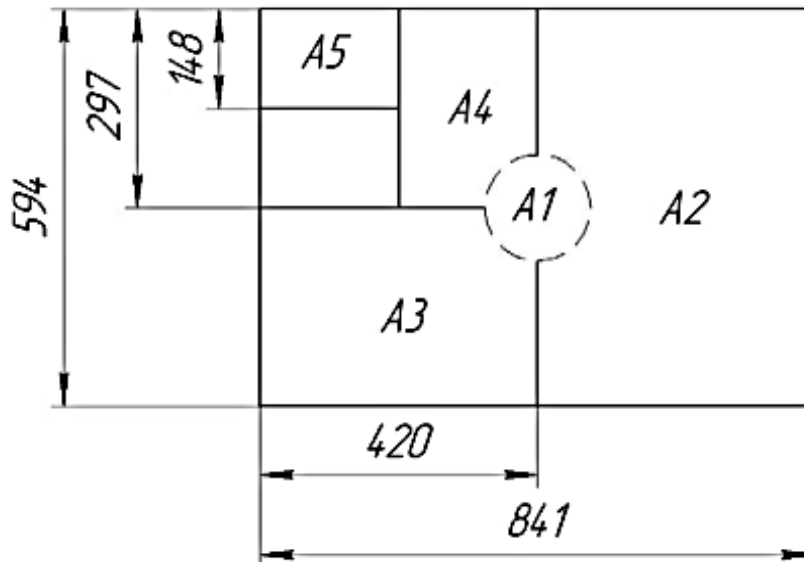


Рис 12.1. Ділення формату *A1*.

Припускається застосування додаткових форматів, які утворюються збільшенням менших сторін основних форматів на величину кратну їх розмірам.

Розміри сторін додаткових форматів, мм наведені нижче в таблиці 12.2.

Таблиця 12.2.

Кратність	A0	A1	A2	A3	A4
2	1189×1682	-	-	-	-
3	1189×2523	841×1783	594×1261	420×891	297×630
4	-	841×2378	594×1682	420×1189	297×841
5	-	-	594×2102	420×1486	297×1051
6	-	-	-	420×1783	297×1261
7	-	-	-	420×2080	297×1471
8	-	-	-	-	297×1682
9	-	-	-	-	297×1892

Кожне креслення має рамку, яка обмежує на форматі місце для побудови зображень та нанесення різних умовних позначень. Це місце в середині рамки називають полем креслення. Лінії рамки проводять на відстані 20 мм від лівої межі формату і на відстані 5 мм від

верхньої, нижньої і правої меж. Залишена з лівого боку відстань призначена для підшивання креслень (рис 12.2).

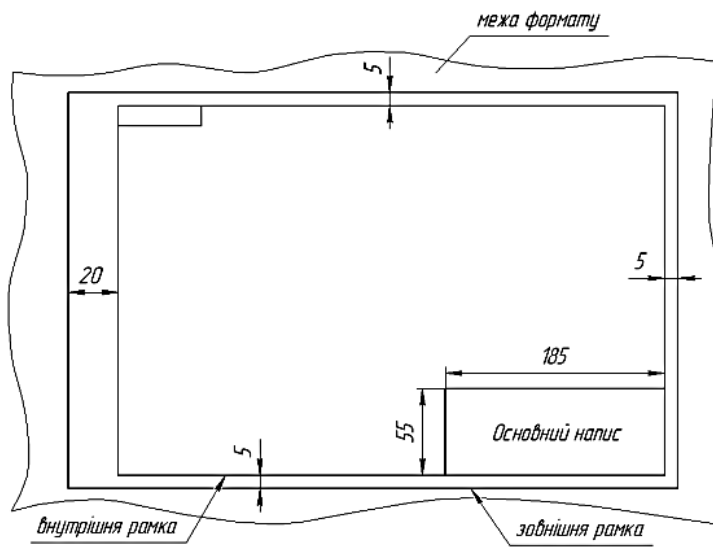


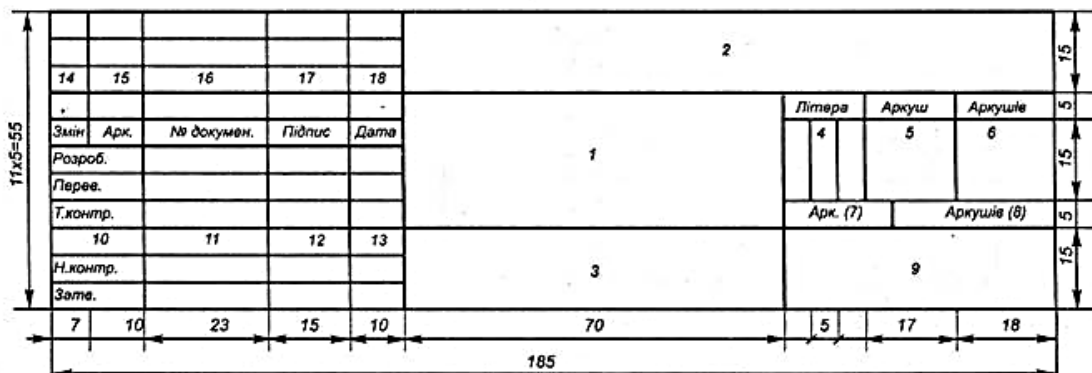
Рис. 12.2. Рамка і основний напис кресленника.

У правому нижньому куті поля креслення розміщують основний напис. До нього заносять відомості про осіб, що мають відношення до виконання креслення, назву зображеного на кресленні виробу та деякі інші дані, необхідні для кращого розуміння

креслення. Форма і зміст основного напису для креслень визначені державним стандартом. На аркушах формату А4 основний напис розміщують тільки уздовж короткої сторони. На кресленнях інших форматів основний напис розміщують уздовж довгої або уздовж короткої сторони.

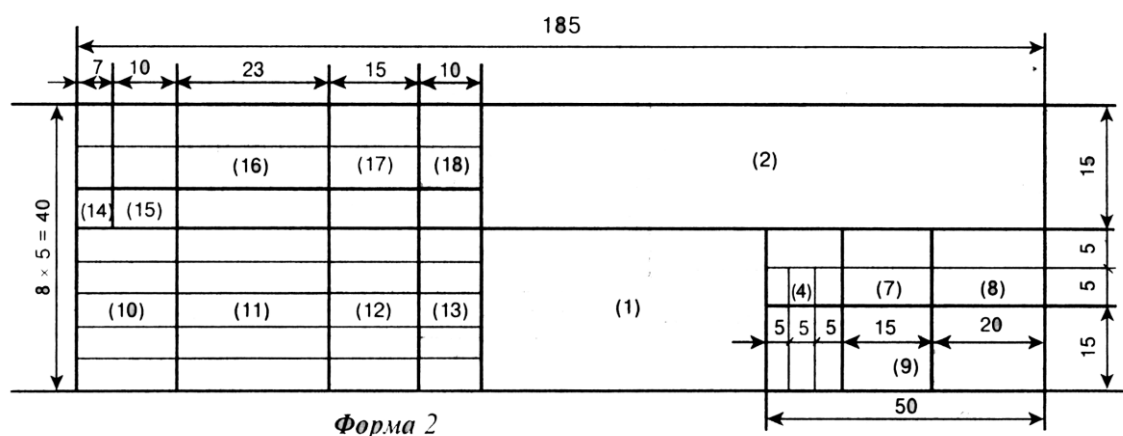
12.2. Основний напис. ГОСТ 2.104-68*

Основний напис розміщують у правому нижньому куті креслення. Стандарт установлює єдину форму основного напису. Основний напис, який відповідно до ДСТУ ГОСТ 2.104:2006 призначається для всіх типів креслень **форма 1**, за винятком будівельних, наведено на рисунку 12.3.

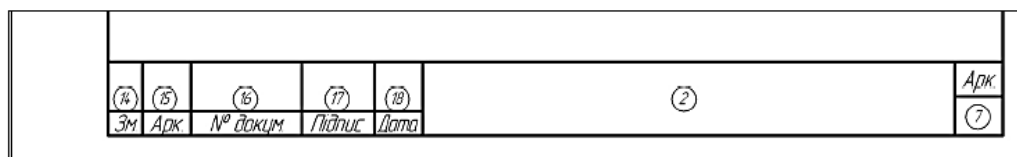


Форма 1

Для текстових конструкторських документів (перший аркуш - форма 2)



Для наступних аркушів текстових документів – форма 2а .



Форма 2а

Рис. 12.3. Основний напис.

У графах основного напису вказується:

- 1 - назва виробу;
- 2 - позначення документа відповідно до ГОСТ 2.202-80;
- 3 - позначення матеріалу деталі (графу заповнюють тільки на кресленнях деталей);
- 4 - літера, яку присвоєно документу відповідно до ГОСТ 2.103-68 (на учбових кресленнях - "У");
- 5 - маса виробу відповідно до ГОСТ 2.109-73;
- 6 - масштаб відповідно до ГОСТ 2.302-68;
- 7 - порядковий номер аркуша (на документах, що складаються з одного аркуша, графу не заповнюють);
- 8 - загальне число аркушів (графу заповнюють лише на першому аркуші);
- 9 - назва або розпізнавальний індекс підприємства, що випустило документ (графу не заповнюють, якщо розпізнавальний індекс є в позначенні документа);
- 10 - характер роботи, що виконується особами, які підписують документ;

- 11 - прізвища осіб, які підписали документ;
- 12 - підписи осіб, прізвища яких зазначені у графі 11;
- 13 - дата підписання документа;
- 14... 18 - зміни, які вносяться відповідно до вимог ГОСТ 2.503-74.

Примітка. Для графі 2 встановлюється наступна структура позначення виробу та основного конструкторського документа.

Всім конструкторським документам надають позначки, які являють собою сукупність кодів, літер і цифр, складених відповідно до системи позначання конструкторських документів.

Перші чотири знаки позначки означають код організації-виробника. Цей код може складатись як з літер, так і з літер та цифр.

Наступні шість знаків є класифікаційною характеристикою виробу – її визначають за галузевими класифікаторами. Перші два знаки характеристики вказують на належність виробу до певної галузі техніки. Цифрою «1» позначають комплекси, цифрами «2,..6» – складальні одиниці і комплекти, цифрами «7, 8, 9» – деталі.

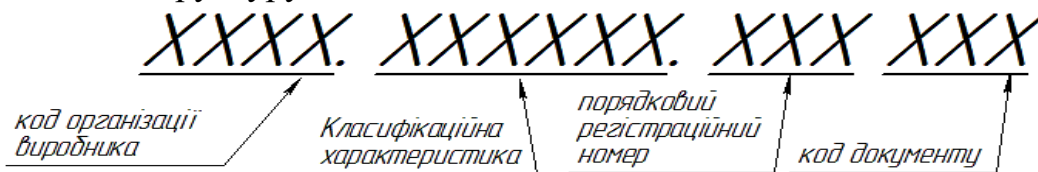
Третій блок знаків в умовному позначанні виробу – це порядковий реєстраційний номер виробу. Він проставляється підприємством –виробником.

Три останні знаки позначки вказують на код документа. Специфікації та кресленики деталей коду не мають.

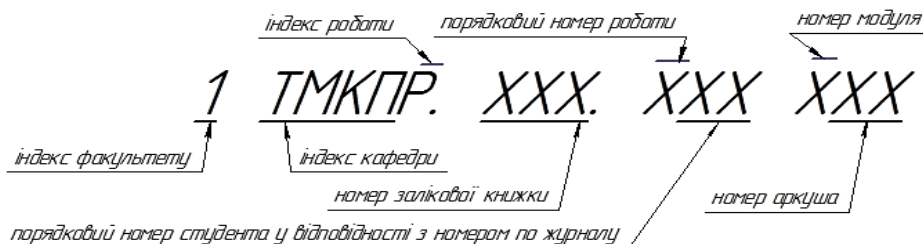
Код документа може складатися з двох чи трьох символів, наприклад:

«СБ», «ЕЗ», «ПЕЗ», «МЧ» тощо.

Його структуру встановлює ГОСТ 2.201-80:



На кафедрі “Технічна механіка та комп’ютерне проектування імені професора В.М Найдиша”, прийнята наступна структура позначення:



12.3. Масштаби. ГОСТ 2.302-68*.

Масштабом називається відношення лінійних розмірів зображення предмета на кресленні до дійсних лінійних розмірів предмета.

В залежності від розмірів зображуваного предмету, його зображення на креслениках можуть виконуватися як в натуральну величину, так і зі зменшенням або збільшенням.

Перевагу віддають зображенню предмета в натуральну величину, тобто у масштабі 1:1. При необхідності зменшення або збільшення зображення ГОСТ 2.302-68* рекомендує:

масштаби збільшення - 2:1; 2,5:1; 4:1; 5:1; 10:1; 20:1; 40:1; 50:1; 100:1;

масштаби зменшення - 1:2; 1:2,5; 1:4; 1:5; 1:10; 1:20; 1:25; 1:40; 1:50; 1:75; 1:100; 1:200; 1:400; 1:500; 1:800; 1:1000.

При проектуванні генеральних планів крупних об'єктів дозволяється застосовувати масштаби 1:2000; 1:5000; 1:10000; 1:20000; 1:25000; 1:50000.

В необхідних випадках допускається застосовувати масштаби збільшення $(100n):1$, де n - ціле число.

Масштаб на кресленнику позначається в призначеній для цього графі основного напису по типу 1:1; 1:2; 2:1 та ін., в інших випадках - по типу $(1:1)$; $(1:2)$; $(2:1)$ та ін.

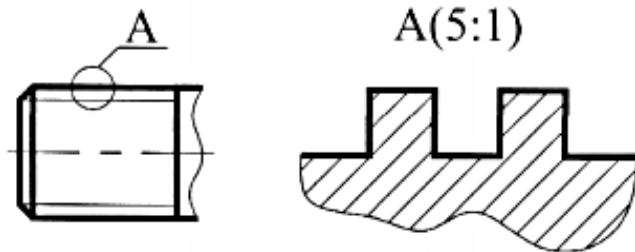


Рис. 12.4. Позначення масштабу на кресленнику.

Якщо окреме зображення виконано в масштабі, що відрізняється від масштабу всього кресленника, то масштаб позначається безпосередньо біля напису, що стосується цього зображення,

наприклад, $A(5:1)$ (рис. 12.4.), $B-B(1:2)$.

12.4. Типи ліній. ГОСТ 2.303.

ГОСТ 2.303-68* регламентує різні типи ліній, що використовуються при побудові креслеників. В табл. 12.3. наведені типи ліній, їх найменування, вигляд та розміри конструктивних елементів ліній, товщина по відношенню до суцільної товстої лінії

та основне призначення. Товщина всіх ліній на одному рисунку залежить від товщини S лінії видимого контуру, що вибирається в інтервалі $S=0,5...1,4\text{мм}$ залежно від розмірів, складності та призначення рисунку, розмірів формату. Вибрані товщини ліній повинні бути однаковими для всіх зображень на даному кресленнику.

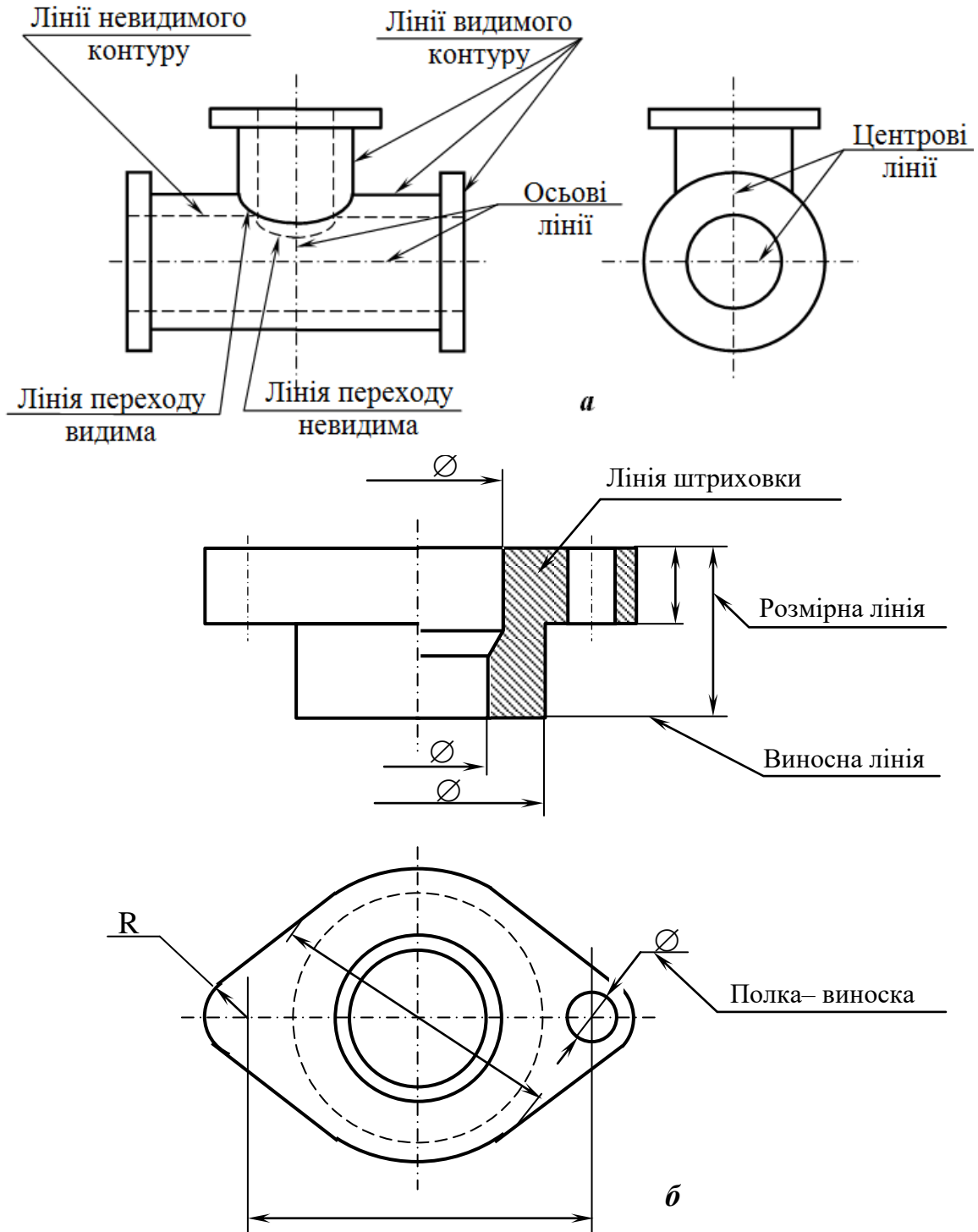


Рис.12.5. Типи ліній на кресленнику.
 а – на видах; б – на розрізах

Таблиця 12.3.

Найменування	Напис	Товщина Лінії	Основне призначення
Суцільна товста основна		S	Лінії видимого контуру. Лінії переходу (видимі). Лінії контуру перерізу (винесеного, та того, що входить до складу розрізу).
Суцільна тонка		Від S/2 до S/3	Лінії контуру накладеного перерізу. Лінії розмірні та виносні. Лінії штриховки, виноски, полички ліній -виносок. Лінії для зображення обмежувачих деталей. Лінії обмеження виносних елементів на виглядах, розрізах, перерізах. Сліди площин, Лінії побудови характерних точок.
Суцільна хвиляста		Від S/2 до S/3	Лінії обриву. Лінії розмежування вигляду та розрізу
Штрихова		Від S/2 до S/3	Лінії невидимого контуру. Лінії переходу (невидимі).
Штрих-пунктирна тонка		Від S/2 до S/3	Лінії осьові та центрові. Лінії перерізів, що с осями симетрії для накладених або винесених перерізів.
Штрих-пунктирна потовщена		Від S/2 до S2/3	Лінії, що позначають поверхні, які підлягають термообробці, або покриттю. Лінії для зображення елемента, що перед січною площиною (накладена проекція).
Розімкнена		Від S до S3/2	Лінії перерізів.
Суцільна тонка зі зломами		Від S/2 до S/3	Довгі лінії обриву
Штрих-пунктирна з двома точками		Від S/2 до S/3	Лінії згину на розгортках. Лінії для зображення проміжних виробів або їхніх частин.

Штрихи штрихових та штрихпунктирних ліній повинні мати однакову довжину. Відстані між штрихами теж повинні бути однаковими. Штрихпунктирні лінії повинні закінчуватися штрихами. Центр окружності позначають перетином штрихів. Для окружності діаметром менше **12 мм** центрові штрихпунктирні лінії замінюються суцільними тонкими лініями.

На рис.12.5 наведено приклади застосування різних типів ліній при виконанні різноманітних креслеників.

12.5. Шрифти креслярські. ГОСТ 2.304.

На кресленнях всі написи виконуються шрифтами, що регламентуються ГОСТ 2.304-81.

У стандарті даються основні розміри та конструкція букв. Висота **h** великих букв називається розміром шрифту. Установлені такі розміри шрифту: **(1.8); 2,5; 3,5; 5; 7; 10; 14; 20; 28; 40**. Використання шрифту **1.8** не рекомендується.

Для зручності вивчення форми букв та цифр шрифти виконуються на допоміжній сітці (рис.12.6). Крок **d** сітки залежить від типу шрифту та його розміру.

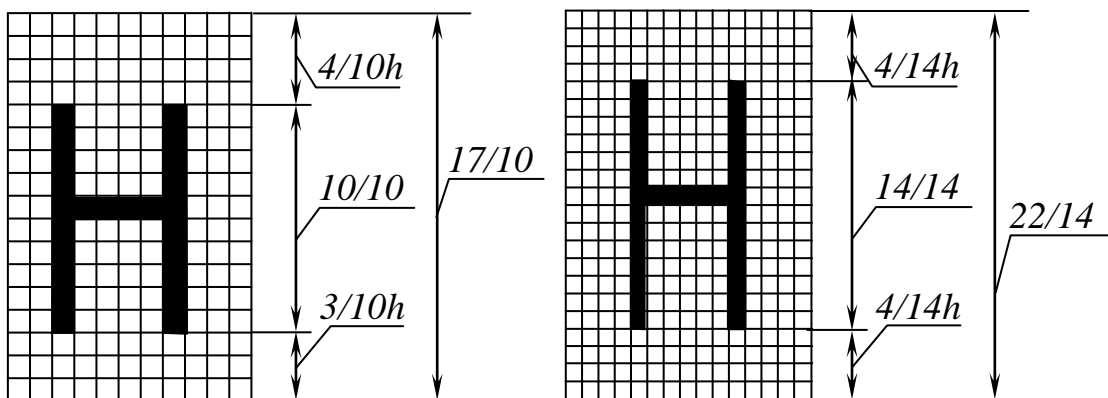


Рис.12.6. Шрифти на допоміжній сітці.

Установлені наступні типи шрифту:

– тип **A** без нахилу з товщиною **d** лінії шрифту, що дорівнює **1/14** висоти **h** великих букв з основними параметрами, приведені в табл. 12.4, конструкція букв показана на рис.12.6;

– тип **A** з нахилом букв та цифр приблизно 75° ($d=1/14 h$) з основними параметрами, що також наведені в табл. 12.4, (див. рис.12.7);

- тип Б без нахилу з товщиною лінії $d=1/10h$ з основними параметрами, що наведені в табл. 12.5;
- тип Б з нахилом з товщиною лінії $d=1/10 h$ з основними параметрами, наведеними також в табл. 5.

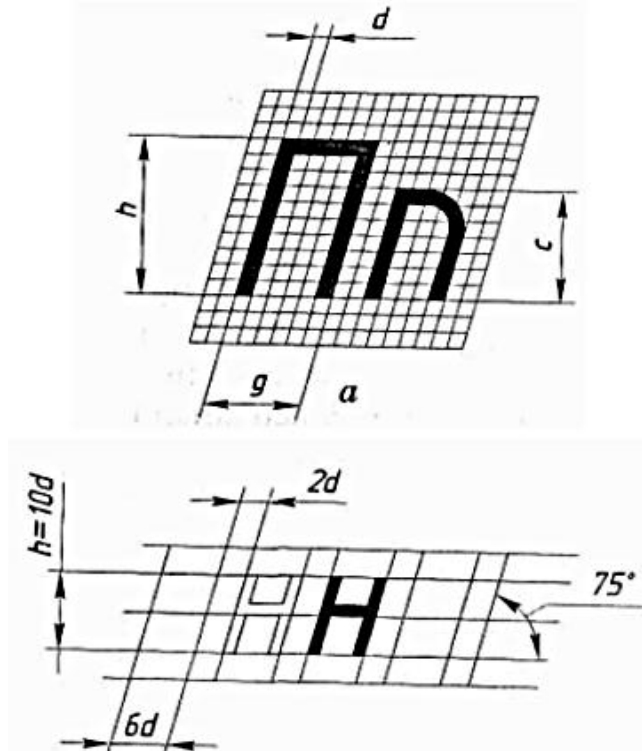


Рис.12.7. Шрифти з нахилом.

В табл. 4 та 5 наведені основні розміри. При написанні слів зустрічаються винятки. Якщо сусідні лінії букв розміщені так, що при дотриманні стандартної відстані між ними складається візуальне враження розриву між буквами в слові (наприклад, *ГД, РЛ* та ін.), допускається цю відстань зменшити вдвоє, тобто взяти таку, що дорівнює d .

Таблиця 12.4.

Параметр шрифту	Позначення	Відносний розмір	Розмір, мм							
			2,5	3,5	5,0	7,0	10,0	14,0	20,0	
Висота великих букв	h	$(14 \times 14)h$	$14d$	2,5	3,5	5,0	7,0	10,0	14,0	20,0
Висота малих букв	c	$(10 \times 14)h$	$10d$	1,8	2,5	3,5	5,0	7,0	10,0	14,0
Відстані між буквами	a	$(2 \times 14)h$	$2d$	0,35	0,5	0,7	1,0	1,4	2,0	2,8
Мінімальний крок рядків (висота допоміжної сітки)	b	$(22 \times 14)h$	$22d$	3,5	4,0	8,0	11,0	16,0	22,0	31,0
Мінімальна відстань між словами	e	$(6 \times 14)h$	$6d$	1,1	1,5	2,1	3,0	4,2	6,0	8,4
Товщина лінії шрифту	d	$(1 \times 14)h$	d	0,18	0,25	0,35	0,5	0,7	1,0	1,4

Таблиця 12.5.

Параметр шрифту	Позначення	Відносний розмір	Розмір, мм									
			1,8	2,5	3,5	5,0	7,0	10,0	14,0	20,0		
Висота великих букв	<i>h</i>	$(10 \times 10)h$	$10d$	1,8	2,5	3,5	5,0	7,0	10,0	14,0	20,0	
Висота малих букв	<i>c</i>	$(7 \times 10)h$	$7d$	1,3	1,8	2,5	3,5	5,0	7,0	10,0	14,0	
Відстані між буквами	<i>a</i>	$(2 \times 10)h$	$2d$	0,35	0,5	0,7	1,0	1,4	2,0	2,8	4,0	
Мінімальний крок рядків (висота допоміжної сітки)	<i>b</i>	$(17 \times 10)h$	$17d$	3,1	4,3	6,0	8,5	12,0	17,0	24,0	34,0	
Мінімальна відстань між словами	<i>e</i>	$(6 \times 10)h$	$6d$	1,1	1,5	2,1	3,0	4,2	6,0	8,4	12,0	
Товщина лінії шрифту	<i>d</i>	$(1 \times 10)h$	d	0,18	0,25	0,35	0,5	0,7	1,0	1,4	2,0	

При написанні одного і того ж тексту на рисунку товщина ліній букв та цифр повинна бути однаковою.

Щоб набути навички швидкого та правильного написання букв та цифр слід починати вивчення їх конструкції та тренуватися в написанні за допомогою сітки. При цьому букви доцільно розподілити на 5 конструктивних груп.

Перша група великих букв містить горизонтальні та вертикальні (похилі під кутом 75^0) прямолінійні елементи (**Г, Н, П, Т, Ц, Ш, Щ**).

Друга група букв складається з прямолінійних елементів, що нахилені під різними кутами до горизонтального напрямку (**А, Д, Ж, Й, К, М, Х**).

Третя група букв складається з прямолінійних елементів, що доповнюються невеликими закругленнями.

Четверта група букв утворена із основної букви **Р** при різних їх поворотах та доповненнях окремими елементами.

П'ята група утворена на основі букви **О**.

Перша група малих букв містить тільки прямолінійні елементи.

Друга група складається з прямолінійних часток та закруглень по типу букви **b** або **Ч**.

Третя група складається з букв, що містять букву **О** або її елементи.

Четверта група містить прямолінійні елементи, з'єднані невеликими закругленнями.

П'ята група букв складається виключно з криволінійних елементів.

Товщину ліній шрифту визначають залежно від висоти шрифту. Вона дорівнює $0,1h$ і позначається d . Ширина більшості великих літер має дорівнювати $0,6h$. Ширина літер **А, Д, Ж, М, Ф, Х, Ш, Щ**,

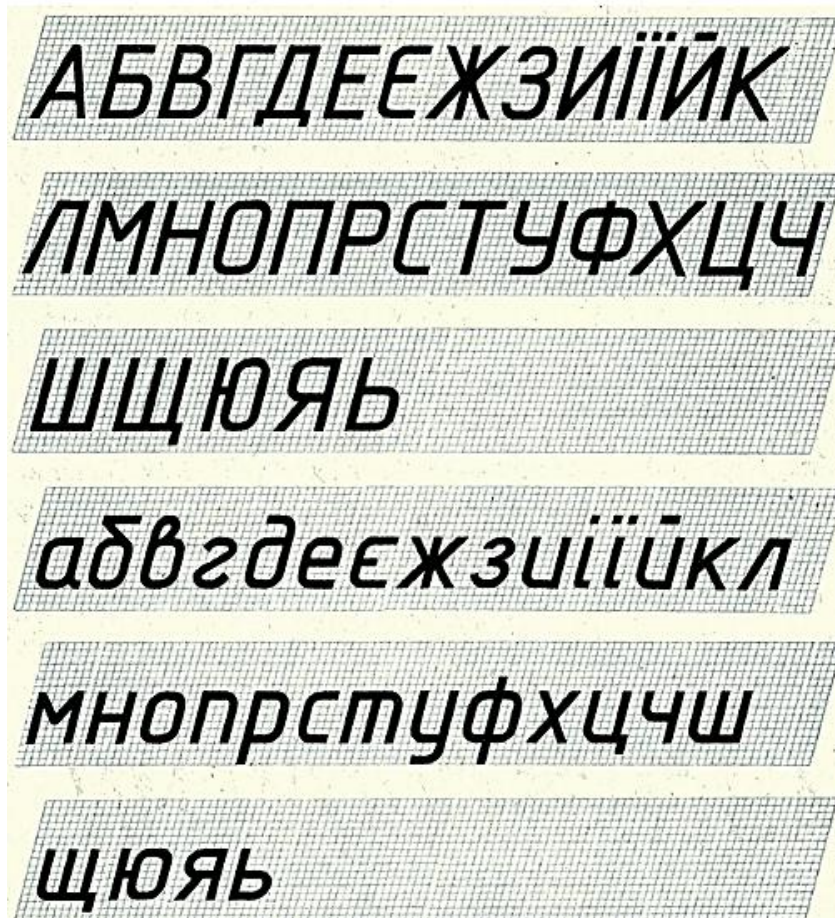
Ю $0,8h$, (включаючи нижні і верхні елементи), а ширина літер *Г, С, З* — $0,5h$. Ширина більшості малих літер дорівнює $0,5h$. Ширина літер *а, м, ц, ь* дорівнює $0,6h$, літер *ж, т, ф, ш, щ, ю* — $0,7h$, *з* та *с* — $0,4h$. Частина літер, які виступають з рядка (зверху або знизу), виконуються за рахунок відстаней між рядками. Висота всіх цифр дорівнює висоті великих літер h . Ширина цифр дорівнює $h/2$ (за винятком цифр *1* ($0,3h$) і *4* ($0,5h$)).

Відстань між літерами і цифрами в словах $0,2h$, між словами і числами — $0,6h$. Відстань між нижніми лініями рядків — $1,7h$.

Приклад написання цифр.



Приклад написання літер української абетки.



Приклад написання літер англійської абетки.



12.6. Геометричні побудови в кресленику.

12.6.1. Загальні положення.

Під геометричними побудовами розуміють елементарні побудови на площині, засновані на основних положеннях геометрії. До них відносяться: проведення взаємно перпендикулярних і паралельних прямих, поділ відрізків, кутів та ін. Геометричні побудови виконують циркулем і лінійкою (рейсшиною) або лінійкою і косинцем. Знання геометричних побудов дозволяє правильно накреслити контур будь-якого виробу. Виконання геометричних побудов дає можливість оволодіти правильними прийомами роботи креслярськими інструментами. Таким чином, геометричні побудови є основою для виконання креслення. Знання їх значно прискорює виконання креслення, так як дозволяє в кожному випадку вибрати найбільш раціональні прийоми побудов.

Графічні побудови завжди неточні, але ступінь неточності може бути різною, побудова буде більш точно, якщо вона містить мало операцій (під операцією розуміють проведення прямої лінії, креслення дуги, відкладання відрізка і т. п.). Тому при вирішенні задачі на побудову дуже важливо вибрати найбільш короткий шлях.

Точність геометричних побудов багато в чому залежить від акуратності й уваги працюючого. При цьому необхідно мати на увазі наступне:

1. Проведені лінії повинні бути тонкими і креслити їх потрібно твердим олівцем.

2. Точку на кресленні слід задавати як точку перетину двох ліній: двох прямих, двох дуг або прямої і дуги. У всіх випадках потрібно прагнути до того, щоб кут між цими лініями був прямим або наближався до нього.

3. Проводячи пряму через дві точки, бажано брати їх подалі одна від одної, так як при зближенні точок збільшується можливість відхилення прямої від її істинного напрямку.

12.6.2. Побудова уклону і конусності.

Уклон – величина, яка характеризує нахил однієї лінії відносно іншої, називається уклоном. Для визначення уклону прямої, нахиленої до горизонтальної прямої OA під кутом α (рис. 12.8), на цій прямій виберемо довільну точку і з неї опустимо перпендикуляр на OA .

Відношення $AB/AO = b/a = S = tg\alpha$ показує уклон прямої OB до OA . Для побудови заданого уклону, наприклад $1:3$, на горизонтальній прямій відкладемо три однакові відрізки довільної довжини (рис. 12.9). Потім з кінця A горизонтального відрізка встановимо перпендикуляр AB завдовжки в один відрізок. З'єднавши точки O і B , одержимо лінію, побудовану з уклоном $1:3$.

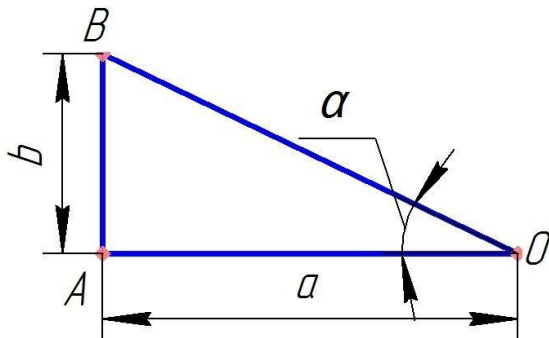


Рис.12.8.

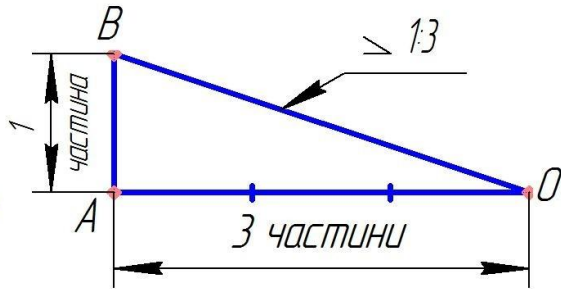


Рис.12.9.

Значення уклону записують на поличці лінії – виноска, розміщеної паралельно напрямку, за яким визначають уклон. Перед розмірним числом, яким позначено уклон наносять знак (див. рис.12.9) (гострий кут, спрямований у бік уклону).

Побудову уклонів застосовують при кресленні багатьох деталей, зокрема, при виконанні креслень профілів сталевих балок.

На рис. 12.10 показано побудову верхньої частини (полички) швелера за заданими розмірами, де ширина полички – 70 мм, її

уклон – $1:10$, товщина стінки швелера – 9 мм. На рис. 12.11 наведено креслення профілю залізничної рейки, нижня частина контуру рейкової головки та опорна поличка мають похил $1:3$.

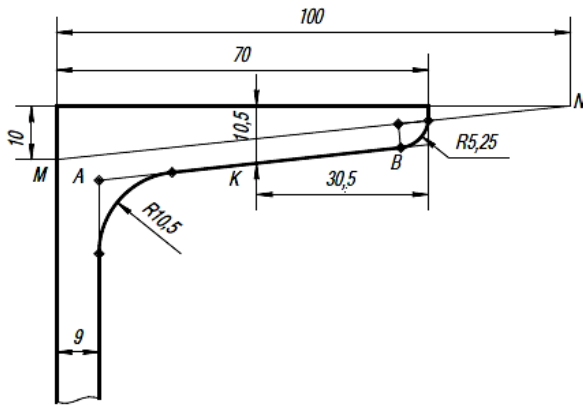


Рис.12.10.

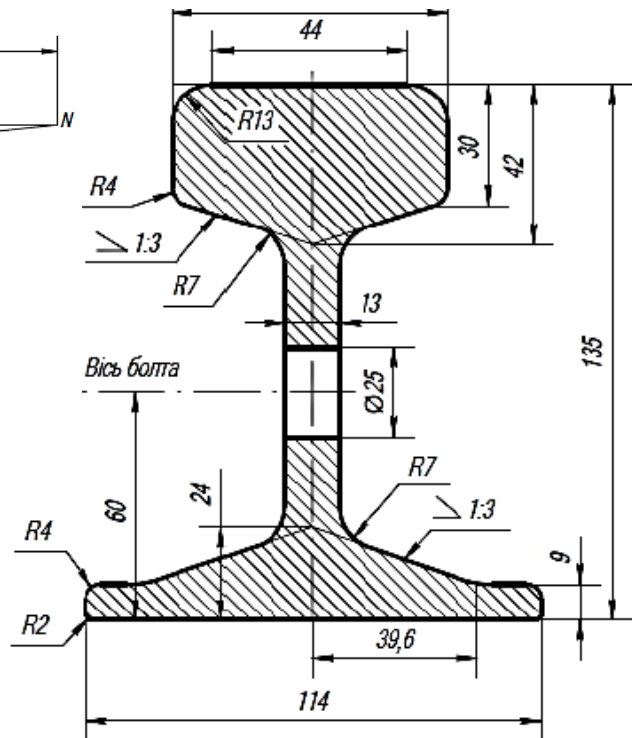


Рис.12.11.

Конусність. Цей параметр являє собою відношення діаметра окружності основи прямого конуса до його висоти (рис. 12.12), тобто $C = D / H$, а

для зрізаного конуса – відношення різниці між діаметрами окружностей основ до висоти (відстані між центрами цих основ): $C = (D - d) / h$. Конусність, як і уклон, виражається простим та десятковим дробом, або в процентах. Числові значення конусності записують на

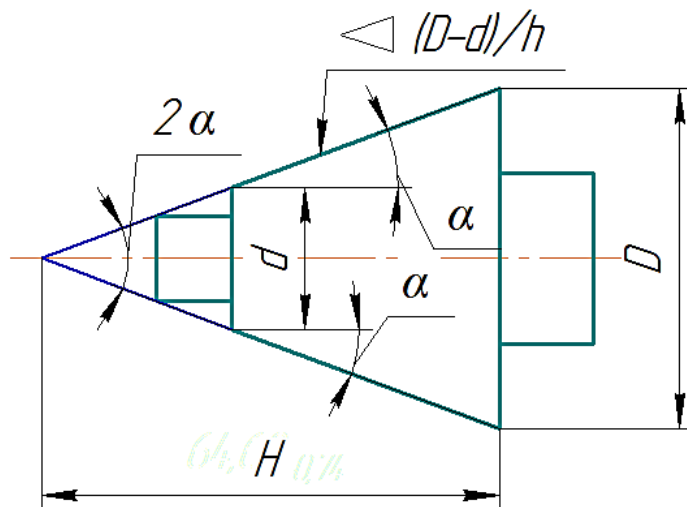


Рис.12.12.

поличці лінії – виноски, розміщеної паралельно осі конуса, або на осі (див. рис. 12.12).

Перед розмірним числом ставиться знак конусності $>$ –

рівнобедрений трикутник, вершина якого спрямована в бік вершини конуса. На рис. 12.13 показано один з можливих

варіантів нанесення розмірів форми та положення зовнішнього конуса деталі.

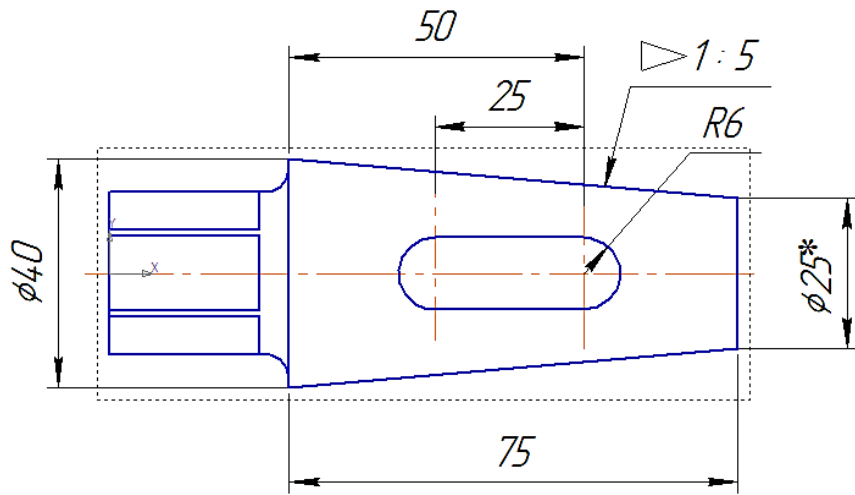


Рис.12.13.

12.6.3. Поділ окружності на рівні частини, побудова правильних вписаних багатокутників.

У загальному випадку, щоб поділити коло на однакові

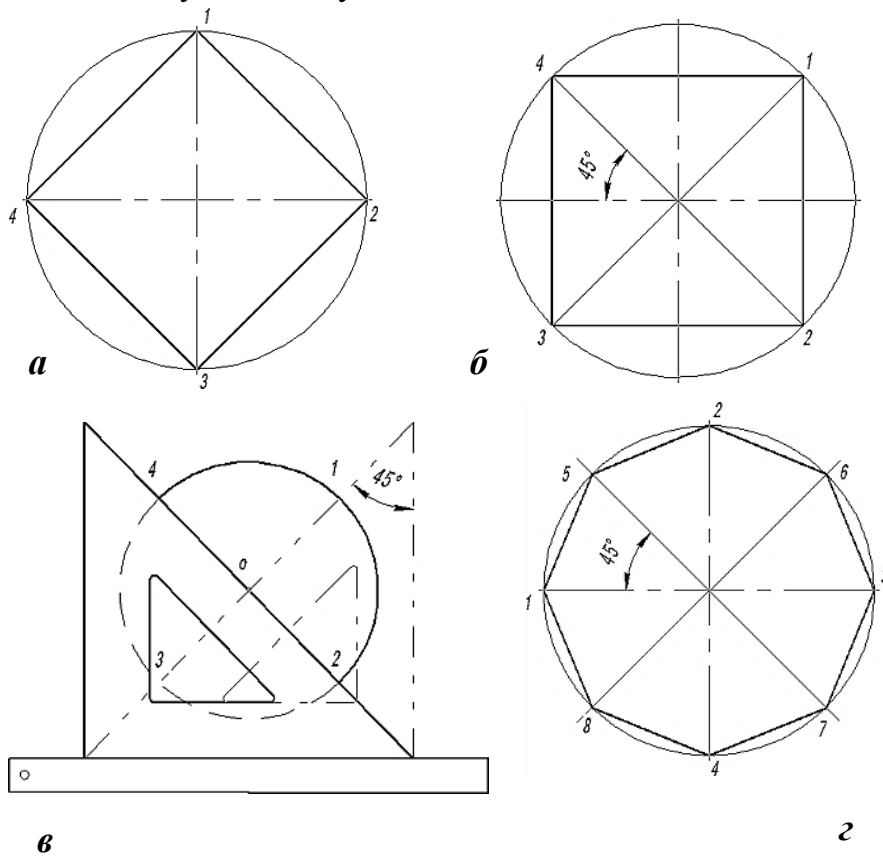


Рис. 12.14.

частини, визначають кут сектора за формулою $\alpha = 360^\circ/n$, де n – кількість частин, на які ділять окружність.

Поділ кола на чотири і вісім частин. Щоб побудувати квадрат, який вписаний в окружність, тобто правильний чотирикутник, окружність ділять взаємно перпендикулярними діаметрами на чотири рівних частини (рис. 12.14 а).

На рис. 12.14 в. показано, як ділиться окружність на чотири рівні частини двома косинцями з кутами 45° . У даному разі вписаний квадрат матиме вигляд, зображений на рис. 12.14 б.

На основі цих способів поділу на чотири рівні частини коло можна поділити на вісім рівних частин і вписати в нього правильний восьмикутник (рис. 12.14 з).

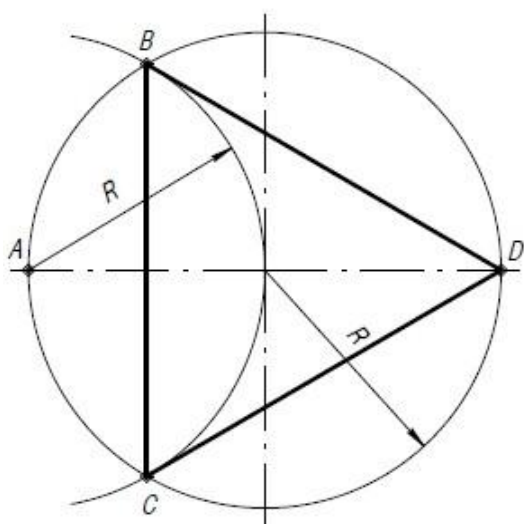


Рис. 12.15.

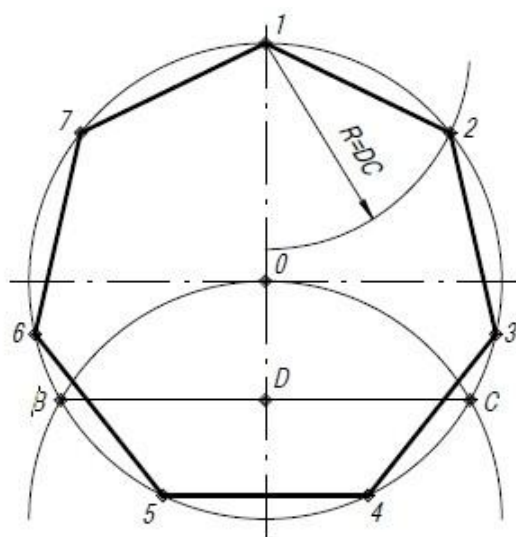


Рис. 12.16.

Поділ окружності на три і сім однакових частин. Щоб поділити окружність на три однакові частини і вписати в нього правильний трикутник, з точки перетину центральної лінії з окружністю, наприклад з точки A (рис. 12.15), як із центра, проводимо додаткову дугу радіусом, який дорівнює радіусу R даного кола. Одержуємо точки B і C . Точками B , C , D окружність поділено на три однакові частини.

Щоб побудувати правильний вписаний семикутник, можна вважати, що сторона правильного семикутника дорівнює половині сторони правильного трикутника.

Для побудови спочатку графічно визначаємо довжину сторони правильного трикутника (рис. 12.16), застосувавши описаний вище спосіб. Тоді $BC - DC$ дорівнює стороні правильного вписаного семикутника. З будь-якої довільної точки на окружності (наприклад 1)

послідовно засічками ($R = DC$) відкладаємо розмір сторони семикутника. З'єднавши одержані точки $1, 2 \dots, 7$, будуємо правильний вписаний семикутник.

Поділ окружності на шість і дванадцять однакових частин.

Щоб розділити окружність на шість рівних частин з двох протилежних точок перетину центральної лінії з окружністю A і B (рис. 12.17) опишемо дві дуги радіусом, що дорівнює радіусу заданої окружності.

Одержимо точки $2, 6, 3, 5$. Разом з точками A і B вони ділять окружність на шість рівних частин. З'єднавши прямими лініями точки $1 \dots 6$, матимемо правильний вписаний шестикутник.

Побудову дванадцятикутника здійснюємо за допомогою циркуля аналогічно побудові шестикутника. Для цього з точок A, B, C, D , – кінців взаємно перпендикулярних діаметрів окружності (рис. 12.18) як із центрів проведемо дуги тим же радіусом, що і у окружності. Одержані точки перетину дуг з окружністю і будуть вершинами правильного дванадцятикутника.

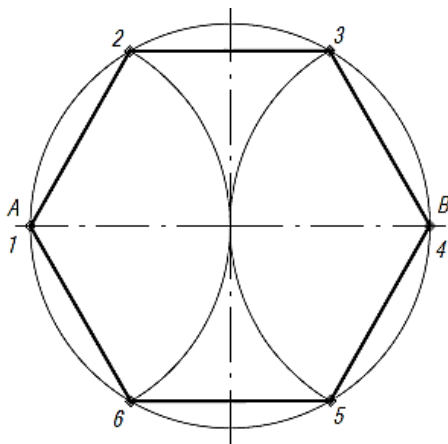


Рис. 12.17.

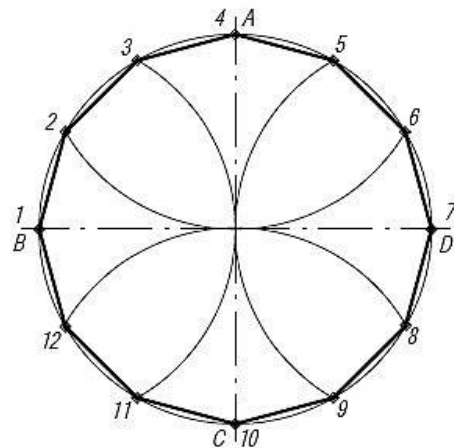


Рис. 12.18.

Поділ окружності на п'ять однакових частин (рис. 12.19).

Горизонтальний радіус окружності поділимо точкою E на дві рівні частини, після чого з точки E , як із центра опишемо дугу радіусом EA до перетину з діаметром BD в точці F . Відрізок AF дорівнює стороні правильного п'ятикутника. Відклавши AF , як хорду, вздовж окружності, отримаємо точки $1 \dots 5$, які є вершинами правильного п'ятикутника. Відрізок OF дорівнює стороні десятикутника та ділить коло на десять рівних частин (рис. 12.20).

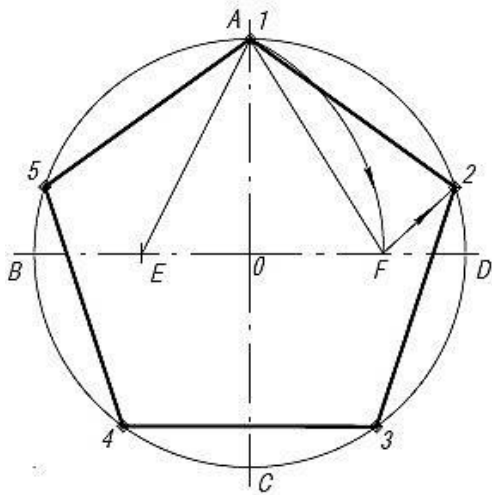


Рис. 12.19.

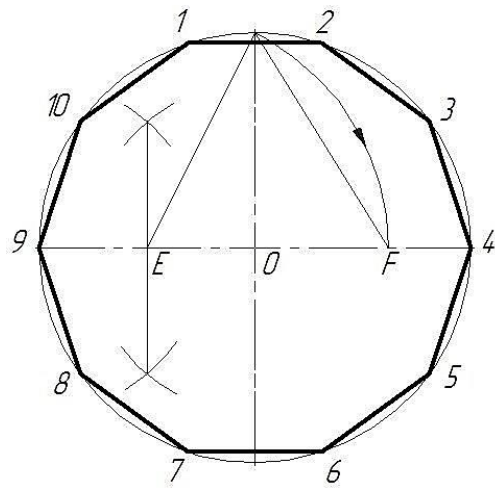


Рис. 12.20.

12.6.4. Спряження.

Спряженням прийнято називати плавний перехід між двома лініями (між прямою лінією і дугою або між двома дугами). Точка, в якій відбувається плавний перехід, називається точкою спряження.

В графічних побудовах, особливо при зображенні креслень литих деталей, виникає потреба у виконанні плавних переходів:

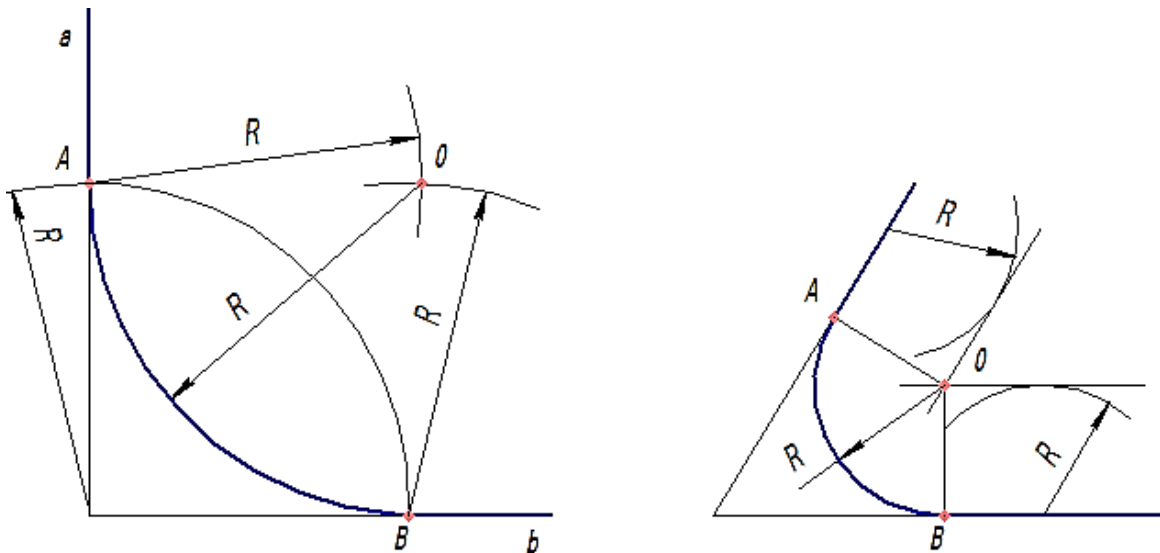


Рис. 12.21

а) від однієї прямої лінії до іншої.

Спряження двох прямих, які є сторонами прямого, гострого або тупого кутів, дугою радіуса R . Побудова зводиться до проведення дуги окружності дотичної до обох даних прямих (рис. 12.21 а, б, в). Щоб визначити центр цієї дуги проводять допоміжні прямі, паралельні даним, на відстані радіуса R . Точка перетину цих прямих і буде центром O дуги спряження. Перпендикуляри, опущені з центра O на дані прямі, визначають точки спряження A і B , що обмежують дугу спряження

На рис. 12.22 наведено технічні деталі, де мають місце розглянуті типи спряжень.

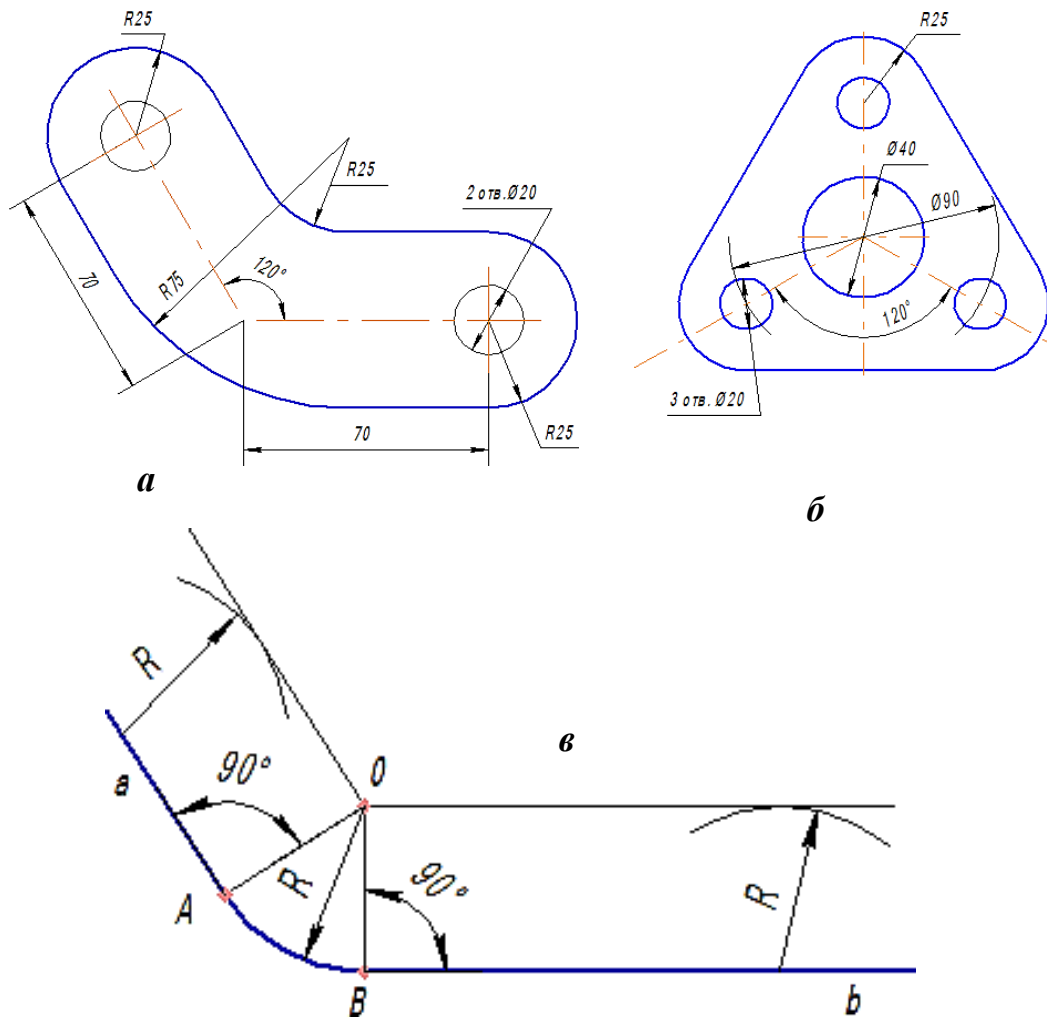


Рис. 12.22

б) між прямою і окружністю.

Будують два типи спряження прямої з окружністю – внутрішнє і зовнішнє (рис. 12.23).

При зовнішньому спряженні (рис. 12.23 а) на відстані, що дорівнює радіусу R дуги спряження, з центра O_1 проведемо допоміжну дугу радіусом $R_1 + R$, до перетину з прямою, проведеною паралельно прямій на відстані R . Одержимо точку O_2 – центр спряження. З'єднавши центри O_1 та O_2 в перетині з заданою окружністю матимемо одну з точок спряження A . Опустимо перпендикуляр з центра спряження O_2 на пряму й одержимо другу точку спряження B . З центра O_2 проведемо дугу спряження радіусом R . При внутрішньому спряженні (рис. 12.23 б) виконують ті самі побудови з тією лише відмінністю, що допоміжну дугу проводять радіусом $R_1 - R_2$.

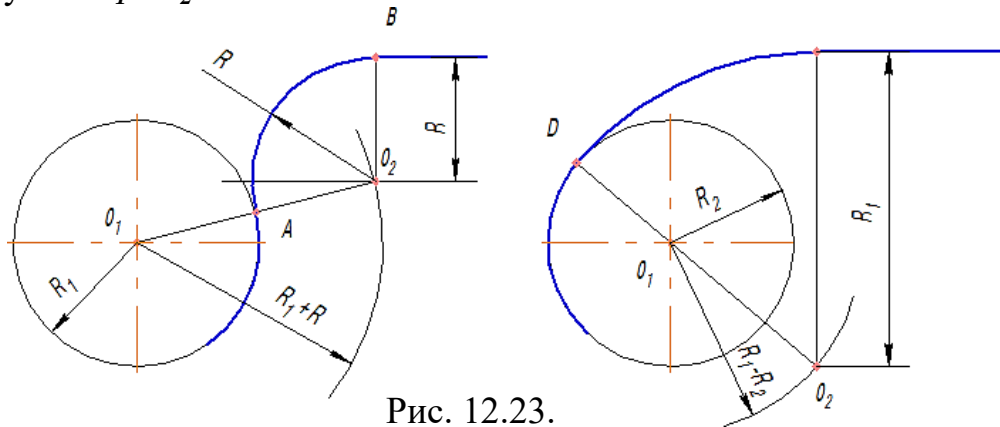


Рис. 12.23.

На рис. 12.24 зображено сергу, контур якої має зовнішнє спряження окружності ($R = 9 \text{ мм}$) з прямою за допомогою дуги ($R = 11 \text{ мм}$) та внутрішнє спряження горизонтальної лінії з окружністю

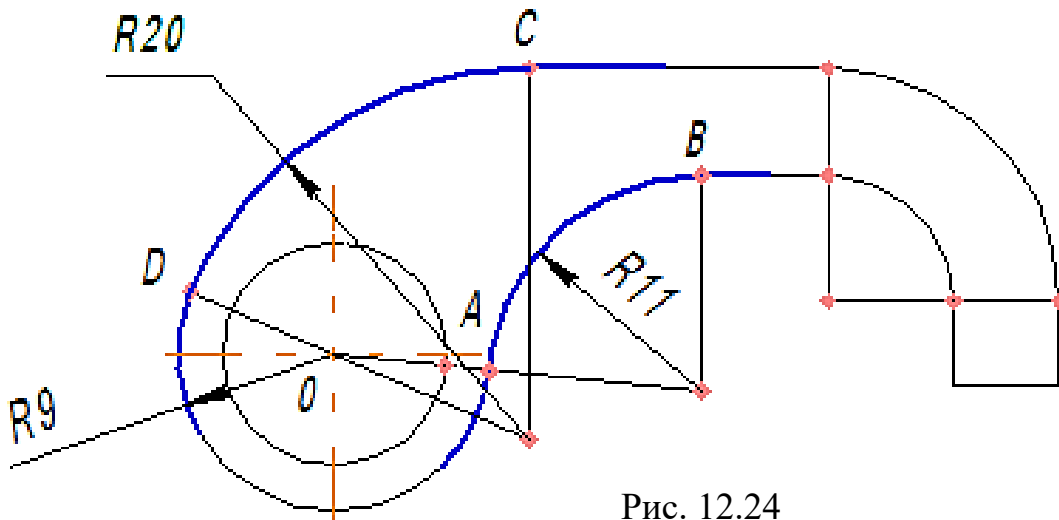


Рис. 12.24

діаметра 18 мм дугою радіуса $R = 20 \text{ мм}$.

в) між двома окружностями.

У графічних побудовах розрізняють три типи спряження двох кіл: зовнішнє, внутрішнє і змішане (рис. 12.25).

При зовнішньому спряженні двох окружностей (рис. 12.25 *а*) центр O лежить у точці перетину допоміжних дуг радіусів $R_1 + R$ і $R_2 + R$, які проведені з центрів O_1 і O_2 . Точки спряження A і B визначаємо, як точки перетину заданих дуг з прямими OO_1 і OO_2 .

На рис. 12.25 *б* зображено внутрішнє спряження дуг радіусів R_1 і R_2 за допомогою дуги радіуса R . З центрів O_1 і O_2 проведемо дві допоміжні дуги радіусами $R - R_1$ і $R - R_2$, які в перетині дають центр спряження O . Прямі OO_1 і OO_2 , перетинаючи задані дуги, дають точки спряження A і B .

При змішаному спряженні (рис. 12.25 *в*) центр спряження знаходимо, як точку перетину двох допоміжних дуг радіусів $R + R_1$ і $R - R_2$, проведених відповідно з центрів заданих дуг O_1 і O_2 . Точки спряження A і B визначаємо так, як і в попередніх випадках.

На рис 12.25 *г, д, е* зображено побудову конкретних деталей (важіль, прокладка, гак), що мають спряження.

г) побудова прямої, що є дотичною до окружності. Пряма, дотична до окружності, складає кут 90° з радіусом, проведеним в точку дотику. Таким чином, для побудови прямої, що дотична до окружності в заданій точці K , треба провести шукану пряму перпендикулярно до радіуса OK (рис. 12.26).

Для проведення дотичної до окружності, паралельної даній прямій MN треба з центру O опустити перпендикуляр OD на пряму MN ; перетин його з окружністю визначить точку дотику K .

д) проведення окружності, дотичного до даної прямої. Геометричним місцем центрів окружностей, дотичних до даної прямої, є пряма, паралельна даній прямій, що відстоїть від неї на величину радіуса окружності. Будь-яка точка цієї прямої може розглядатися як шуканий центр дотичної окружності. Для знаходження точки дотику досить з наміченого центру опустити перпендикуляр на пряму (рис. 12.27).

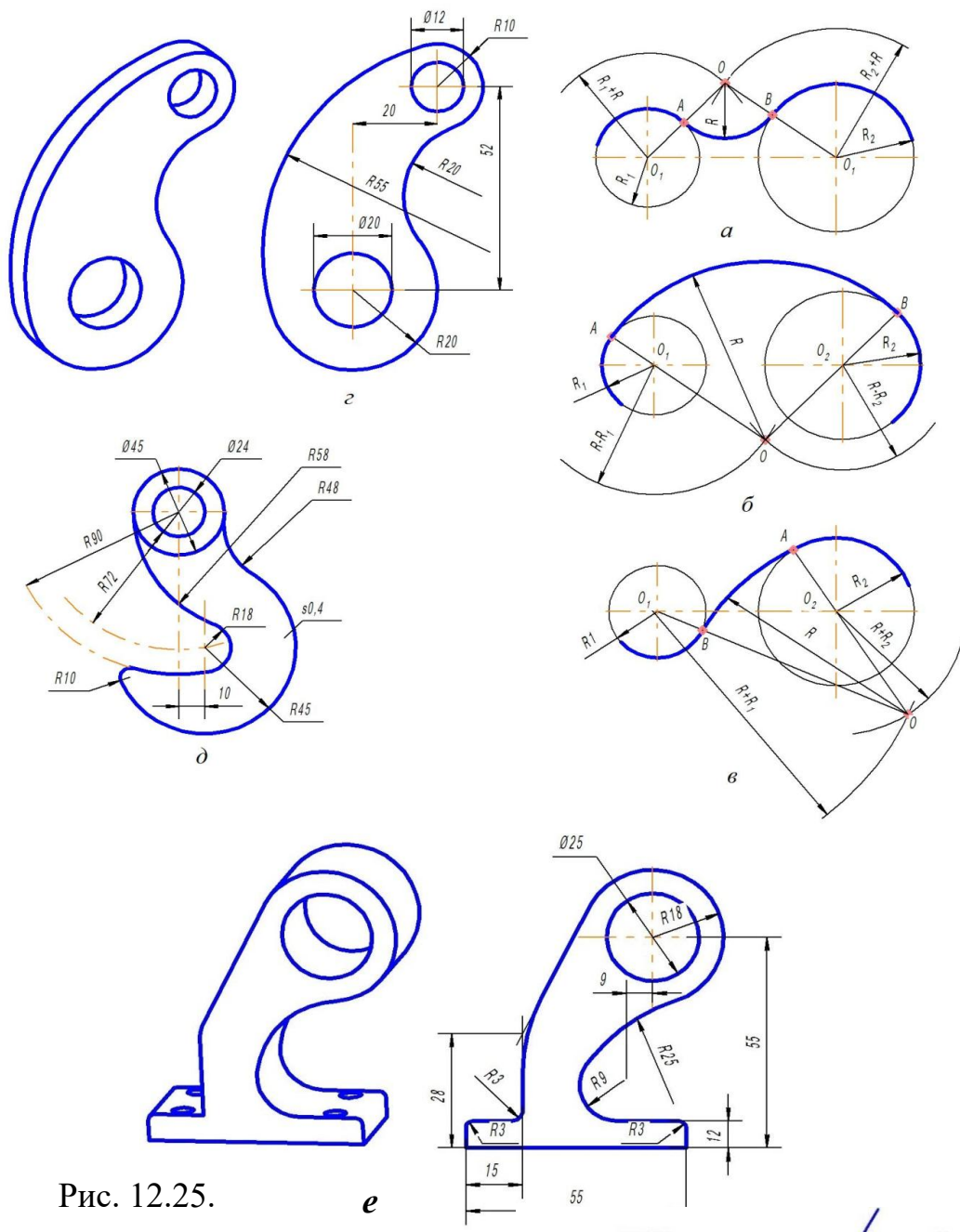


Рис. 12.25.

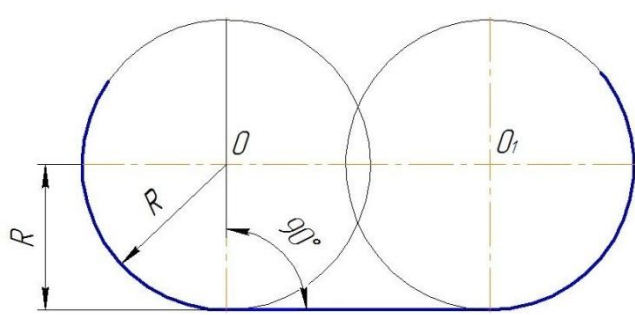


Рис. 12.26. Побудова прямої, дотичної до окружності.

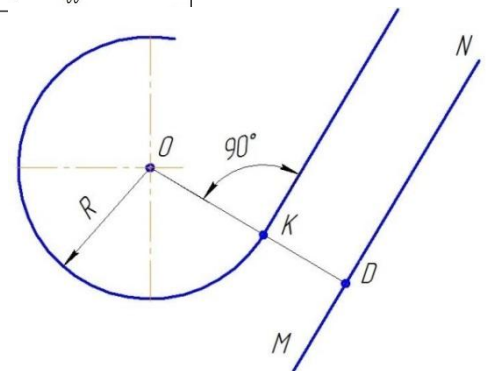


Рис. 12.27 Побудова окружності, дотичної до прямої.

е) дотик двох окружностей. При зовнішньому торканні окружностей відстань між їх центрами дорівнює сумі радіусів окружностей і точка дотику лежить на прямій, що сполучає їх центри. Якщо радіуси окружностей R і R_1 і центри O і O_1 , то $OO_1 = R + R_1$, (рис. 12.28).

Якщо дана окружність радіуса R з центром O і до нього потрібно провести дотичну окружність радіусом R_1 , то з центру O даної окружності проводять дугу допоміжної окружності радіусом $R + R_1$. Будь-яка точка цієї дуги може бути прийнята за центр шуканої окружності радіусом R_1 . Якщо точка дотику K задана, то, провівши пряму OK до перетину з дугою допоміжного кола, знаходять центр шуканої окружності O_1 .

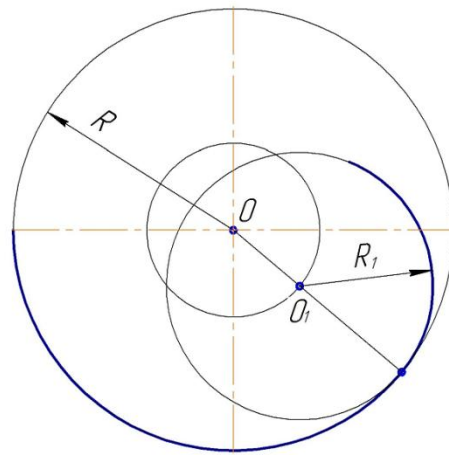
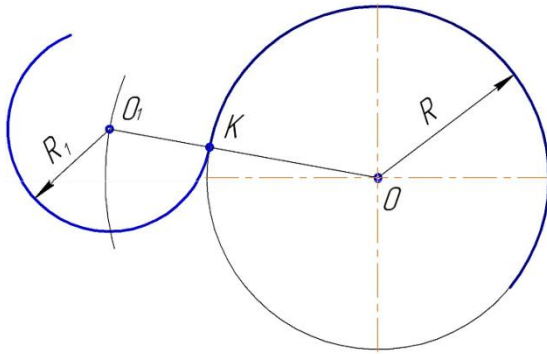


Рис. 12.28 Зовнішній дотик двох окружностей,

Рис. 12.29 Внутрішній дотик двох окружностей.

При внутрішньому дотику окружностей відстань між їх центрами OO_1 дорівнює різниці їх радіусів, тобто $OO_1 = R - R_1$ (рис. 12.29). В цьому випадку допоміжна окружність проводиться радіусом $R - R_1$; точка дотику окружностей K лежатиме на продовженні прямої OO_1 .

Спряження окружності і прямої за умови, що дуга спряження повинна проходити через точку A на прямій (рис. 12.30).

З цієї точки A на прямій LM проводимо перпендикуляр до прямої LM ; на його продовженні відкладається відрізок AB , що дорівнює радіусу R окружності ($AB = R$).

Отримана таким чином точка B з'єднується з центром окружності O_1 , з точки A проводиться пряма AK , паралельна лінії BO_1 ; перетин її з окружністю визначить точку дотику K шуканої дуги сполучення з колом. Залишається продовжити відрізки O_1K і AB до їх перетину, щоб знайти центр O_2 дуги спряження, а отже, і її радіус.

Якщо перетин прямих O_1K і AB виходить під дуже гострим кутом, то центр O_2 можна знайти перетином будь-якої з них з перпендикуляром, проведеним через середину лінії O_1B (так як трикутник O_2BO_1 - рівнобедрений).

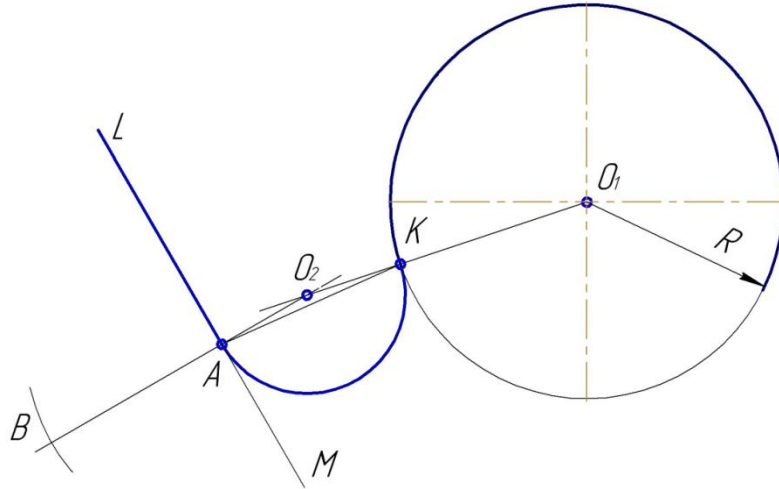


Рис. 12.30. Спряження окружності і прямої в заданій точці A на прямій.

Спряження окружності і прямої за умови, що дуга спряження повинна проходити через задану точку A на окружності (рис. 12.31 і 12.32). Через точку A на окружності проводиться до останньої дотична пряма AB ; кут, утворений цією дотичною прямою і прямою LM , ділиться навпіл. Перетин бісектриси кута ABM з продовженням радіуса OA визначає центр O_1 і радіус O_1A шуканої дуги спряження. Точкою спряження є точка K .

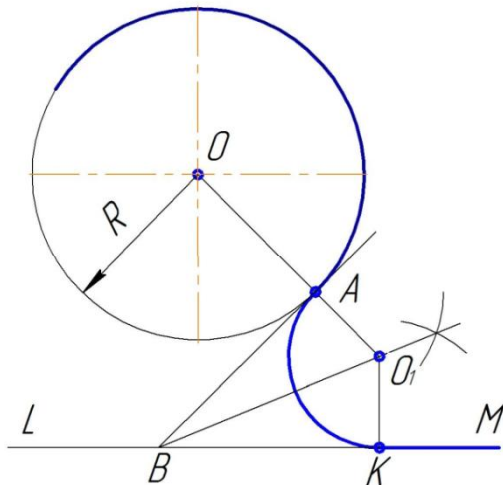


Рис. 12.31. Спряження окружності і прямої в точці A на колі (зовнішнє торкання).

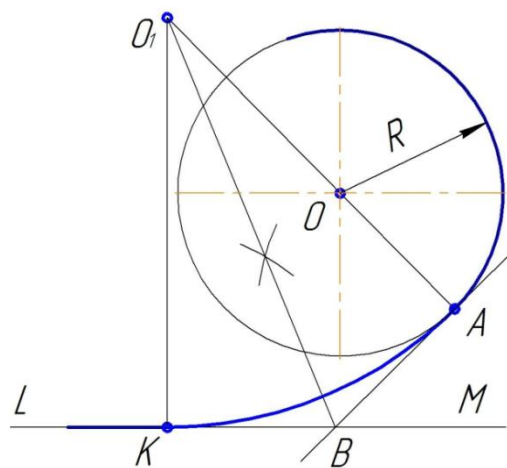


Рис. 12.32. Спряження окружності і прямої в точці A на колі (внутрішнє торкання).

Спряження двох неконцентричних дуг окружностей дугою заданого радіуса (рис. 12.33).

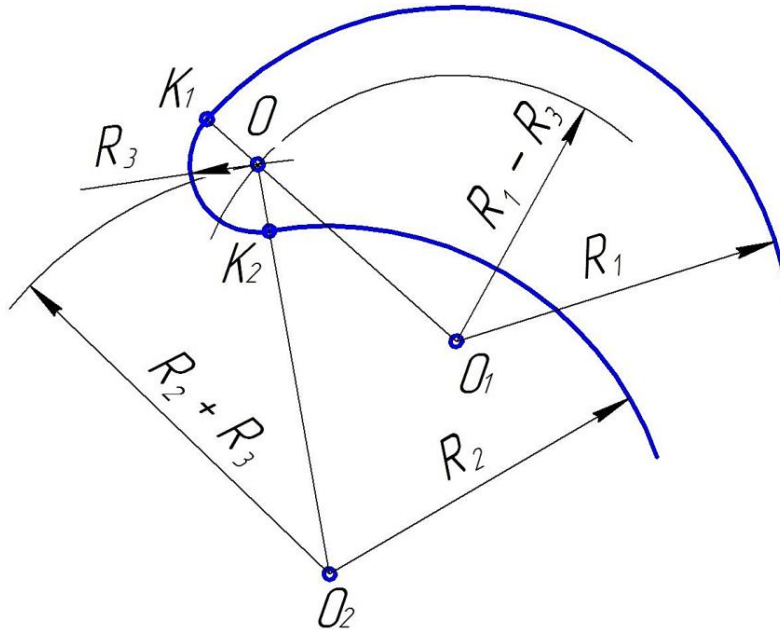


Рис. 12.33. Спряження двох неконцентричних дуг окружностей дугою заданого радіуса.

Дано дві дуги, описані з центрів O_1 і O_2 радіусами R_1 , і R_2 . Для спряження їх дугою заданого радіуса R_3 проводять з тих же центрів дві допоміжні дуги радіусами $R_1 - R_3$ і $R_2 + R_3$. Перетин цих дуг визначає шуканий центр O . Точки дотику K_1 і K_2 знаходяться на лініях центрів OO_2 і O_1O .

12.6.5. Побудова овалу.

Обрис деяких деталей мають форму овалів. Овал – це опукла фігура, обмежена попарно спряженими між собою дугами окружностей, центри яких розміщені всередині самої фігури. Фланці, кришки, кулачки, а в будівельній справі – арки, склепіння, дверні та віконні прорізи мають форму овалів. У овала може бути одна або дві осі симетрії.

На рис. 12.34 зображено підвіску, окремі частини контуру якої мають форму овалу.

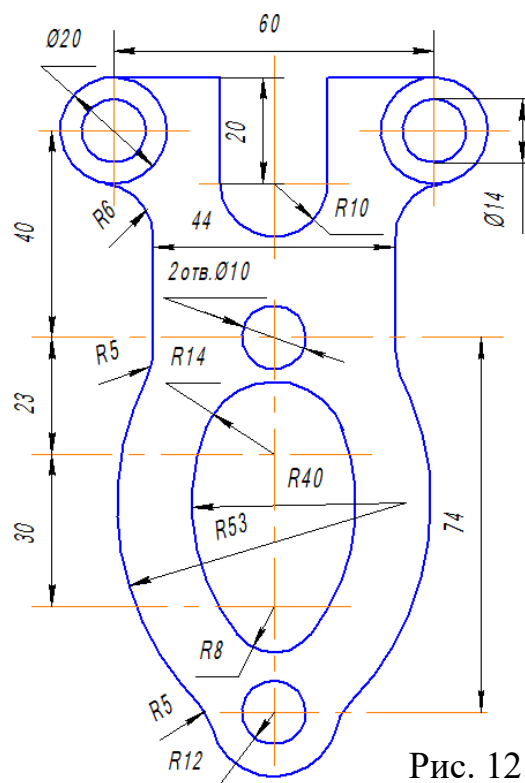


Рис. 12.34.

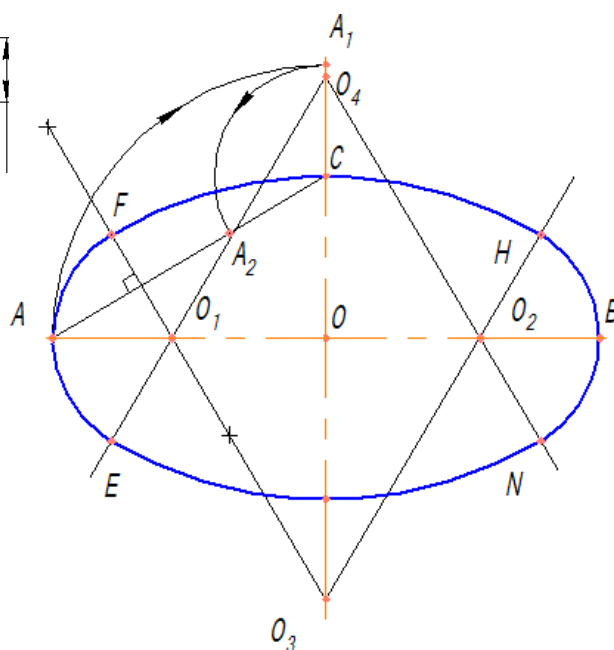


Рис. 12.35.

Побудова овалу за двома заданими осями AB і CD . Проведемо лінію, яка з'єднає кінці осей A і C (рис 12.35). З центра O радіусом OA проведемо дугу до перетину з малою віссю й одержимо точку A_1 . З точки C , як із центра, радіусом A_1C (різниця між півосями) проведемо дугу до перетину з прямою AC у точці A_2 . Поділимо відрізок AA_2 навпіл і через його середину встановимо перпендикуляр до перетину з великою і малою півосями у точках O_1 і O_3 , які будуть відповідно центрами дуг EF і FH . Центри O_2 і O_4 лежать симетрично на лініях великої і малої осей відносно центра овалу.

12.6.6. Побудова еліпсу.

Елементи лекальних кривих креслять по ряду точок, що їм належать, які з'єднують плавною лінією – спочатку від руки, а потім обводять за допомогою лекала. Лекальні криві широко застосовуються в обрисах різних технічних деталей, наприклад профілів зубчастих коліс, кулачків, кронштейнів, підвісок та ін. До лекальних кривих належать еліпс, парабола, гіпербола, синусоїда, евольвента та ін.

Побудова еліпса.

У найзагальнішому вигляді еліпс утворюється при перерізі площиною всіх твірних колового циліндра або конуса. Для побудови еліпса за двома осями з центра його опишемо два концентричних кола, діаметри яких дорівнюють великій і малій осям еліпса (рис. 12.36). З центра проведемо пучок променів до перетину з описаними окружностями в точках $1, 2, 3, \dots$ та $1', 2', 3', \dots$ з точок $1, 2, 3, \dots$ проведемо прямі, паралельні малій осі еліпса, а з точок $1', 2', 3', \dots$ – паралельні великій осі еліпса. Перетин відповідних пар цих прямих визначає ряд точок, з'єднавши які плавною кривою, одержимо шуканий еліпс.

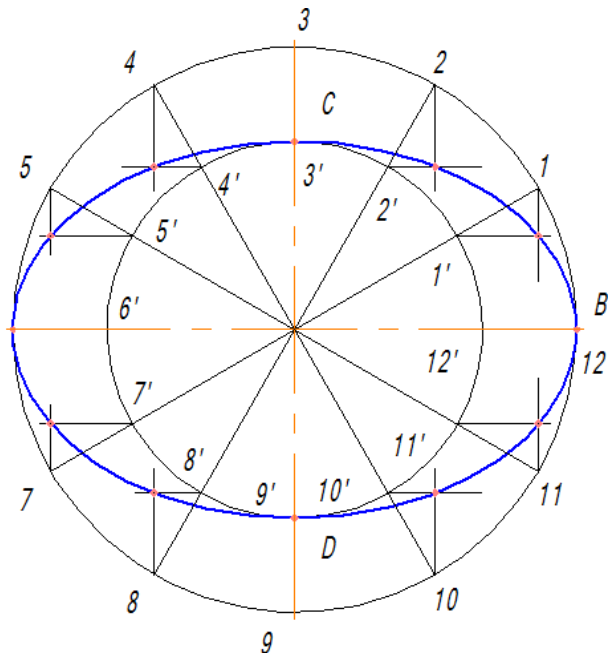


Рис. 12.36.

Питання для самоперевірки.

1. Як називають блок стандартів, які регламентують правила виконання інженерних креслеників?
2. Який формат прийнято за базовий?
3. Що означає запис «ГОСТ»?
4. Скільки форматів А4 міститься у форматі А1?
5. Як називають таблицю з графами, яку розташовують у правому нижньому кутку креслеників?
6. Як позначають масштаб при зображенні предмету в натуральну величину?
7. Що визначає розмір шрифту?
8. Що зображують штриховою лінією?
9. Що називають спряженням?
10. Чому дорівнює радіус спряження двох паралельних прямих?
11. Як знайти центр спряження при побудові спряження двох прямих, що перетинаються?
12. Назвіть елементи, обов'язкові в будь-якому спряженні.
13. Що є ознакою дотику прямої до окружності в заданій на ньому точці?

ТЕМА 13. ПРОЕКЦІЙНЕ КРЕСЛЕННЯ.

13.1. Основні положення

Згідно ГОСТ 2.305-68 зображення предметів, виробів або їх складових частин слід виконувати за методом прямокутного проєкціювання.

При цьому предмет припускається розташованим між спостерігачем та відповідною площиною проєкцій. Зображення на кресленні залежно від їх змісту. Діляться на види, розрізи, перерізи. Зображення на фронтальній площині проєкцій приймається на креслені, як головне. Предмет розташовують відносно фронтальної площини проєкцій так, щоб зображення на ній давало найбільш повне уявлення про форму та розміри предмета. Кількість зображень (видів, розрізів, перерізів) повинна бути мінімальною, але забезпечувати при цьому повне уявлення про предмет при застосуванні установлених у відповідних стандартах умовних позначень, знаків та надписів.

13.2. Види.

Згідно ГОСТ 2.305-68 видом називається зображення поверненої до спостерігача видимої частини поверхні предмета. З метою зменшення кількості зображень допускається на видах показувати невидимі частини поверхні предмета за допомогою штрихових ліній (рис.13.1).

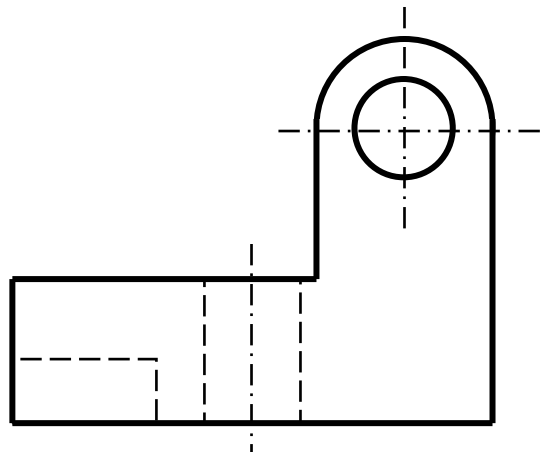


Рис.13.1.Зображення невидимих частин поверхні предмету.

Установлені наступні назви видів, отриманих на основних площинах проєкцій (основні види, рис.13.2).

1. – вид спереду (головний вид);
2. – вид зверху;
3. – вид зліва;
4. – вид с заду;
5. – вид справа;
6. – вид знизу;

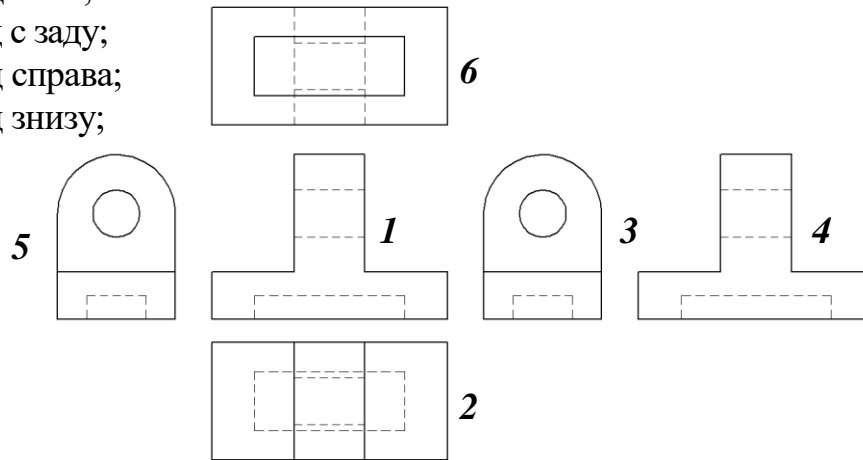


Рис. 13.2. Основні види.

Назви видів на кресленнях надписувати не слід, за винятком випадку, коли види зверху, зліва, справа, знизу, ззаду не знаходяться в безпосередньому проекційному зв'язку з головним зображенням (видом або розрізом, зображеним на фронтальній площині проєкцій).

При порушенні проекційного зв'язку, напрямок проєктування повинен бути зазначений стрілкою поблизу відповідного зображення. Над стрілкою і над отриманим зображенням (видом) слід нанести одну і ту ж велику літеру (рис. 13.3). Кресленик оформляють так само, якщо перераховані види відокремлені від головного зображення іншими зображеннями або розташовані не на одному аркуші з ним.

Якщо будь-яку частину предмета неможливо показати на основних видах без спотворення його форм та розмірів, то застосовують додаткові види, які отримують на площині, не паралельній основній площині проєкцій (рис. 13.4, 13.6).

Додатковий вид має бути відміченим на кресленику написом типу *A* (рис.13.4*a*), а у пов'язаного з додатковим видом зображення предмета має бути поставлена стрілка (рис.13.15), яка вказує напрям погляду, з відповідно літерним позначенням (стрілка *A*, рис. 13.4).

Коли додатковий вид розташований у безпосередньому проекційному зв'язку з відповідним зображенням, то стрілку з написом над видом не наносять (рис. 13.4 *б*).

Додатковий вид допускається повертати, але зі збереженням як правило, положення, прийнятого для даного предмета на головному зображенні; при цьому до напису має бути додано літеру (рис. 13.4, *a*).

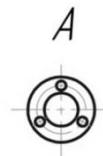
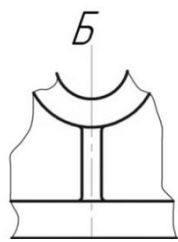
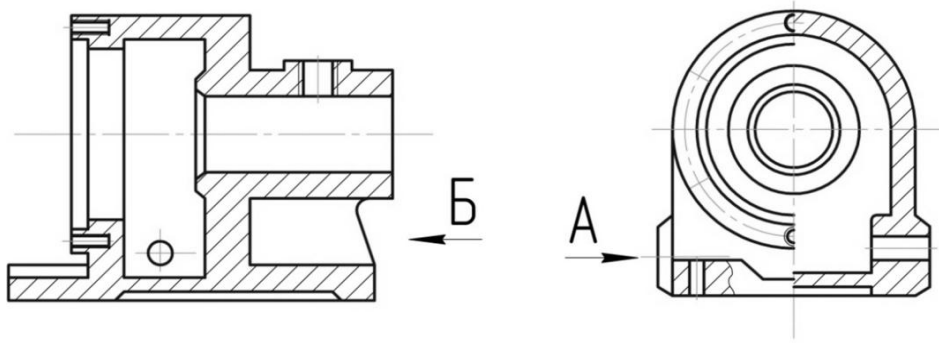
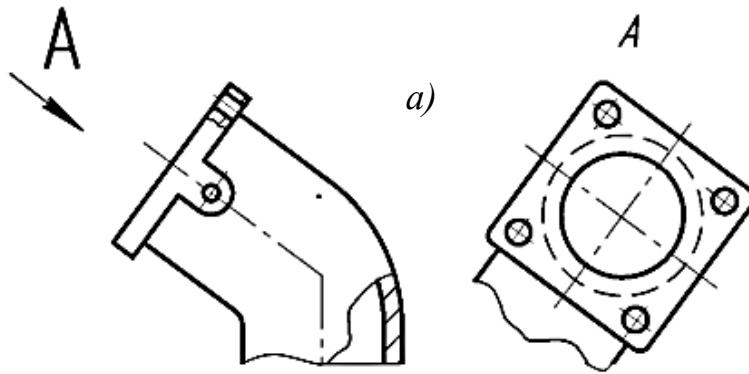
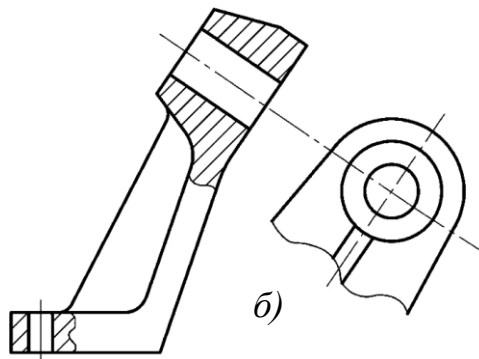


Рис. 13.3.



а)



б)

Рис. 13.4.

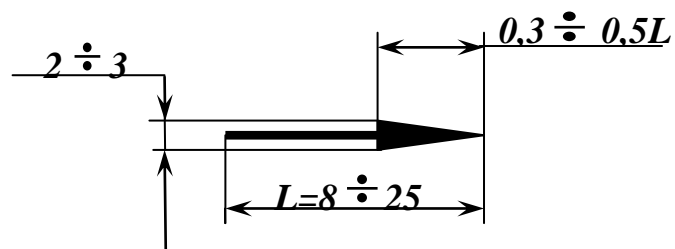


Рис. 13.5. Стрелка напряму погляду.

На рис. 13.16 розглянемо деякі можливості позначення допоміжних видів.

Додатковий вид *A* на рисунку показано в двох варіантах – перший (рис.13.6 а) коли вид *A* виконаний в довільному місті без зберігання проекційного зв'язку. На виді позначають літерою *A* з значком повернуто, якщо відомо, при необхідності вказують на який кут. У випадку, коли додатковий вид розміщений у безпосередньому проекційному зв'язку з відповідним основним видом, стрілка та напис не позначаються (рис. 13.6 б).

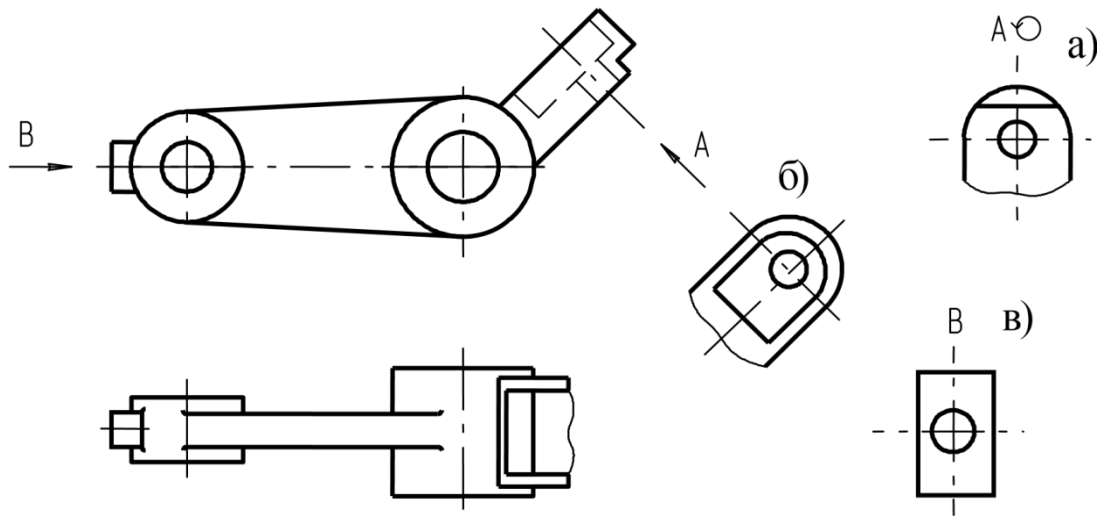


Рис. 13.6.

Вид *B* показано на рис 13.6 в у свобідному місті кресленика і позначається літерою *B* без яких то було б позначок.

На рис.13.7 б на виді показано місцевий вид *B* в масштабі 5:1.

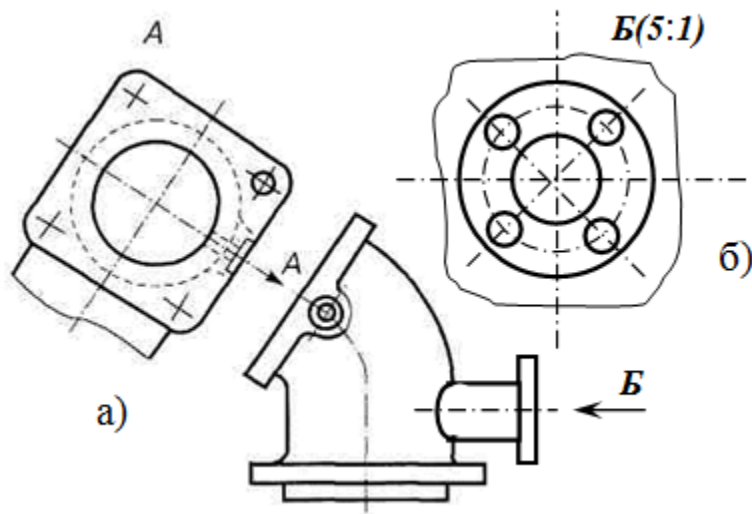


Рис. 13.7. Допоміжний та місцевий види.

Зображення окремого обмеженого місця поверхні предмета називається місцевим видом (рис.13.7,б). Місцевий вид може бути обмеженим лінією обриву, по можливості в найменшому розмірі (рис.13.7), або не обмеженим. Місцевий вид повинен бути відзначеним на кресленні подібно додатковому виду.

Співвідношення розмірів стрілок, які указують напрям погляду, повинно відповідати приведеним на рис.13.5.

13.3. Розрізи. Визначення розрізу. Прості та складні розрізи.

Розрізом (ГОСТ 2.305-68) називається зображення предмета, який умовно перетнуто площиною (або декількома площинами), при цьому перетин предмету умовно відноситься тільки до даного розрізу та не викликає зміни інших зображень того ж предмету. **На розрізах показується те, що знаходиться в січній площині та те, що розташовано за нею** (рис.13.8). Допускається зображати не все, що розташовано за січною площиною, якщо це не потрібно для розуміння конструкції предмету.

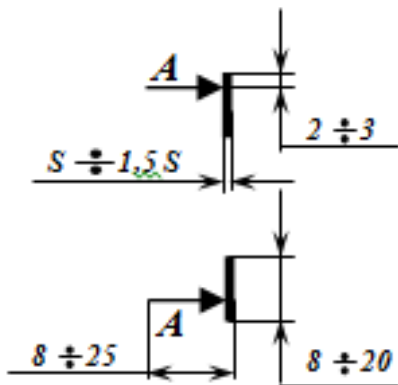
Розрізи розділяються залежно від положення січної площини відносно горизонтальної площини проєкцій на: горизонтальний – січна площина паралельна горизонтальній площині проєкцій (наприклад, розріз $A-A$, рис. 13.8б); вертикальний - січна площина перпендикулярна до горизонтальної площини проєкцій (рис.13.8в); похилі – січна площина складає з горизонтальною площиною проєкцій кут, що відрізняється від прямого (рис.13.8г).

Вертикальний розріз називається фронтальним, якщо січна площина паралельна фронтальній площині проєкцій.

Вертикальний розріз називають профільним, якщо січна площина паралельна профільній площині проєкцій.

Залежно від числа січних площин розрізи розділяються на прості – при одній січній площині (рис. 13.8); складні - при двох та більше січних площинах (рис.13.9).

На початку і на кінці ліній перетину, а у випадку необхідності та у місцях перетинів вісі лінії ставиться одна і та ж прописна літера українського алфавіту. Літери наносять біля стрілок, які вказують напрям погляду, та в місцях перетину з боку зовнішнього кута (рис. 13.8 а). Розріз повинен бути позначеним написом $A - A$ (завжди тільки двома літерами через тире) (рис.13.8 а, д).



а)

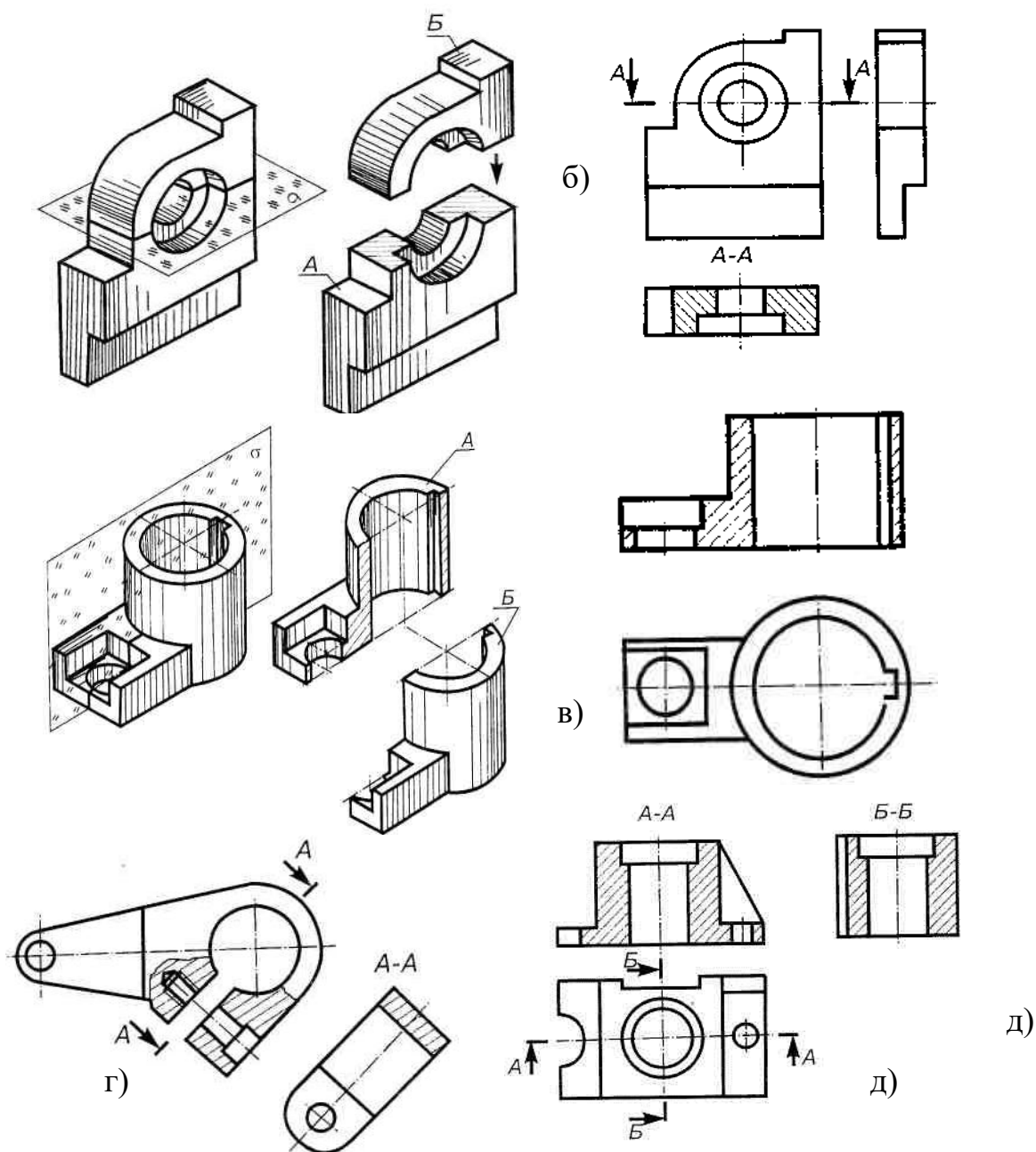


Рис. 13.8. Прості розрізи.

Розрізи називаються поздовжніми, якщо січні площини направлені уздовж довжини або висоти предмета, та поперечними, якщо січні площини направлені перпендикулярно до довжини, або висоти предмета. Положення січних площин слід указувати на кресленні лінією перерізу. Для ліній перерізу треба застосовувати розімкнену лінію.

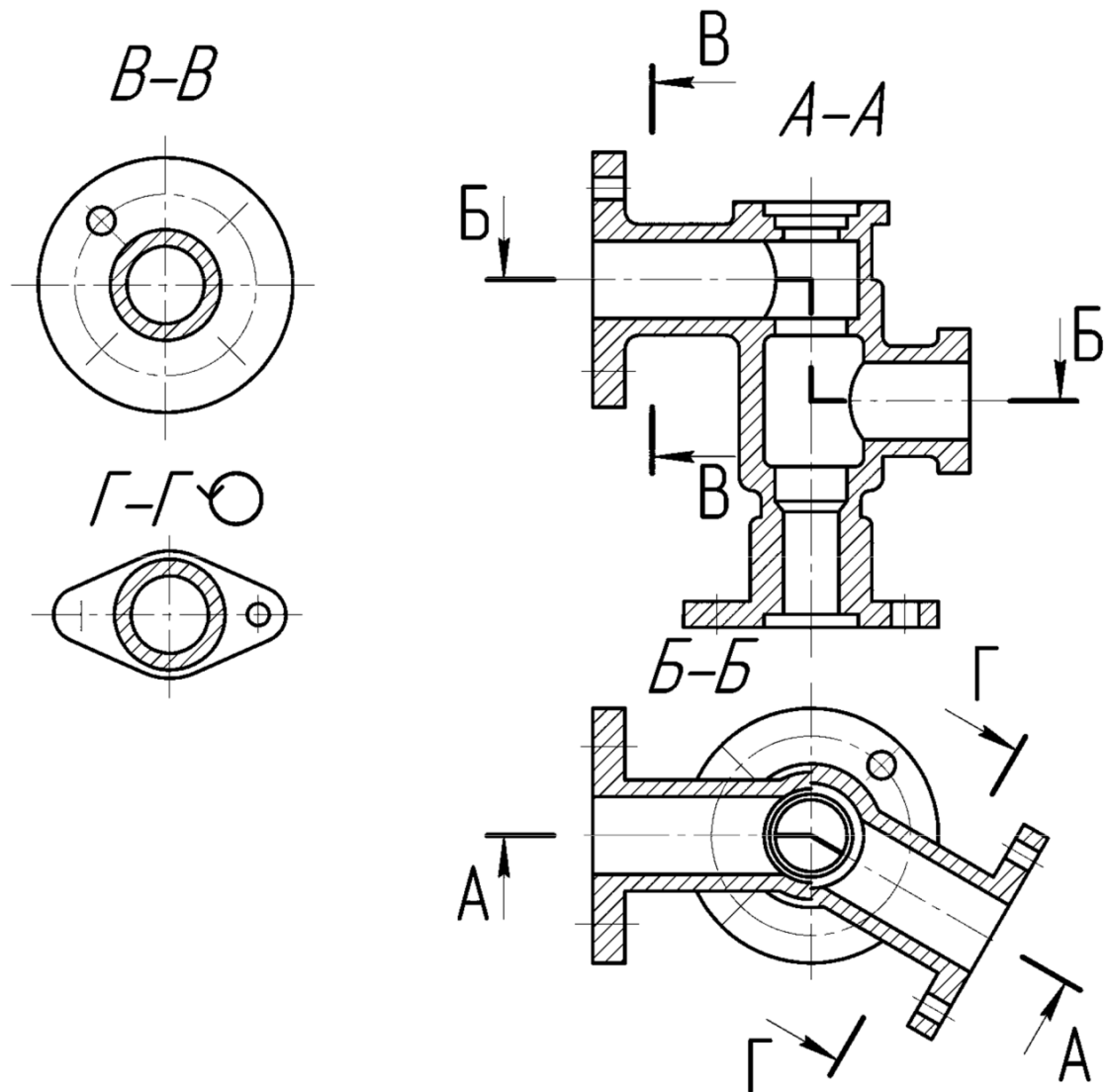


Рис. 13.9. Ламаний і ступінчатий розрізи.

Складні розрізи бувають ламаними, якщо січні площини перетинаються (розріз ламаний *A-A*, рис.13.9) та ступінчастими, якщо січні площини паралельні (розріз ступінчастий *B-B*).

При складному розрізі лінії переходу від однієї площини до іншої проводять також в місцях перегину лінії перетину. На початковому та кінцевому штрихах слід ставити стрілки, які вказують напрям погляду; стрілки треба наносити на відстані **2-3 мм** від кінця штриха. Початковий та кінцевий штрихи не повинні перетинати контур відповідного зображення.

На початку і на кінці ліній перетину, а у випадку необхідності та і в місцях перегинів осі лінії ставиться одна і та ж прописна літера українського алфавіту. Літери наносять біля

стрілок, які указують напрям погляду, та в місцях перегину з боку зовнішнього кута. Розріз повинен бути позначеним написом *A-A* (завжди тільки двома літерами через тире).

При складних ламаних розрізах січні площини, як правило, умовно повертаються до сполучення з однією із площин. Якщо сполучені площини виявляться паралельними до однієї з основних площин проекції, то ламаний розріз може бути розміщеним на місці відповідного виду (розріз *A-A*, рис. 13.9).

Приклад виконання креслення складного розрізу.

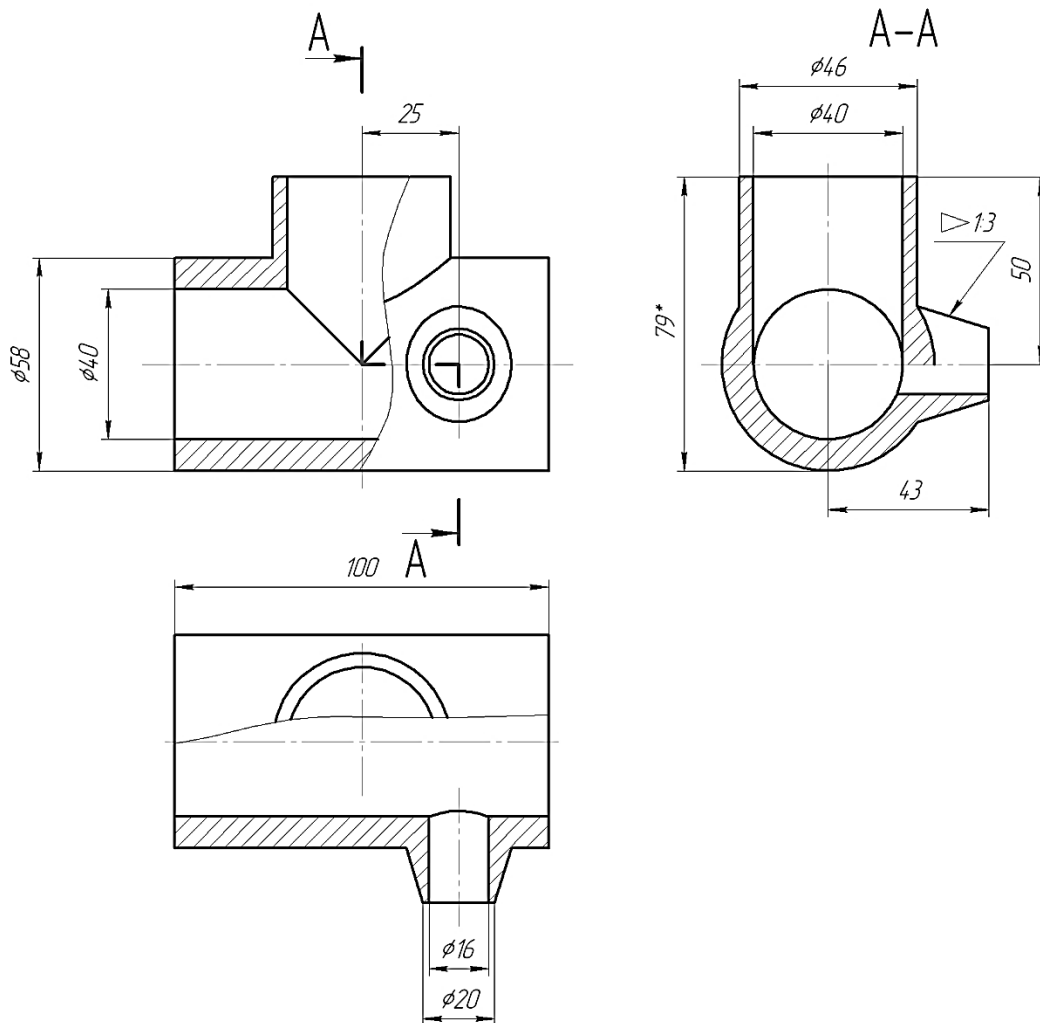


Рис. 13.10. Ступінчатий розріз.

Розріз, який служить для з'ясування конструкції предмета лише в окремому, вузько обмеженому місці, називається місцевим. Місцевий розріз виділяється на виді суцільною хвилястою лінією. Ця лінія не може збігатися з якими-небудь лініями зображення (рис.13.11).

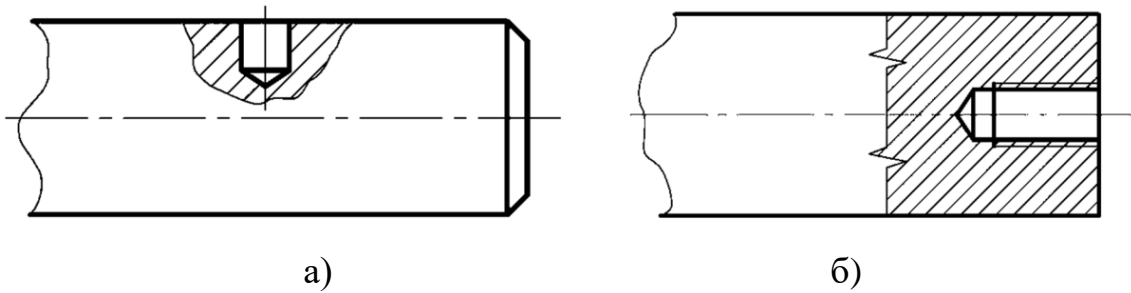


Рис. 13.11. Місцевий розріз.

Місцевий розріз виділяється на виді суцільною хвилястою лінією (рис. 13.11 а) або суцільною тонкою лінією зі зломом (рис. 13.11 б).

Розрізи називаються *поздовжніми*, якщо січні площини спрямовані вздовж довжини або висоти предмета (рис. 13.12), і *поперечними*, якщо січні площини спрямовані перпендикулярно довжині або висоті предмета (наприклад, розрізи *А-А* і *Б-Б*, рис. 13.13).

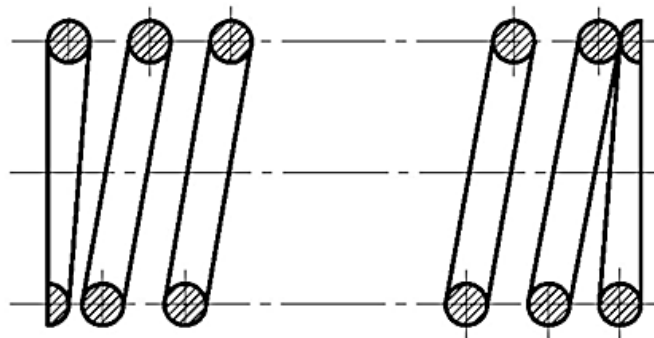


Рис. 13.12.

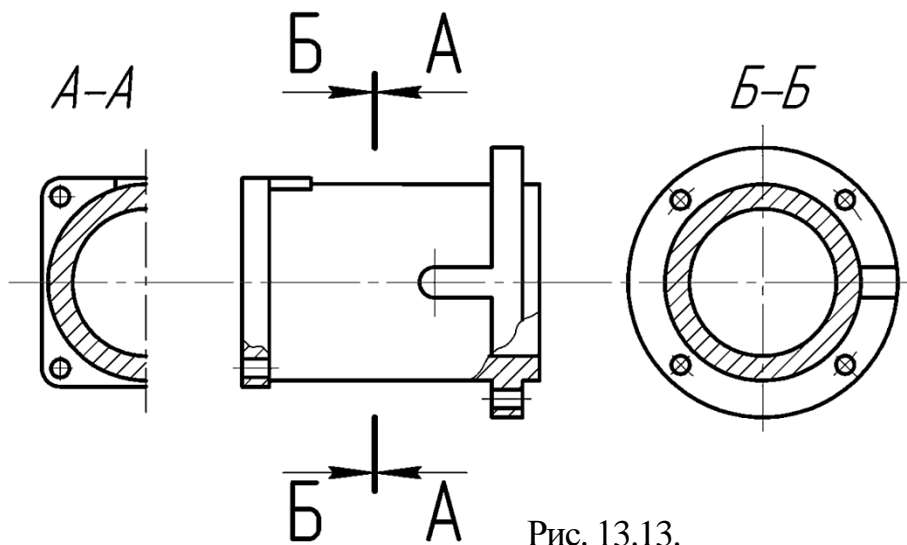


Рис. 13.13.

На будівельних кресленнях у лінії перетину замість букв допускається застосовувати цифри, а також надписувати назву розрізу (плану) з присвоєним йому літерним, цифровим або іншим позначенням.

Коли січна площина збігається з площиною симетрії предмета в цілому, а відповідні зображення розташовані на одному й тому ж аркуші в безпосередньому проекційному зв'язку і не розділені будь-якими іншими зображеннями, для горизонтальних, фронтальних і профільних розрізів *не позначають положення січної площини, і розріз написом не супроводжують.*

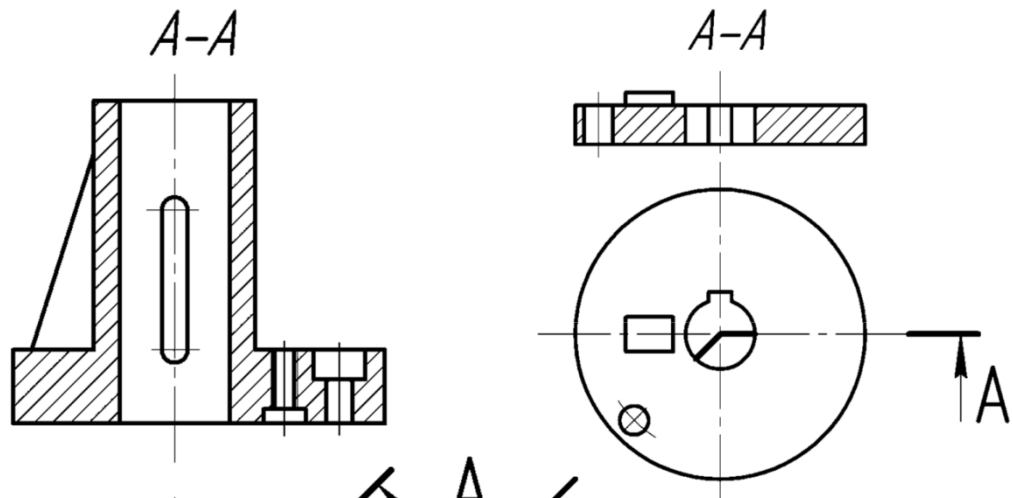


Рис. 13.15.

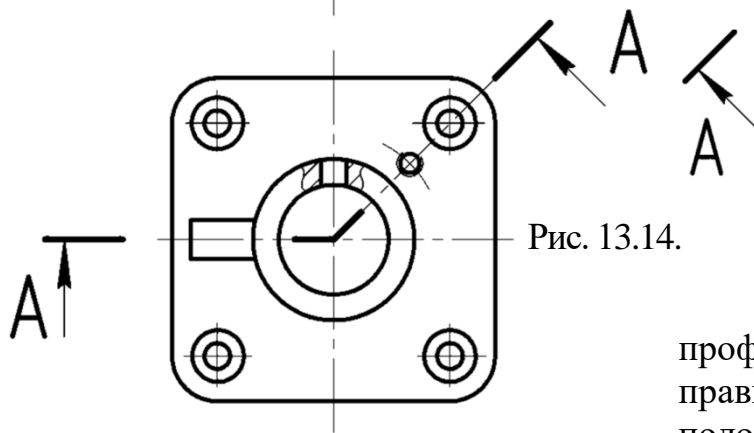


Рис. 13.14.

Фронтальним і профільним розрізам, як правило, надають положення, що відповідають

прийнятому для даного предмета на головному зображенні креслення. Горизонтальні, фронтальні і профільні розрізи можуть бути розташовані на місці відповідних основних видів.

При ламаних розрізах січні площини умовно повертають до суміщення в одну площину, при цьому напрямок повороту може не збігатися з напрямком погляду (рис. 13.14).

Якщо суміщені площини виявляються паралельними до одної з основних площин проекцій, то ламаний розріз допускається поміщати на місці відповідного виду (розріз *A-A*, рис. 13.9). При повороті січної площини елементи предмета, розташовані за нею, викреслюють так,

як вони проектується на відповідну площину, з якої виробляється суміщення (рис. 13.15).

Частину виду і частину відповідного розрізу допускається з'єднувати, розділяючи їх суцільною хвилястою лінією або суцільною тонкою лінією зі зломом (рис. 13.16, 13.17, 13.18). Якщо при цьому з'єднуються половина виду і половина розрізу, кожен з яких є симетричною фігурою, то лінією розділу служить вісь симетрії (рис. 13.19, розріз *Б-Б*).

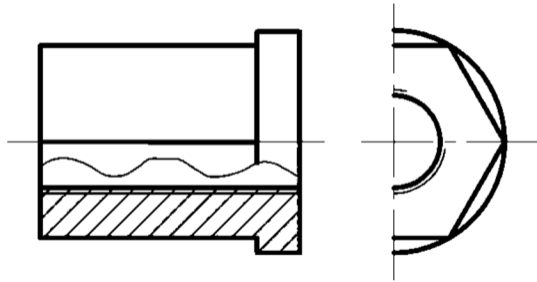


Рис. 13.16.

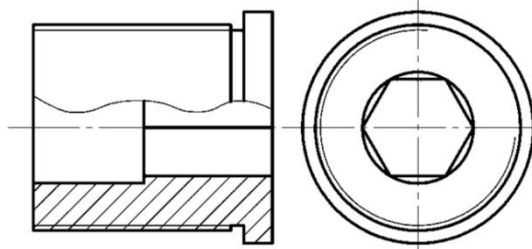


Рис. 13.17.

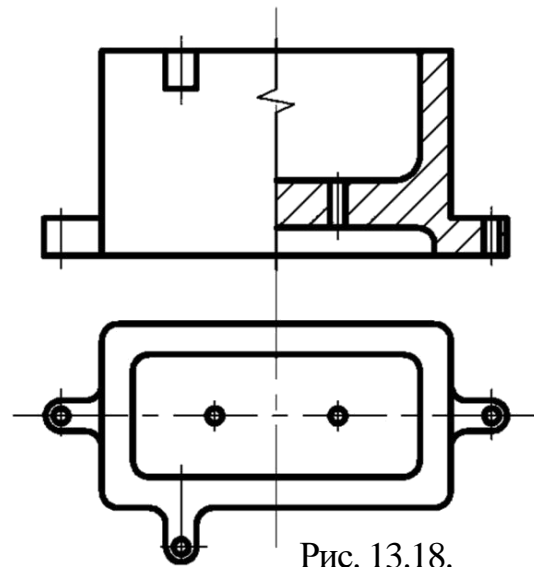
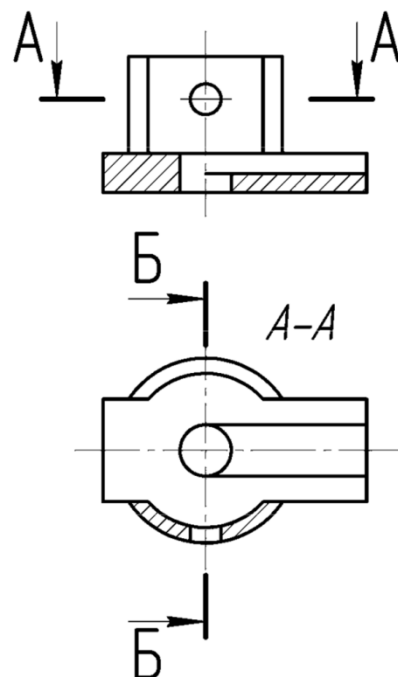


Рис. 13.18.



Б-Б

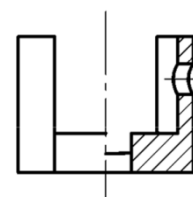


Рис. 13.19.

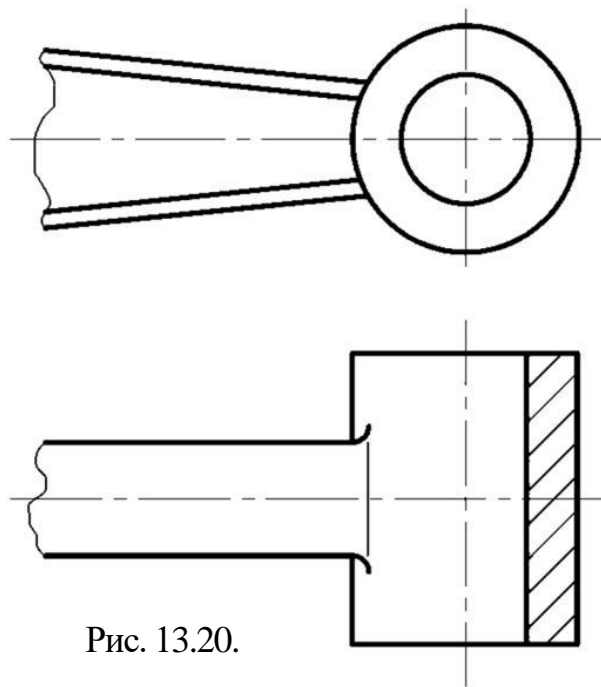


Рис. 13.20.

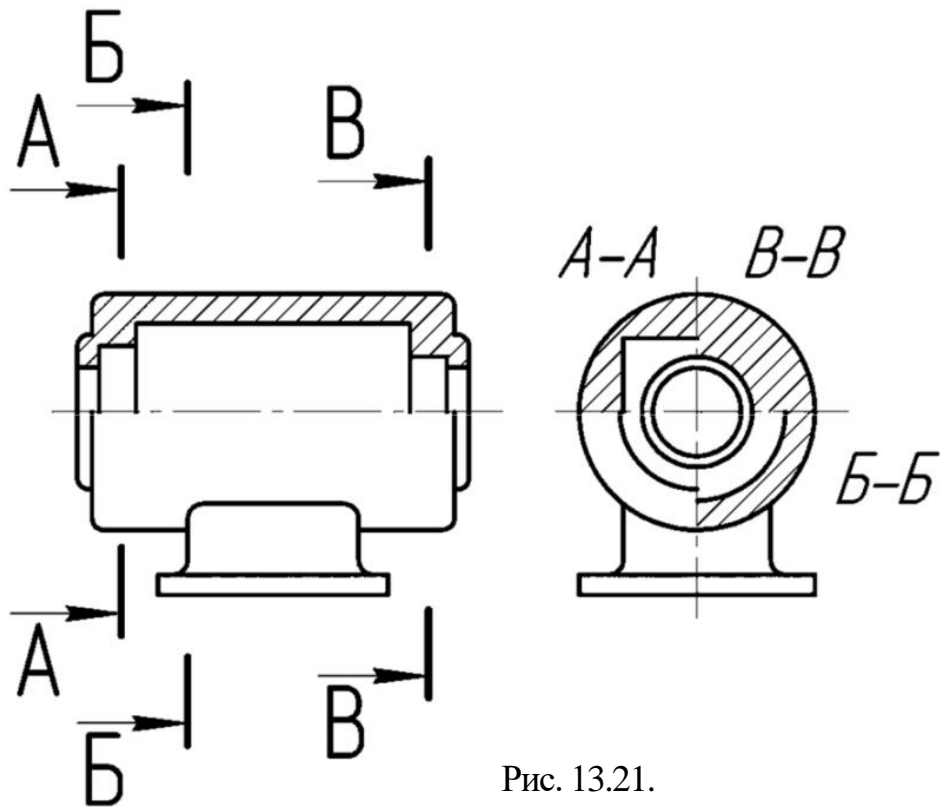


Рис. 13.21.

Якщо в симетричній деталі вісь симетрії збігається з лінією контуру, границі виду і розрізу зміщують від осі і оформляють як показано на рисунках 13.16 і 13.17.

Допускається також поділ розрізу та виду штрих-пунктирною тонкою лінією, що збігається зі слідом площини симетрії не всього

предмета, а лише його частини, якщо вона представляє тіло обертання (рис. 13.20).

Допускається з'єднувати чверть виду і чверті трьох розрізів: чверть виду, чверть одного розрізу і половину другого і т. і., за умови, що кожне з цих зображень окремо симетрично (рис. 13.21).

Допускається з'єднувати частину виду та частину відповідного розрізу. Якщо при цьому з'єднують половину виду і половину розрізу, кожний з котрих є симетричною фігурою, то лінією, яка розділяє, служить вісь симетрії штрих пунктирна лінія (рис.13.22.).

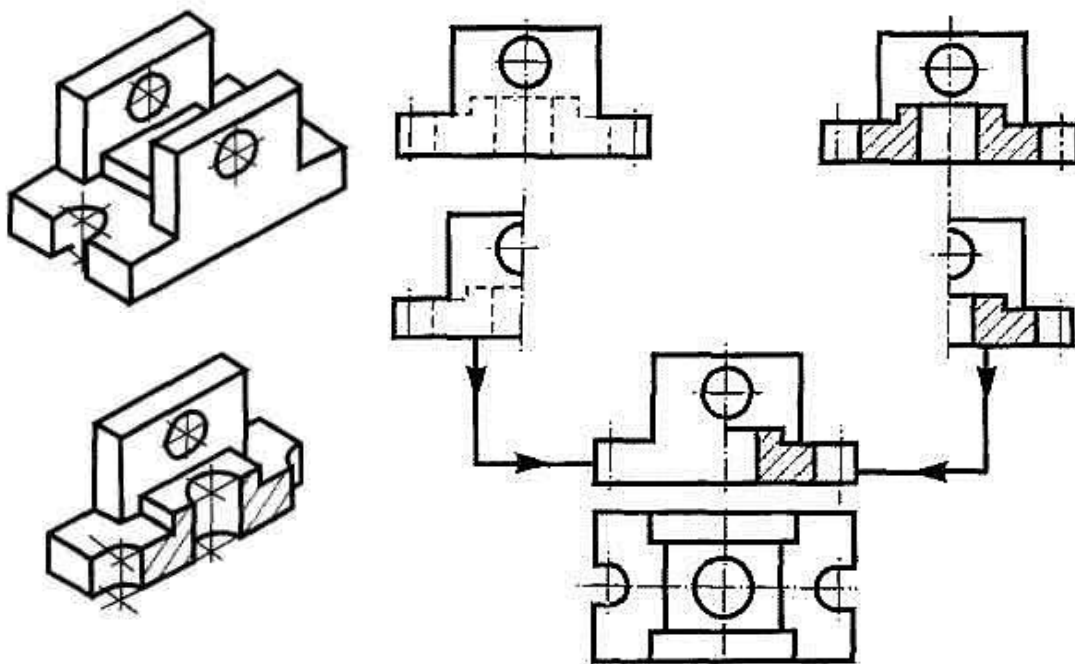


Рис. 13.22.

13.4. Перерізи.

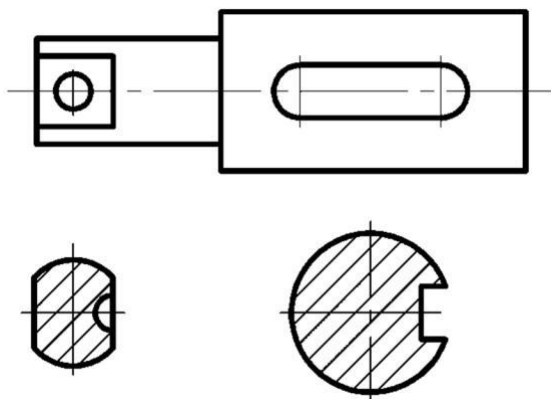


Рис. 13.23.

Переріз – зображення фігури, що виходить при уявному розсіченні предмета однією або декількома площинами (рис. 13.23). *На перерізі показується тільки те, що виходить безпосередньо до січної площини.*

Переріз, як і розріз, є умовним зображенням.

Перерізи, які не входять до складу розрізу, розділяються на *винесені* (рис.13.24,а) та *накладені* (рис.13.24,в). Винесені перерізи допускається розташовувати у розрізі між частинами одного и того ж виду (рис.13.24,б,г).

Для контуру винесеного перерізу, а також перерізу, який входить до складу розрізу, повинна застосовуватися суцільна основна лінія, а для контуру накладеного перерізу – суцільна тонка лінія, причому контур зображення у місці розташування накладеного перерізу не переривається.

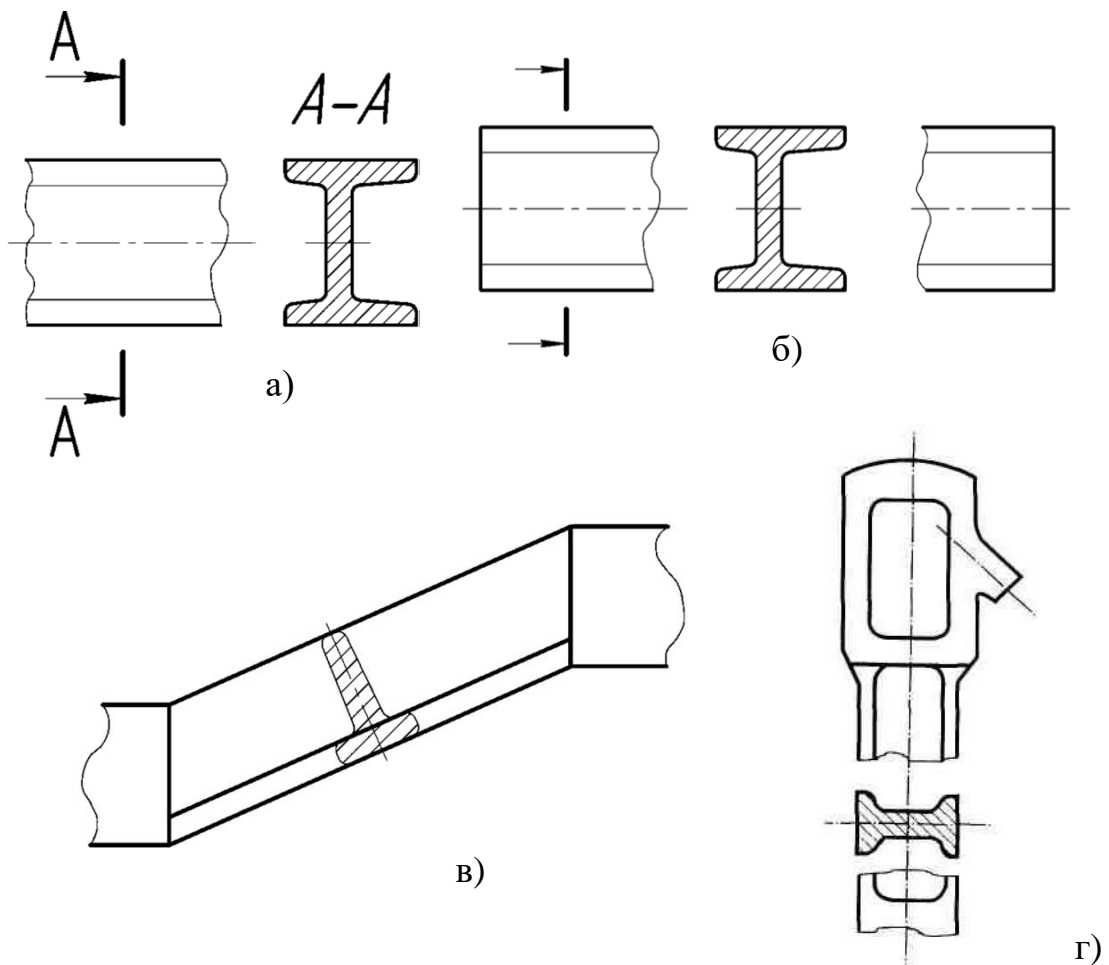


Рис. 13.24. Перерізи.

Лінія перерізу, яка збігається з віссю симетрії винесеного або накладеного перерізу, указується штрих пунктирною тонкою лінією без позначення літерами та стрілками (рис 13.24 в).

У випадках, подібних вказаним на рис. 13.24 при симетричній фігурі перерізу лінію перерізу не проводять. В усіх інших випадках для позначення лінії перерізу застосовують розімкнену лінію із виказанням стрілками напрямку погляду та позначають її однаковими

прописними літерами українського алфавіту, а сам переріз супроводжують надписом по типу *A-A* – двома літерами через тире.

Для кількох однакових перерізів, які відносяться до одного й того ж предмета, слід лінію перерізу позначати однаковою літерою та викреслювати один переріз (рис.13.25.а,б).

Якщо січна площина проходить через вісь поверхні обертання, яка обмежує отвір або поглиблення, то контур отвору та поглиблення показують повністю (Рис.13.25.в). Допускається як січну застосовувати циліндричну поверхню, яка розгортається потім в площину (рис. 134).

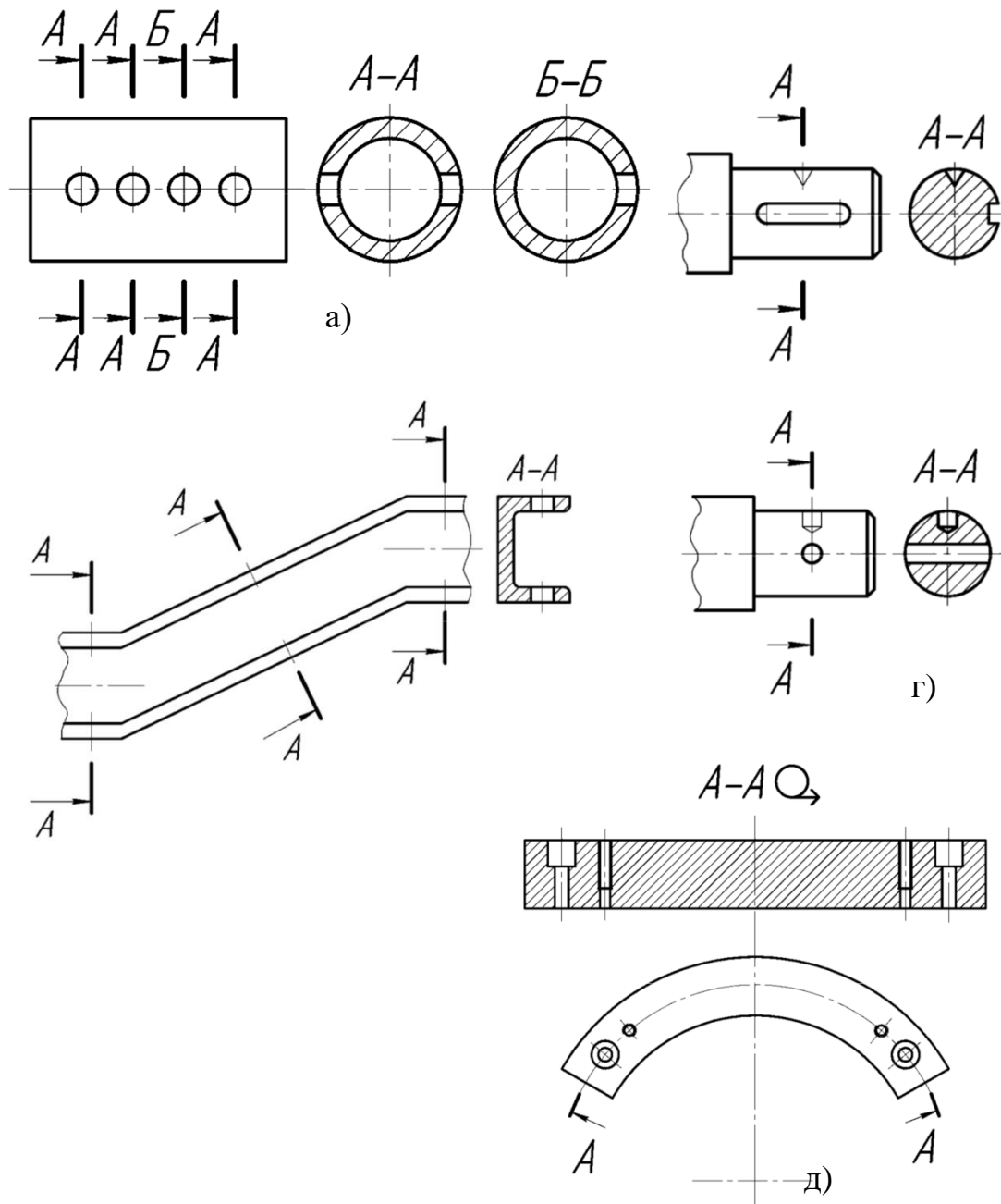


Рис. 13.25.

13.5. Виносний елемент.

Виносний елемент – додаткове окреме зображення (зазвичай збільшене) будь-якої частини предмета, що вимагає графічного та інших пояснень щодо форми, розмірів та інших даних (рис.13.26 (а)).

Виносний елемент може містити подробиці, які не вказані на відповідному зображенні, і може відрізнятися від нього за змістом (наприклад, зображення може бути видом, а виносний елемент – розрізом). При застосуванні виносного елемента відповідне місце позначають на вигляді, розрізі або перетині замкнутою суцільною тонкою лінією – окружністю, овалом і т. і., з позначенням виносного елемента великою літерою або поєднанням великої літери з арабською цифрою на полиці лінії-виноски. Над зображенням виносного елемента вказують позначення і масштаб, в якому він виконаний (рис. 13.26).

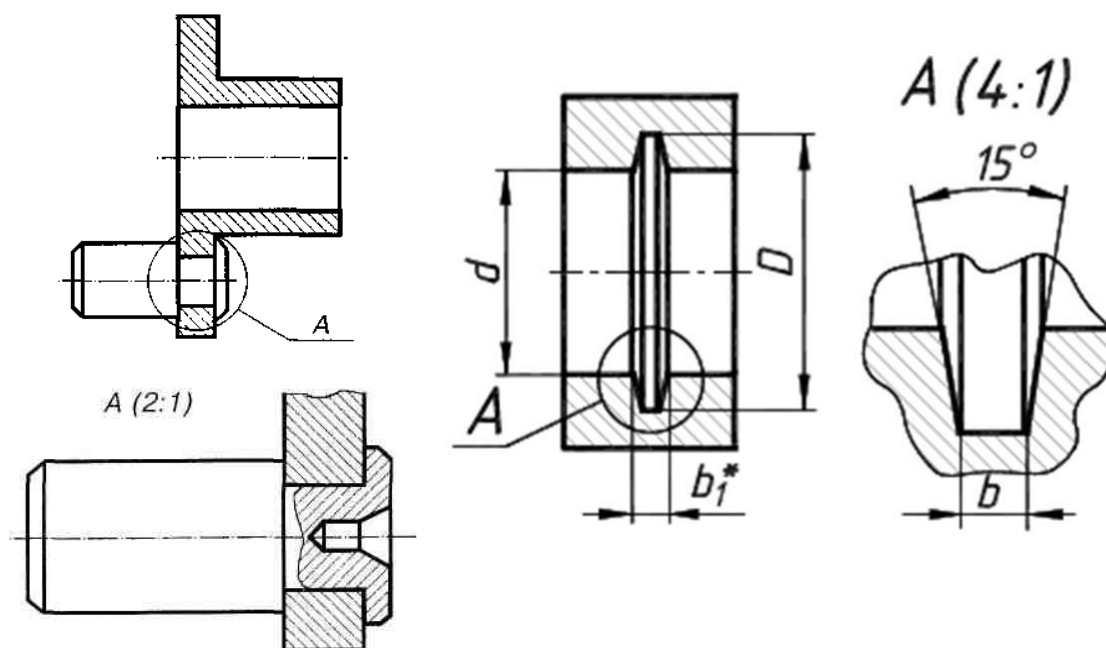


Рис. 13.26 .

Виносний елемент слід розташовувати, по можливості, ближче до відповідного місця на зображенні предмета.

13.6. Умовності та спрощення.

Умовності і спрощення це правила, які дозволяють зробити креслення більш простим, зрозумілим і зменшити час на його виконання. ГОСТ 2.305- 68 встановлює такі умовності і спрощення:

1. Якщо вид, розріз або переріз представляє симетричну фігуру, допускається викреслювати половину зображення обмежену осью ліній або трохи більше половини зображення з проведенням в останньому випадку лінії обриву.

2. Якщо предмет має кілька однакових, рівномірно розташованих елементів, то на зображенні цього предмета повністю показують один-два таких елемента, а інші елементи показують спрощено або умовно. Допускається зображати частину предмета (рис. 13.27) з належними вказівками про кількість елементів, їх розташування і т. і.

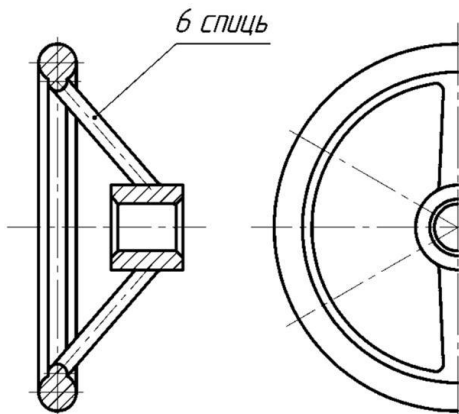


Рис. 13.27.

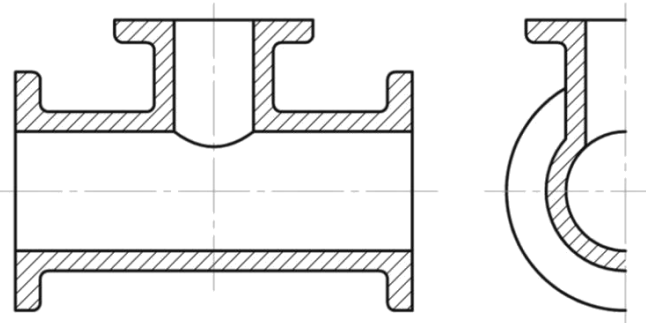


Рис. 13.28.

3. На видах і розрізах допускається спрощено зображати проекції ліній перетину поверхонь, якщо не потрібно точної їх побудови. Наприклад, замість лекальних кривих проводять дуги окружності і прямі лінії (рис. 13.28).

4. Плавний перехід від однієї поверхні до іншої показується умовно (рис. 145, 146) або зовсім не показується (рис. 147). Допускаються спрощення, подібні до зазначених на рисунках 148, 149

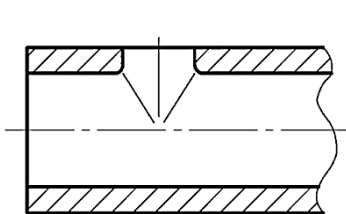


Рис. 13.29.

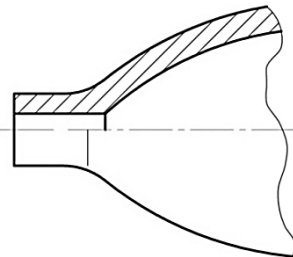


Рис. 13.30.

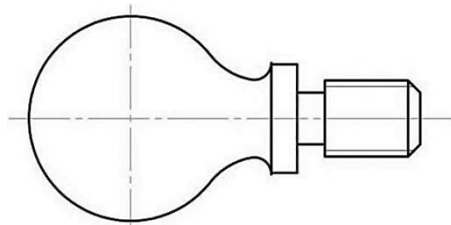


Рис. 13.31.

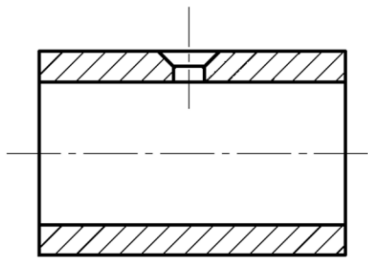


Рис. 13.32.

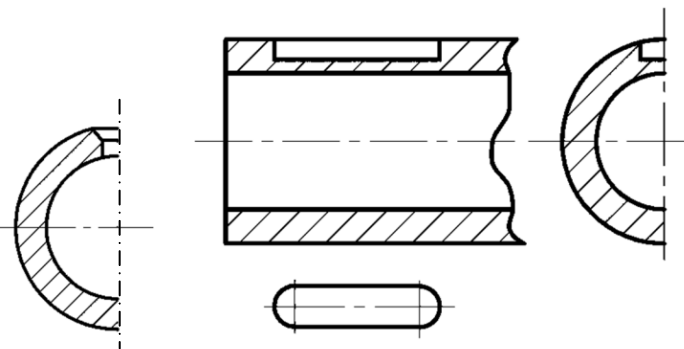


Рис. 13.33.

5. Такі деталі, як гвинти, заклепки, шпонки, не пустотілі вали і шпинделі, шатуни, рукоятки і т.д. при поздовжньому розрізі показують *нерозрізаними*. Кульки завжди показують нерозрізаними. Як правило, показуються нерозрізаними на складальних кресленнях гайки і шайби. Такі елементи, як спиці маховиків, шківів, зубчастих коліс, тонкі стінки типу ребер жорсткості і т.д. показують не заштрихованими, якщо січна площина спрямована вздовж осі або довгої сторони такого елемента (рис. 13.27). Якщо в подібних елементах деталі є місцеве свердління, поглиблення і т. і., то роблять місцевий розріз.

6. Пластини, а також елементи деталей (отвори, фаски, пази, поглиблення і т. д.) розміром (або різницею в розмірах) на кресленні 2 мм і менше зображують з відступом від масштабу, прийнятого для всього зображення, в сторону збільшення.

7. Допускається незначну конусність або нахил зображати зі збільшенням. На тих зображеннях, на яких нахил або конусність чітко не виявляються, наприклад, головний вид на рисунку 13.34 або вид зверху на рисунку 13.35, проводять тільки одну лінію, відповідну меншому розміру елемента з ухилом або меншій основі конуса.

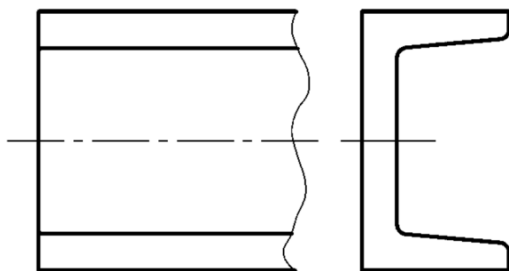


Рис. 13.34.

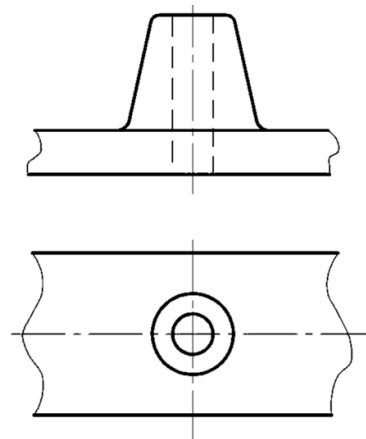


Рис. 13.35.

8. При необхідності виділення на кресленні плоских поверхонь предмета на них проводять діагоналі суцільними тонкими лініями (рис. 13.36.).

9. Предмети або елементи, які мають постійний або поперечний переріз, який закономірно змінюється (вали, ланцюги, прутки, фасонний прокат, шатуни і т. і.), допускається зображати з розривами. Часткові зображення і зображення з розривами обмежують одним із таких способів:

9.1. Суцільною тонкою лінією зі зломом, яка може виходити за контур зображення на довжину від 2 до 4 мм. Ця лінія може бути похилою щодо лінії контуру (рис. 13.37);

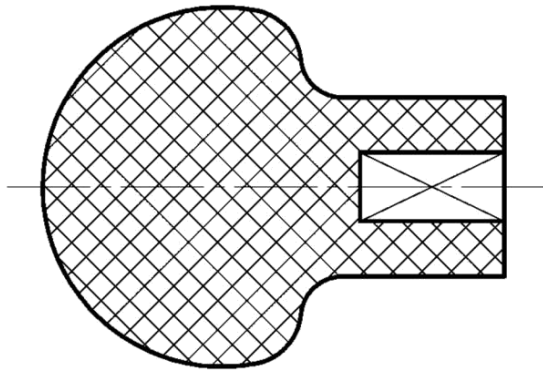


Рис. 13.36.

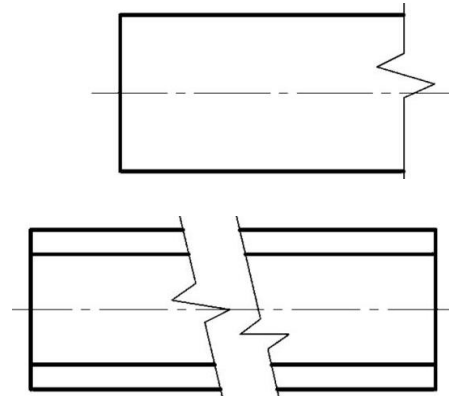


Рис. 13.37.

9.2. Суцільною хвилястою лінією, що з'єднує відповідні лінії контуру (рис. 13.8);

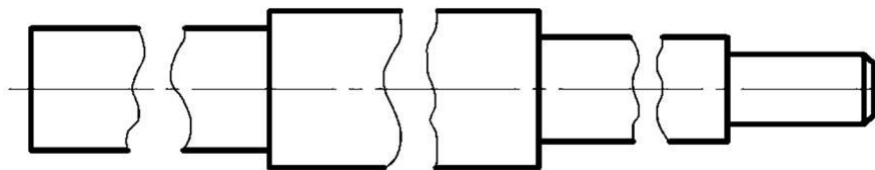


Рис. 13.38.

9.3. Лініями

штрихування (рис. 13.39).

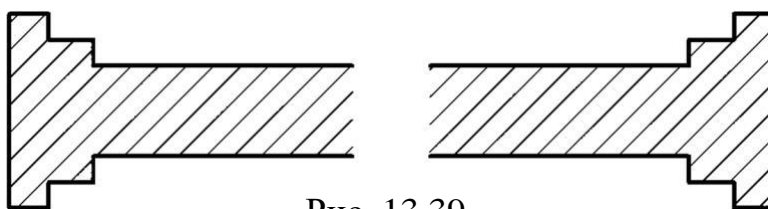
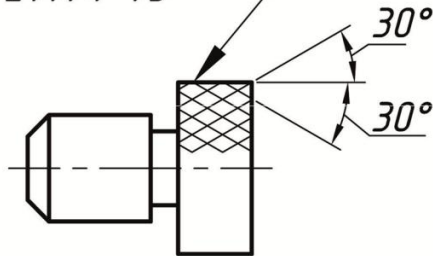


Рис. 13.39.

10. На креслениках предметів з суцільною сіткою, плетінкою, орнаментом, рельєфом, накаткою і т. д. допускається зображати ці елементи частково, з можливим спрощенням (рис. 13.40).

Ріфлення сітчасте 1,0
ГОСТ 21474-75



Ріфлення пряме 1,0
ГОСТ 21474-75

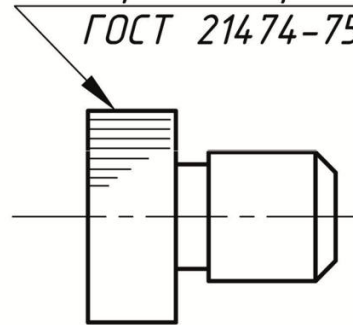


Рис. 13.40.

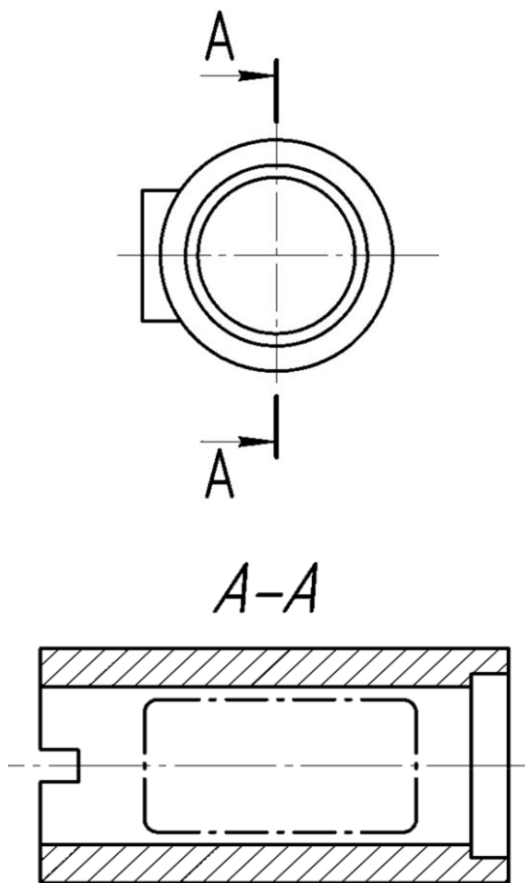


Рис. 13.41.

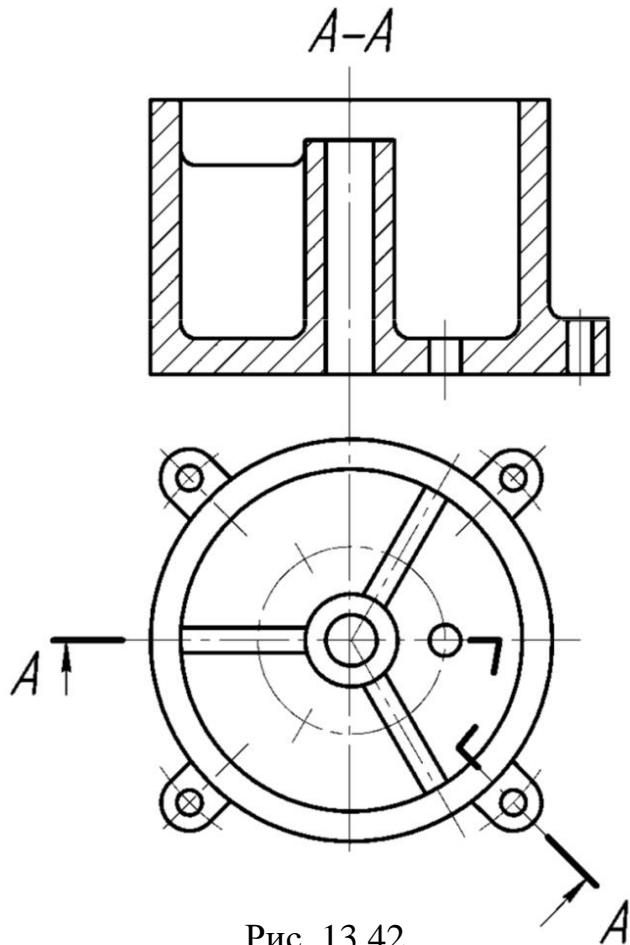


Рис. 13.42.

11. Для спрощення креслень або скорочення кількості зображень допускається:

11.1 Частину предмета, що знаходиться між спостерігачем і січною площиною, зображати штрих-пунктирною потовщеною лінією безпосередньо на розрізі (накладена проекція, рис. 13.41);

11.2. Застосовувати складні розрізи (рис. 13.42);

11.3. Для показу отворів в ступиці зубчастих коліс, шківів і т. д., а також для шпонкових пазів замість повного зображення деталі давати лише контур отвору або паза;

11.4. Зображати в розрізі отвори, розташовані на круглому фланці, коли вони не потрапляють в січну площину.

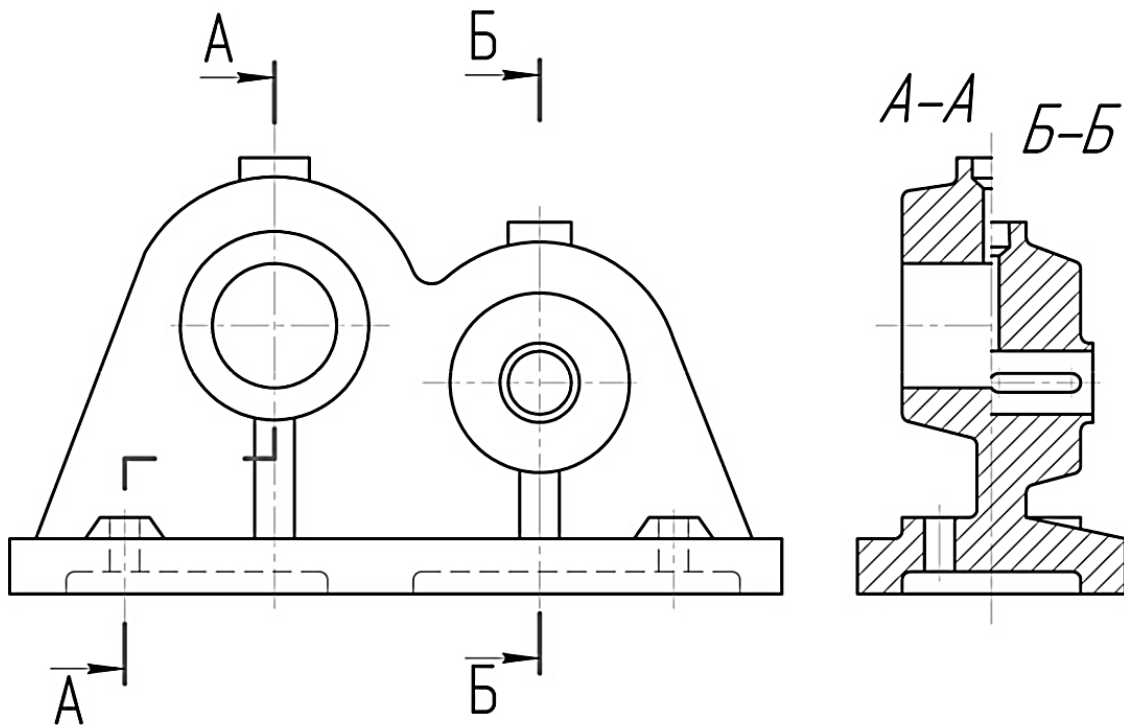


Рис. 13.43.

12. Якщо вид зверху не є необхідним і креслення складається із зображень на фронтальній та профільній площинах проекцій, то при ступінчастому розрізі лінія перетину і написи, що відносяться до розрізу, наносяться так, як показано на рисунку 13.43.

13. Умовності і спрощення, які допускаються в нероз'ємних з'єднаннях, на кресленнику електротехнічних і радіотехнічних пристроїв, зубчастих зачеплень і т. д., встановлюються відповідними стандартами.

14. Умовне графічне позначення «повернуто» має відповідати рисунку 13.44 і «розгорнуто» – рисунку 13.45.

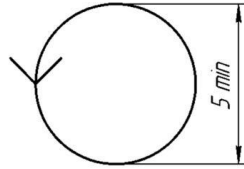


Рис. 13.44.

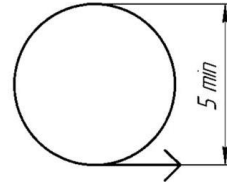


Рис. 13.45.

Питання для самоперевірки.

1. Як розміщуються на кресленні основні види?
2. Яка різниця між розрізом і перерізом?
3. Які вимоги ставляться до винесеного перерізу?
4. Яка різниця між розрізом і видом?
5. В якому випадку на розрізах не позначають положення січної площини і не супроводжують розріз надписом?
6. Назвіть види розрізів і перерізів.
7. В чому полягає принцип виносного елемента?
8. В чому різниця між ступінчастим і ламаним розрізами?
9. Перечисліть які умовності та спрощення використовують на кресленнику.

ТЕМА 14. АКСОНОМЕТРИЧНІ ПРОЕКЦІЇ.

14.1. Одержання аксонометричних проєкцій.

Стандартом ГОСТ 2.317-69 "Аксонометричні проєкції" (СТ РЕВ 1979-79) рекомендується застосовувати п'ять видів аксонометричних зображень: прямокутні ізометрія (рис. 14.1) і діаметрія (рис. 14.2), а також косокутні проєкції, які менш наочні, проте зручніші для зображення предметів з колами в одній з площин (рис. 14.3).

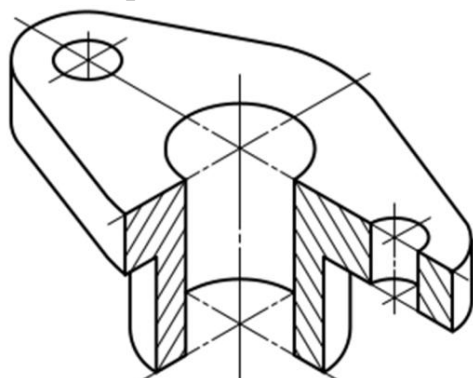


Рис. 14.1.

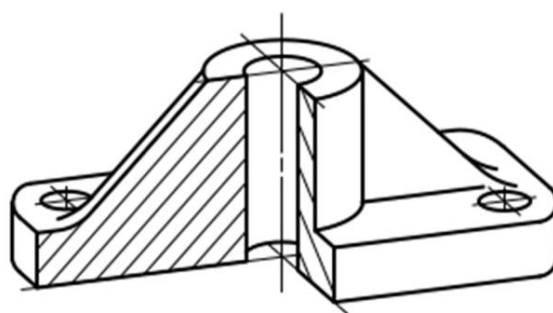


Рис. 14.2.

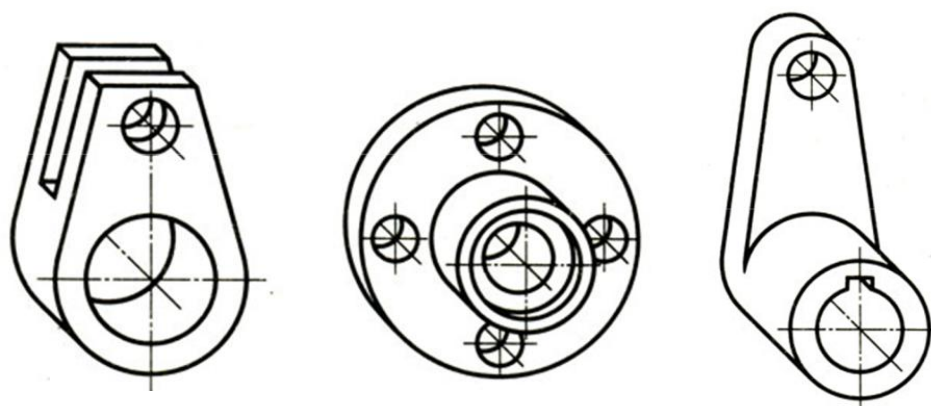


Рис. 14.3.

Пристаюючи до виконання аксонометричної проєкції деталі, потрібно з'ясувати, з яких елементарних геометричних тіл складається деталь (циліндр, конус, куб та ін.). Зобразити їх ескізно (на "чернетці") в дрібному масштабі без конструктивних особливостей. Такий прийом значно полегшує процес подальшого виконання рисунка і дозволяє вибрати таке зображення, яке має більшу наочність. Після зображення

всієї деталі необхідно виконати розріз, який показує її внутрішній устрій. Напрямок "штрихування" в перетинах визначається діагоналями квадратів, побудованих в аксонометричних площинах.

В інженерній практиці найбільше зустрічаються прямокутна ізометрична і диметрична проєкції.

При виборі аксонометричної проєкції необхідно враховувати простоту побудови та наглядність побудованого зображення (наприклад, грані не повинні зображуватися прямою лінією тощо). Подовжені предмети краще зображати в прямокутній диметричній проєкції, при цьому довгу частину предмета розташовують вздовж тієї осі, на якій немає скорочення.

При побудові аксонометричних проєкцій використовують зведені коефіцієнти.

Для одержання наявного зображення предмета використовується система аксонометричних проєкцій або аксонометрія (вимір по осях). Предмет розташовують відносно площини проєкцій таким чином, щоб його головні напрями не були проєкціюючими. Тоді на проєкції предмета виявляється, хоч із спотворенням, усі три його виміри.

Принцип побудови зображення предмета у системі аксонометричних проєкцій полягає в тому, що точка A спочатку прямокутно проєктується на координатну площину, частіше всього на Π_1 , а потім разом є проєкцією A_1 на основну площину - площину аксонометричних проєкцій Π (рис.14.4).

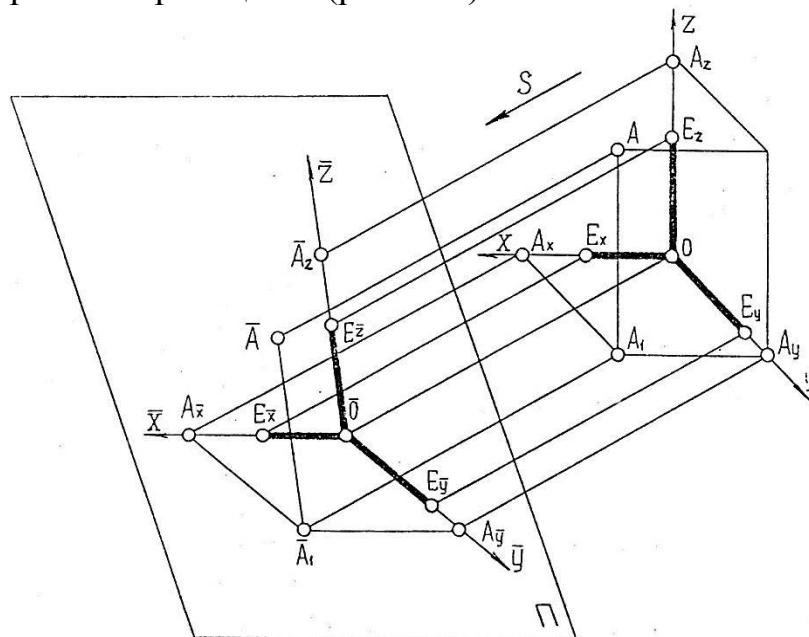


Рис. 14.4. Схема отримання аксонометричної проєкції точки простору.

S	- напрямки проектування;
Π	- площина аксонометричних проєкцій;
$OXYZ$	- просторова система координат (система віднесення);
$OEx OEy OEz$	- одиничні відрізки;
\overline{OXYZ}	- система аксонометричних осей;
$\overline{OEx} \overline{OEy} \overline{OEz}$	- проєкції одиничних відрізків.

Показники спотворень вздовж аксонометричних осей.

$$K_x = \frac{\overline{OEx}}{OEx}; \quad K_y = \frac{\overline{OEy}}{OEy}; \quad K_z = \frac{\overline{OEz}}{OEz}$$

$OAx_A A$	- просторова координатна ламана;
$\overline{OAx} \overline{A_1A}$	- аксонометрична координатна ламана (плоска);
\overline{A}	- вторинна проєкція точки A .

14.2. Класифікація паралельних аксонометричних проєкцій.

Залежно від величини кута між напрямом проектування та площиною проєкцій розрізняють прямокутні (ортогональні) ($S \perp \Pi$) та косокутні ($S \not\perp \Pi$) аксонометричні проєкції.

Залежно від співвідношення між показниками розрізняють:

- ізометричні ($K_x = K_y = K_z$);
- диметричні ($K_x = K_z \neq K_y$);
- триметричні ($K_x \neq K_y \neq K_z$) проєкції.

14.3. Співвідношення між показниками спотворень прямокутної аксонометрії.

ТЕОРЕМА.

Сума квадратів показників спотворень прямокутної аксонометрії дорівнює двом.

$$K_x^2 + K_y^2 + K_z^2 = 2 \quad (1)$$

Ця теорема використовується для визначення параметрів стандартних аксонометричних проєкцій. Слід помітити, що завдання кутів між аксонометричними осями прямокутної аксонометрії визначає показники спотворення вздовж цих осей та навпаки.

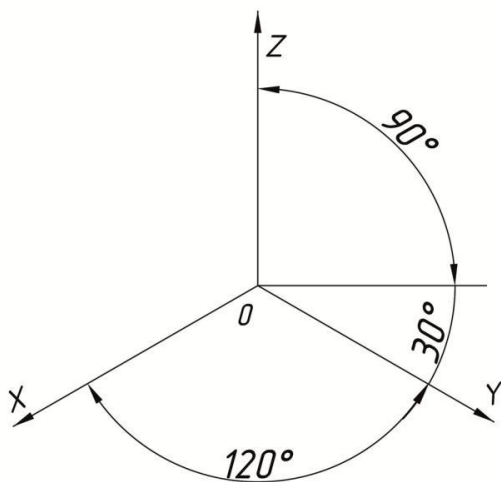


Рис. 14.5. Розташування осей у прямокутній ізометричній проекції.

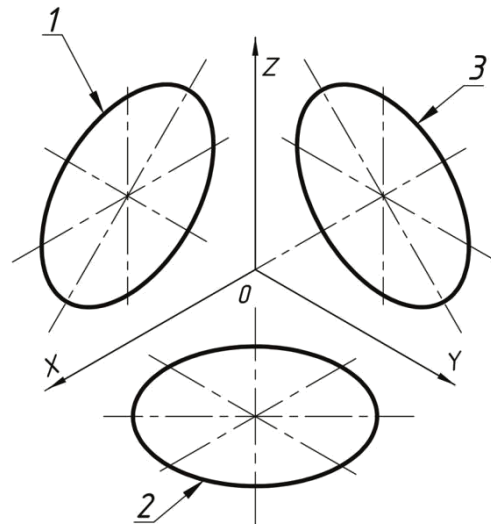


Рис. 14.6. Розташування еліпсів у основних площинах проекцій

14.4. Види та параметри стандартних аксонометричних проекцій.

По ГОСТ 2.317-69* розрізняють такі види прямокутних аксонометричних проекцій:

а) Прямокутна ізометрична проекція (рис.14.5);

Коефіцієнт спотворення по осях X , Y , Z дорівнює 0,82.

З (1) при $K_x = K_y = K_z = K$ маємо $K = \sqrt{\frac{2}{3}} = 0,82$; $K_x = K_y = K_z = 0,82$.

Для зручності ізометричну проекцію, як правило виконують без спотворення по осях X , Y , Z , тобто прийнявши коефіцієнт спотворення рівним 1. Під час креслення використовують приведені показники спотворення

$$K_x = K_y = K_z = 1.$$

Так що масштаб

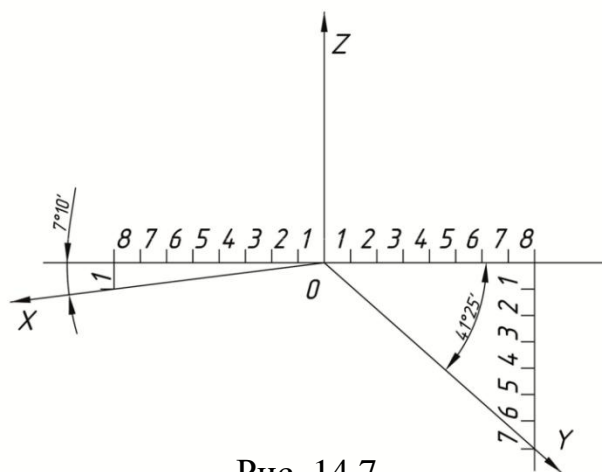


Рис. 14.7.

збільшення зображення
 $M = \frac{1}{0,82} = 1,22.$

Він називається масштабом приведення. Окружності, що лежать в площинах, паралельних площинам проєкцій, проєктуються на аксонометричну площину проєкцій в еліпси (рис.14.6). Якщо аксонометричну проєкцію виконують без спотворення по осях X, Y, Z , то велика вісь еліпсів $1, 2, 3$ (рис.14.6) дорівнює $1,22$, а мала вісь – $0,71$ діаметра окружності.

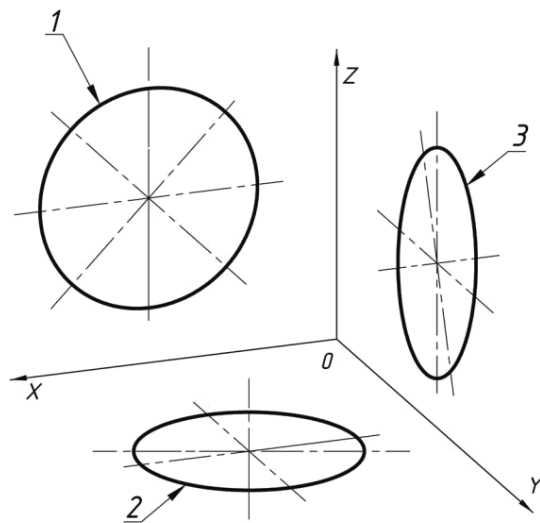


Рис. 14.8.

б) Прямокутна диметрична проєкція. Положення аксонометричних осей наведено на рисунку 14.7.

Коефіцієнт спотворення по осі Y дорівнює $0,47$, а по осях X і Z – $0,94$.

При $K_x = K_y = K_z = K$;

$$K = \sqrt{\frac{8}{9}} = 0,94;$$

$$K_x = K_z = 0,94;$$

$$K_y = \sqrt{\frac{1}{2}} K_x; \quad K_y = 0,47.$$

Приведені показники перекручення $K_x = K_z = 1, K_y = 0,5$.

Масштаб приведення

$$M = \frac{1}{0,94} = 1,06.$$

Якщо диметричну проєкцію виконують без спотворення по осях X і Z то велика вісь еліпсів $1, 2, 3$ (див. рис. 14.8.) дорівнює $1,06$ діаметра окружності, а мала вісь еліпса 1 – $0,95$, еліпсів 2 і 3 – $0,35$ діаметра окружності.

Приклад диметричної проєкції деталі наведено на рисунку 14.2.

14.5. Побудова аксонометричних проєкцій точки по її комплексному кресленнику.

На рис. 14.9,а задане комплексне креслення точки $M (M_1, M_2)$, а на рис. 14.9,б задані аксонометричні осі O_1X_1, O_1Y_1, O_1Z_1 та показники спотворення K_x, K_y, K_z по цим осям.

Побудуємо аксонометричну проєкцію M^l точки M .

- а) обчислюємо складові x_1, y_1, z_1 аксонометричної ламаної;
- б) від точки O вздовж осі O_1X_1 відкладаємо відрізок X_1 .

Через одержану точку MX_1 проводимо пряму, паралельну осі O_1Y_1 , на якій відкладаємо відрізок Y_1 . Одержуємо точку M'_1 вторинну проєкцію точки M ;

- в) через точку M'_1 проводимо пряму, паралельну осі O_1Z_1 , на якій відкладаємо відрізок Z_1 . Одержуємо точку M' в просторі.

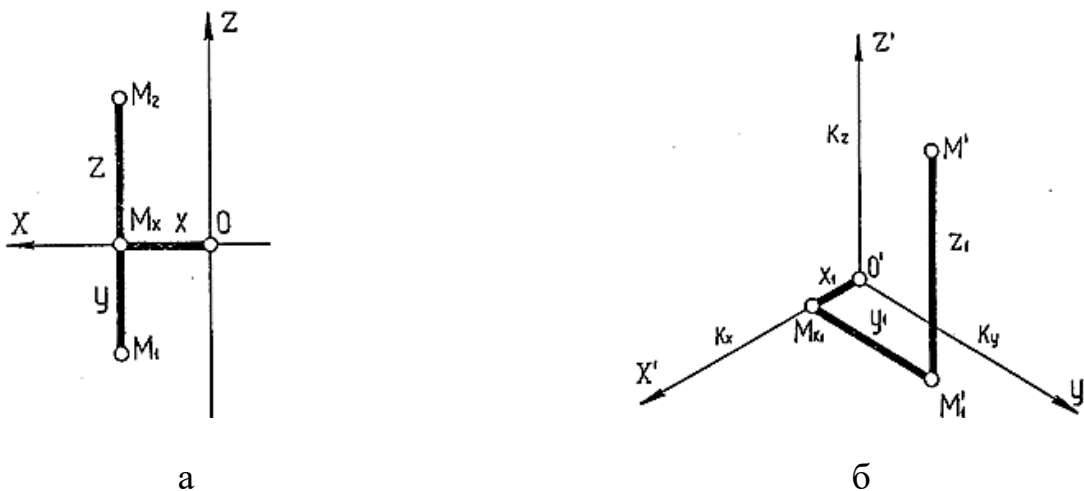


Рис. 14.9. а) комплексне креслення точки;
б) побудова аксонометричної проєкції точки.

14.6. Аксонометричні проєкції окружностей, що розташовані у координатних площинах.

Побудова окружності в ізометрії.

Існує кілька способів побудови окружності в ізометрії. На практиці еліпс замінюють близьким до нього овалом.

Спосіб 1.

1. Будують ромб зі стороною, що дорівнює діаметру окружності (рис. 14.10). Для цього через точку O проводять ізометричні осі x та y

і на них з точки O відкладають відрізки, що дорівнюють радіусу окружності. Через точки a, b, c і d проводять прямі, паралельні осям, отримують ромб.

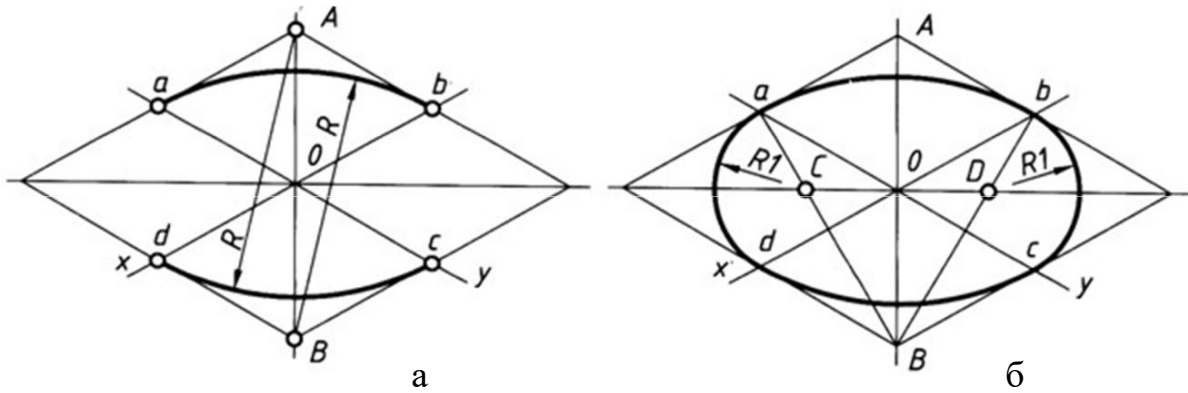


Рис. 14.10

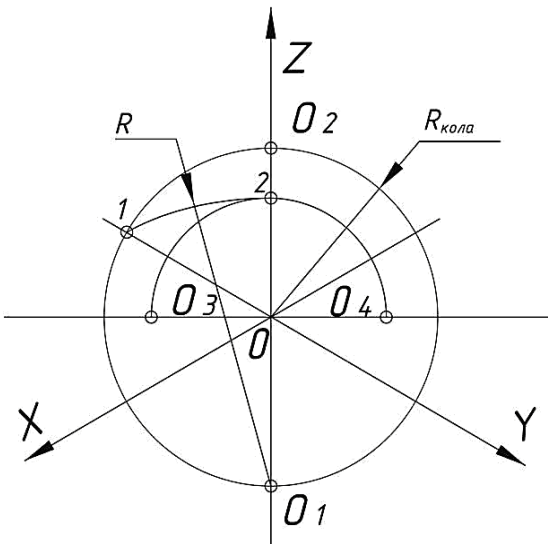


Рис. 14.11

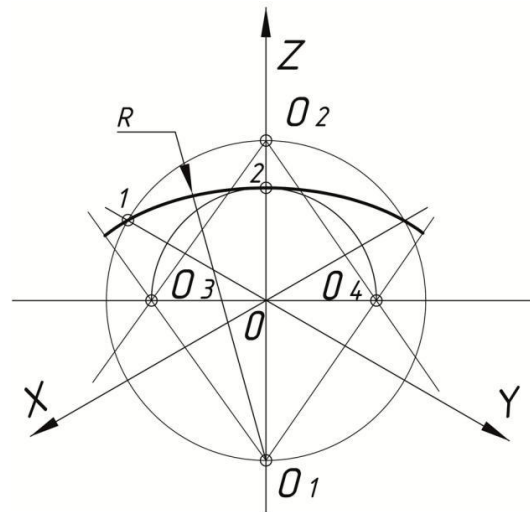


Рис. 14.12

2. Вписують в ромб овал. Для цього радіусом $B=Ad=Ac=Ba=Bb$ з вершин, що лежать навпроти великої діагоналі до середини протилежної сторони, описують дуги (рис. 14.10. а).

3. З вершин, що лежать навпроти великої діагоналі A, B проводять відрізки до середини протилежної сторони. На перетині цих відрізків і великої діагоналі утворились точки C і D . Далі проводять малі дуги радіусом $R_1 = Ca = Cd = Db = Dc$ (рис. 14.10. б).

Спосіб 2.

1. Будують допоміжну окружність радіусом, що відповідає натуральній величині заданого кола $R_{\text{кола}}$, та позначають точки O_1 та O_2 на осі Z – центри великих дуг еліпса, та точку 1 – на перетині окружності з віссю Y (рис. 14.11.).

2. З точки 1 до точки 2 будують дугу окружності радіусом R . Ставлять ніжку циркуля в точку O , та побудувавши дугу радіусом $O-2$, позначають точки O_3 та O_4 – центри малих дуг еліпса (див. рис. 14.11.)
3. Проводять чотири промені з точок O_1 та O_2 через точки O_3 та O_4 (рис. 14.12.).
4. З точок O_1 та O_2 будують великі дуги еліпса радіусом R , що обмежуються точками $3-4$ та $5-6$ (див. рис. 14.12.)
5. Закінчують побудову еліпса малими дугами радіусом r , з точки O_3 від 3 до 5 , та з точки O_4 від 4 до 6 (рис. 14.13.).

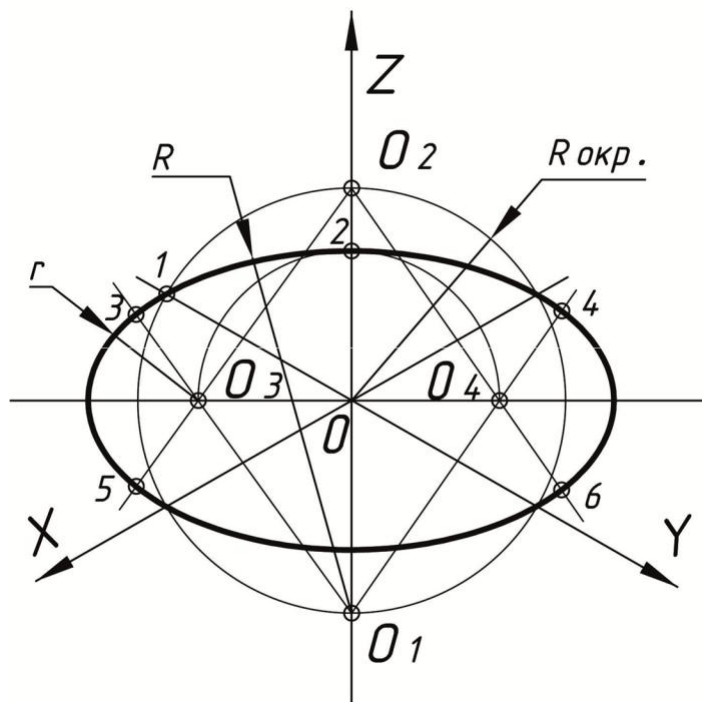


Рис. 14.13

Побудова окружності в діаметрії.

1. Для побудови еліпса, що відповідає в прямокутній діаметрії окружність радіусом $R_{\text{кола}}$, проводять осі та горизонтальну лінію (рис. 14.14). З точки O , як з центра, проводять окружність заданого радіусу $R_{\text{кола}}$ та визначають точки 1 і 3 перетину з віссю X . На осі Z відкладають від O в обидва боки відстані, рівні $2R_{\text{кола}}$. Позначають центри O_1 і O_2 для великих дуг еліпса.

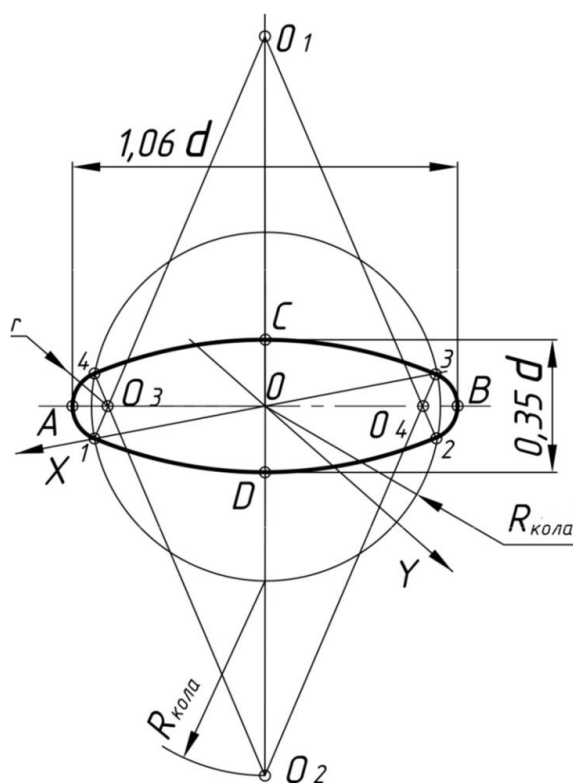


Рис. 14.14.

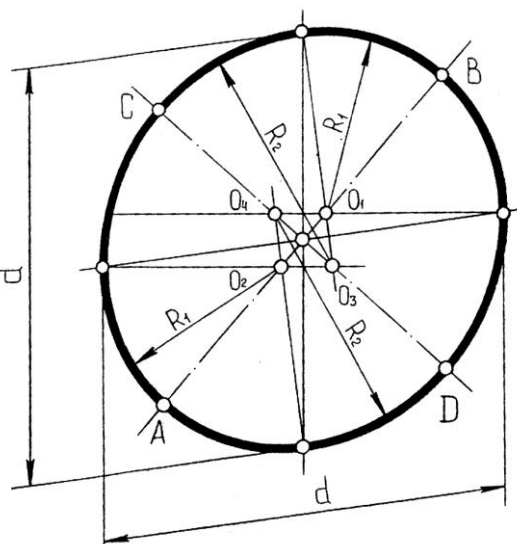


Рис. 14.15.

2. З'єднують прямими лініями точки O_1 і 1 та O_2 і 3 . На перетині з великою віссю еліпса позначають точки O_3 і O_4 (центри малих дуг еліпса).
3. Будують точки симетричні точкам 1 і 3 відносно горизонтальної лінії, що проходить через точку O (точки 4 і 2).
4. Проводять з центрів O_1 та O_2 дуги радіусами O_1D і O_2C від точок 1 і 2 та 3 і 4 відповідно.
5. Для замикання еліпса з'єднують радіусом r з центрів O_3 і O_4 точки 1 та 4 і 2 та 3 .

В результаті одержують еліпс з величиною малої осі $CD = 0,35d$ і великої осі $AB = 1,06d$.

Побудову фронтального зображення овалу в прямокутній диметрії представлено на рис. 14.15.

Для побудови чотириохкутного овалу назначають центр O через який проводять осі X, Y, Z в прямокутній диметричній проекції. На перетинах відповідним радіусом окружності з осями X та Z отримаємо точки на осях. Велику вісь A, B , яка дорівнює коефіцієнту спотворенню $1,06$ від заданого діаметру, розташовуємо перпендикулярно осі Y . Через точки отриманих на осі X проводять горизонтальні лінії до перетину з віссю Y і лінією A, B . Таким чином

визначаються чотири центри за допомогою яких проводять дуги овалу.

Через точки O_1 і O_2 проводять дуги радіусом R_1 , а через точки O_3 і O_4 радіусом R_2 . Малій осі овалу C,D коефіцієнт спотворення дорівнює $0,94$.

Побудова аксонометричної проекції правильного шестикутника.

По осі X вправо і вліво від точки O (рис. 14.16) відкладають відрізки, рівні стороні шестикутника X_1 (точки 1 і 4). По осі Y симетрично точці O відкладають відрізки Y_3 , рівні половині відстані між протилежними сторонами шестикутника (для фронтальної діаметричної проекції ці відрізки зменшують удвічі). Від точок M і N , отриманих на осі Y , проводять вправо і вліво паралельно осі X відрізки, рівні половині сторони шестикутника X_5 (точки $2, 3, 5$ і 6). Отримані точки з'єднують відрізками прямих.

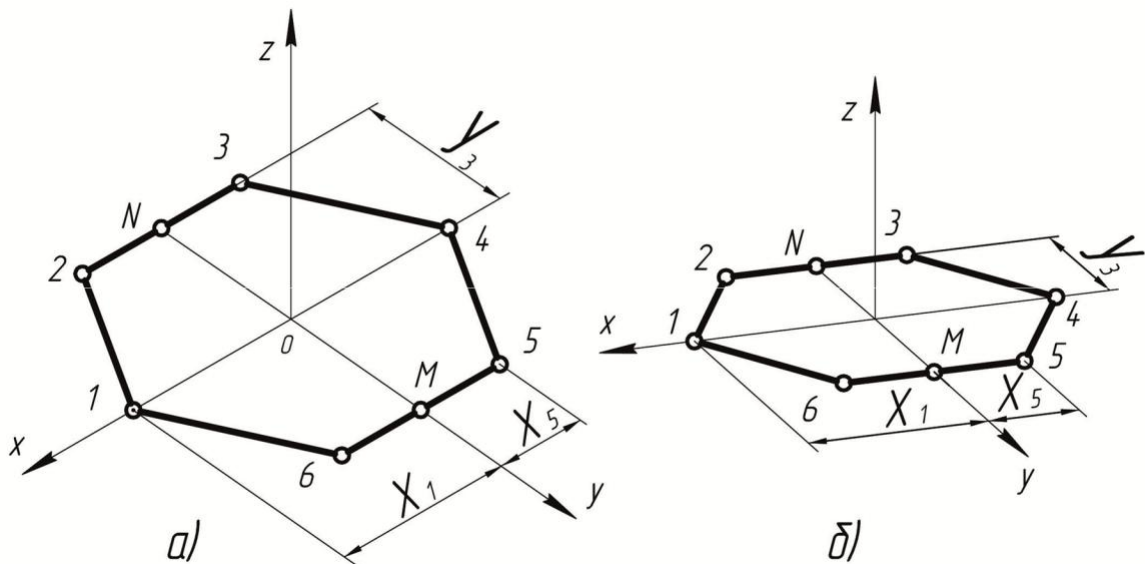


Рис. 14.16

Порядок виконання аксонометричних проекцій.

В більшості випадків деталь слід креслити в прямокутній ізометричній або прямокутній діаметричній проекції. Вибір проекцій залежить від форми зображуваної деталі. Найпростіше будувати деталь в ізометричній проекції, так як спотворення по всіх трьох осях в ізометрії однакові, але якщо деталь містить форму чотирикутної призми або має чотирикутний отвір, то цей елемент буде в ізометрії не

наочний, тому для таких деталей краще вибрати прямокутну діаметричну проекцію (рис. 14.17).

Слід підкреслити, що при всіх інших рівноцінних умовах діаметричні проекції сприймаються більш природно, ніж ізометричні. Однак побудова діаметричних проекцій більш трудомістка. Побудову аксонометричних проекцій починають з проведення аксонометричних осей.

Осі ізометричної проекції X і Y розташовані під кутом 30° до горизонтальної лінії (кут 120° між осями). Побудову осей зручно проводити за допомогою кутника з кутами 30° , 60° і 90° .

При побудові діаметрії по осях X і Z (і паралельно їм) відкладають справжні розміри; по осі Y (і паралельно їй) розміри скорочують в 2 рази, звідси і назва "діаметрія", що в перекладі з грецької мови означає "подвійний вимір".

При побудові ізометричної проекції по осях X , Y , Z і паралельно їм відкладають справжні розміри предмета, звідси і назва "ізометрія", що в перекладі з грецької мови означає "рівні виміри".

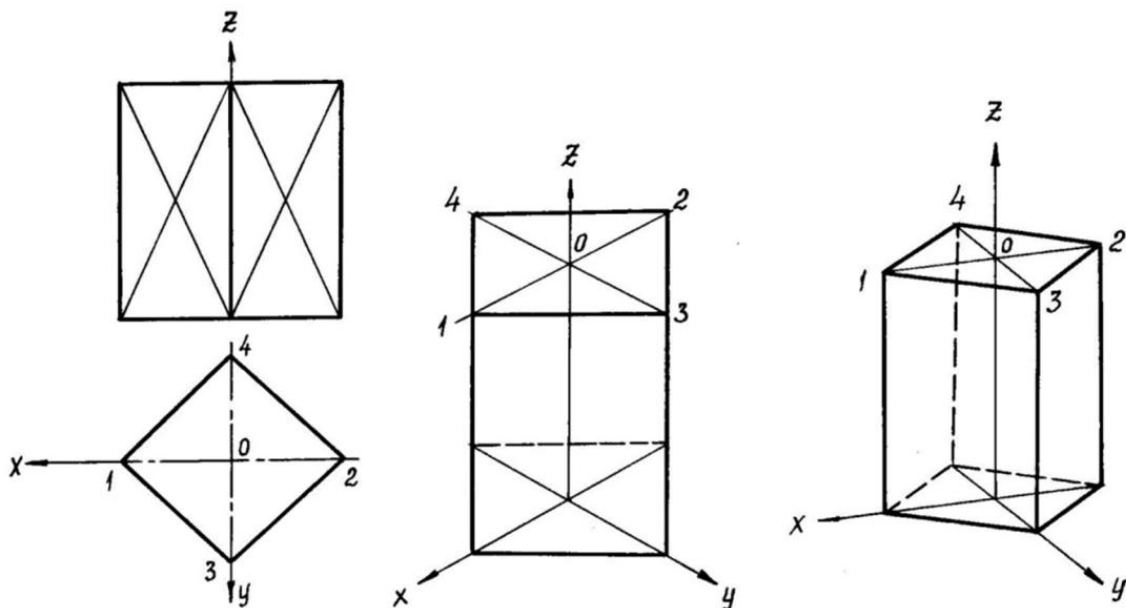


Рис. 14.17.

Умовності і нанесення розмірів.

Лінії штрихування перерізів в аксонометричних проекціях наносять паралельно одній з діагоналей проекцій квадратів, що лежать у відповідних координатних площинах, сторони яких паралельні аксонометричним осям (рис. 14.18.).

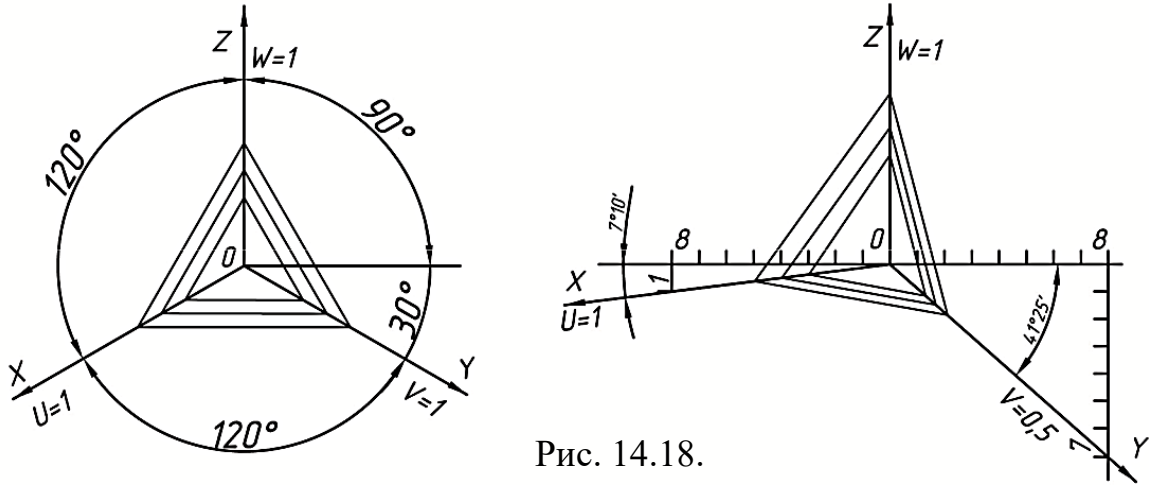


Рис. 14.18.

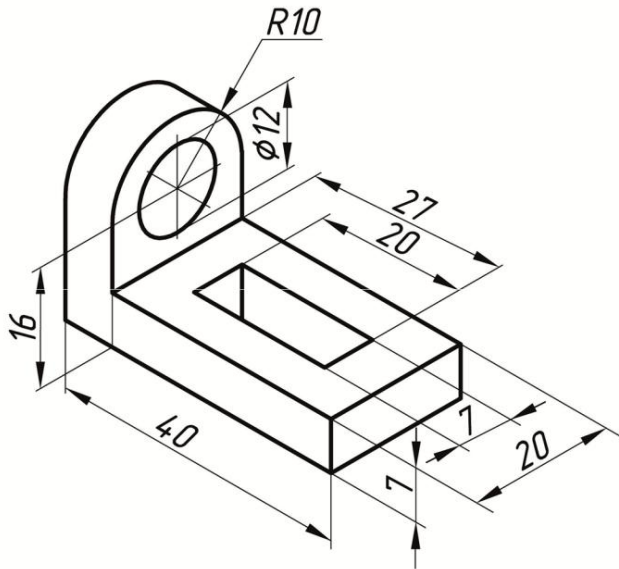


Рис. 14.19

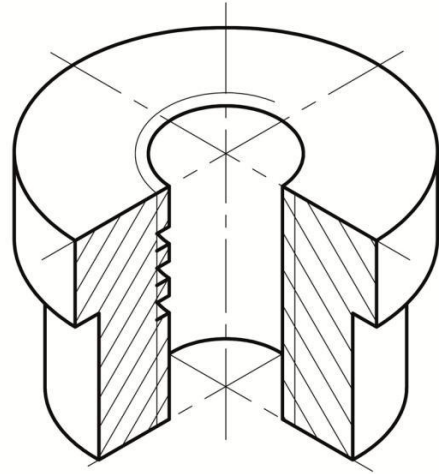


Рис. 14.20

При нанесенні розмірів виносні лінії проводяться паралельно аксонометричним осям, розмірні лінії – паралельно вимірюваному відрізку (рис. 14.19).

У розрізах на аксонометричних проекціях спиці маховиків і шківів, ребра жорсткості і подібні елементи штрихують (див. рис. 14.2).

При виконанні в аксонометричних проекціях зубчастих коліс, рейок, черв'яків і подібних елементів допускається застосовувати умовності по ГОСТ 2.402-68.

В аксонометричних проекціях різьбу зображують по ГОСТ 2.311-68. Допускається зображати профіль різьби повністю або частково, як показано на рисунку 14.20.

В необхідних випадках допускається застосовувати інші теоретично обґрунтовані аксонометричні проекції.

Питання для самоперевірки.

1. Як штрихуються аксонометричні перерізи?
2. Які види аксонометричних проекцій ви знаєте?
3. Під яким кутом розташовуються осі в ізометрії?
4. Яку фігуру представляє ізометрична проекція окружності?
5. Охарактеризуйте прямокутну ізометричну проекцію.
6. Охарактеризуйте прямокутну діаметричну проекцію.
7. Які прийняті коефіцієнти спотворення по осям X , Y , Z для побудови діаметричної проекції?
8. Під якими кутами розташовані вісі в діаметрії?

ТЕМА 15. РІЗЬБОВІ ВИРОБИ ТА РОЗНІМНІ З'ЄДНАННЯ.

15.1. Загальні відомості про різьбу. Термінологія.

В техніці для з'єднання деталей машин широко застосовують різьби. В основі утворення різьби лежить принцип отримання гвинтової лінії. Якщо в патроні токарного станка закріпити циліндр і підвести до нього різець, то при рівномірному обертанні циліндра та рівномірному–поступовому переміщенні різця кінець його окреслить на поверхні циліндра гвинтову лінію (рис. 15.1).

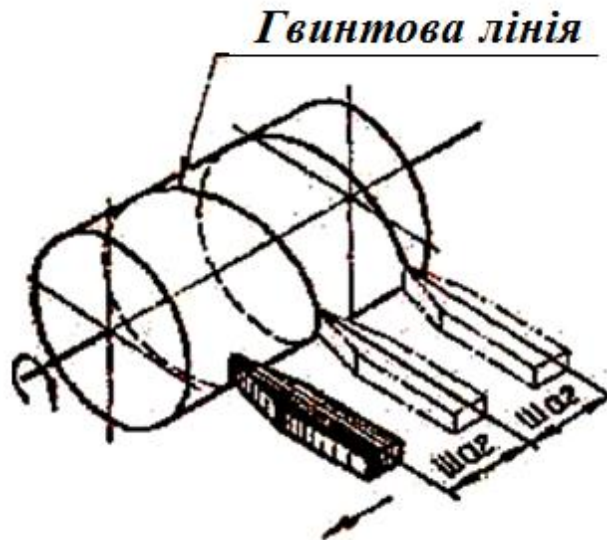
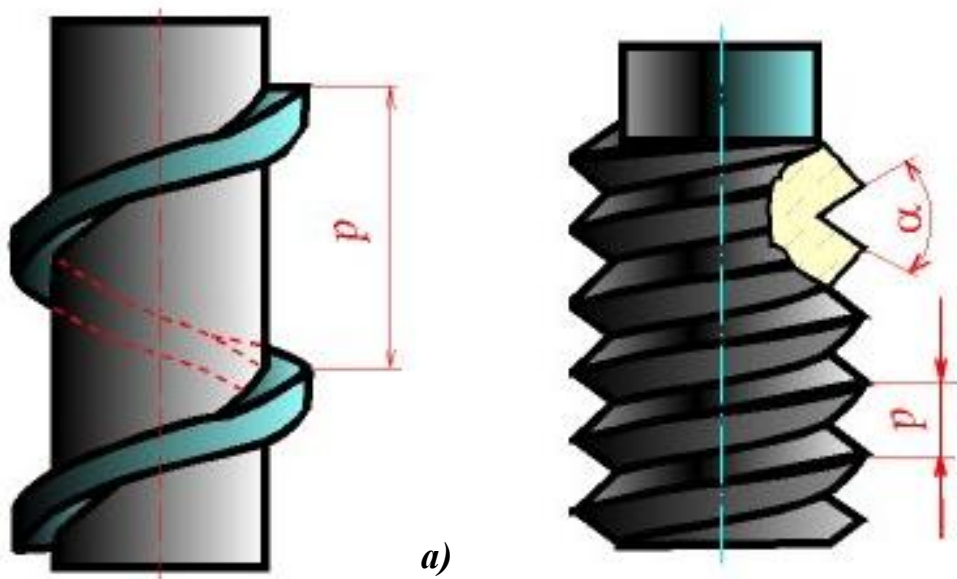


Рис.15.1

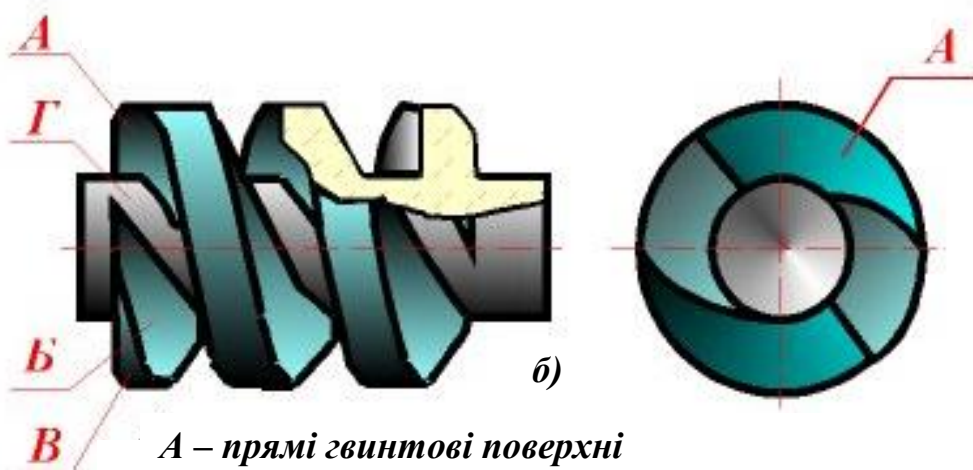
Циліндрична гвинтова лінія – це просторова крива, утворена рівномірним рухом точки по твірній циліндра в той час, як ця твірна рівномірно обертається навколо осі циліндра.

Різьба утворюється при гвинтовому переміщенні деякої плоскої фігури, яка задає так званий профіль різьби (рис.15.2) і розташована в одній площині з віссю поверхні обертання (віссю різьби) - циліндричної, конічної, по якій профіль звершує свій рух. Частину різьби, яка утворюється при одному повороті профілю навколо осі, називають витком. При цьому усі точки профілю переміщуються паралельно осі на одну й ту ж величину, яка називається ходом різьби.

Різьбу, що утворена рухом одного профілю, називають однозаходною (15.2 а), яка утворена рухом двох, трьох та більш однакових профілів – багатозаходною (15.2 б). Кроком різьби P називають відстань між сусідніми однойменними боковими сторонами профілю в напрямку паралельному осі різьби.



Гвинт з правою двоох заходною різьбою



*A – прями гвинтові поверхні
 Б – косі гвинтові поверхні
 В та Г – циліндричні поверхні*

Рис.15.2

У однозаходній різьби хід дорівнює кроку (рис.15.2, а), у багатазаходній хід доповнює кроку, помноженому на число витків (рис.15.2, б).

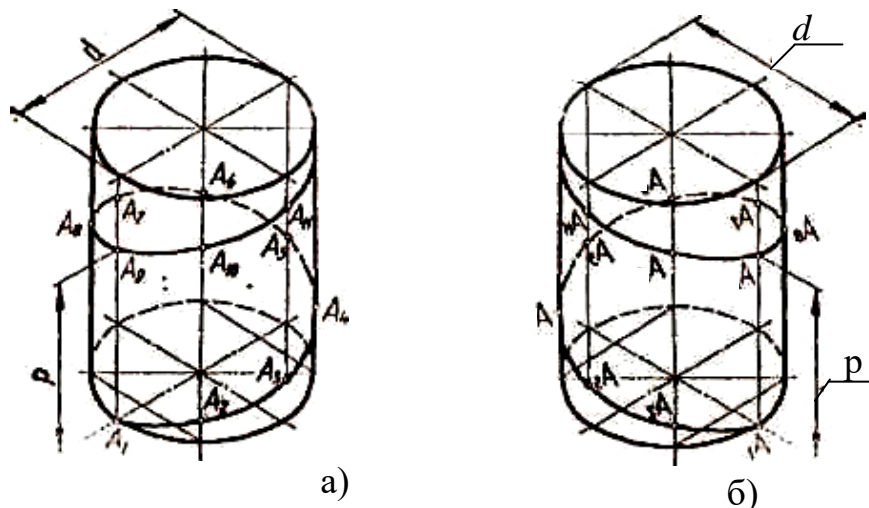


Рис.15.3 Напряг гвинтової лінії а) – правий, б) – лівий

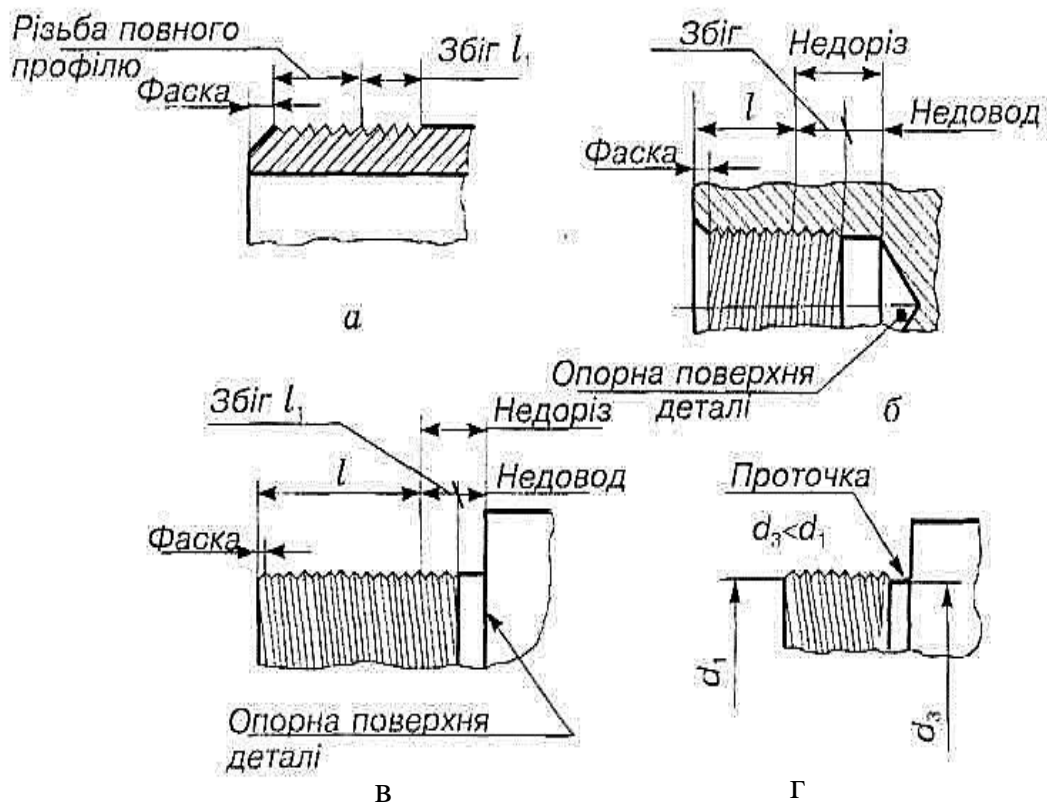


Рис. 15.4 Різьба зовнішня та внутрішня.

Гвинтова лінія буває правою та лівою, тому різьба утворюється правою та лівою, якщо вісь різьби розташовувати

вертикально перед спостерігачем, то у правій різьбі видимі витки піднімаються зліва направо (рис. 15.3. а), а у лівій – справа наліво (рис. 15.3. б). Переважно використовується права різьба, тому на кресленні обумовлюють ліву, та додають до позначення різьби літери **ЛН** згідно ГОСТ 8724-81 "Різьба метрична, діаметри та кроки".

Різьбу виготовляють або ріжучим інструментом з відокремленням шару матеріалу, або накатом шляхом видавлювання. При виведенні інструменту з матеріалу різьба утворює так званий збіг різьби. Довжиною різьби називається довжина ділянки поверхні, на якій утворена різьба, яка включає збіг різьби та фаску. Як правило, на кресленні вказують тільки довжину різьби з повним профілем (рис.15.4, а,б). Якщо різьбу виконують до деякої поверхні, яка не дозволяє переміщувати різьбоутворюючий інструмент до упору до неї, то утворюються так званий недовід різьби (рис. 15.4, в,г). Збіг плюс недовід утворюють так званий недоріз різьби.

Якщо потрібно виконувати різьбу повного профілю, без збігу, то для виведення різьбоутворюючого інструменту робиться проточка, діаметр якої для зовнішньої різьби потрібен бути ненабагато менше внутрішнього діаметру різьби, а для внутрішньої різьби - ненабагато більше зовнішнього діаметру різьби (рис.15.5). (Розміри фасок, збігу та проточок стандартизовані (дивись ГОСТ 10549-80)). Більш докладні зведення можна знайти в ГОСТ 11708-82 ("Різьби. Основні визначення").

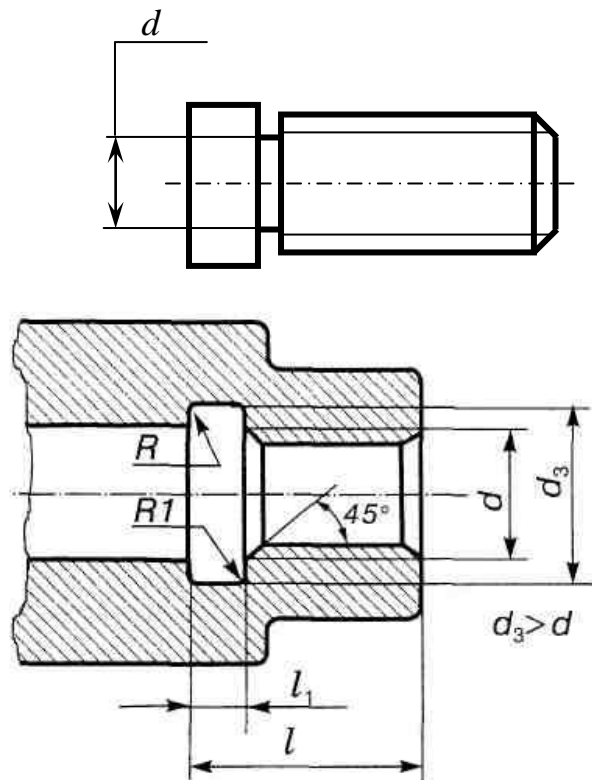


Рис.15.5 Виконання повного профілю різьби

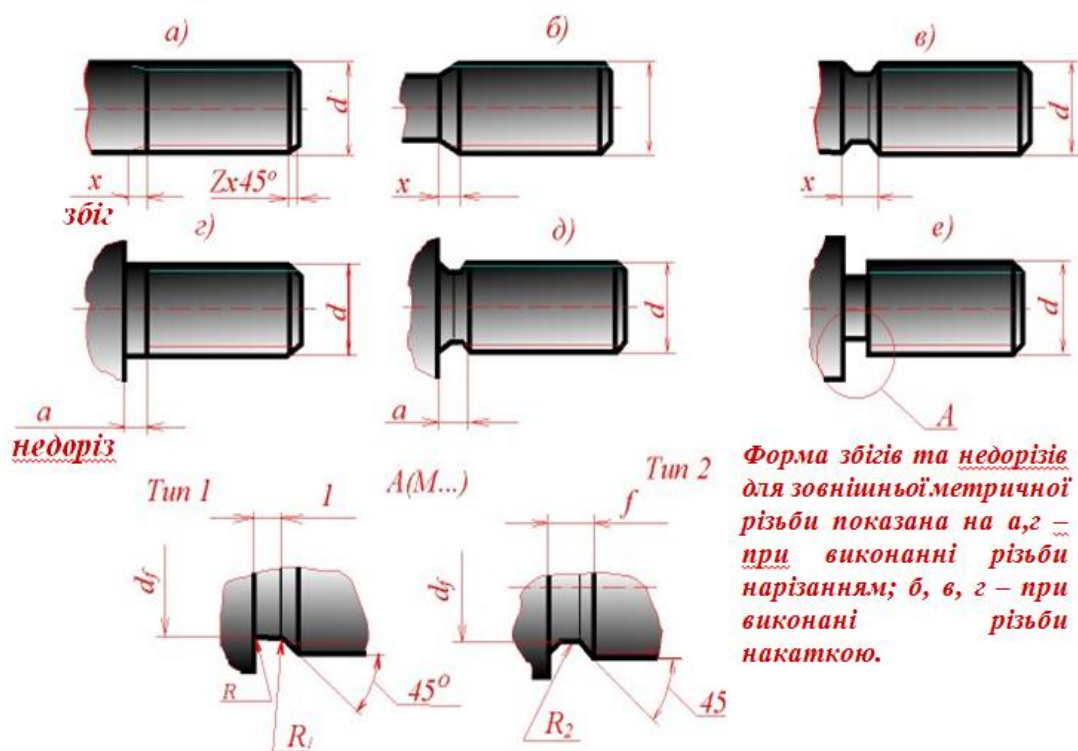


Рис. 15.6. Форма проточок для зовнішніх метричних різьб.

15.2. Зображення різьби

На кресленні різьбу зображують умовно, не залежно від профілю різьби, а саме: різьбу на стержні - суцільними основними лініями по зовнішньому діаметру різьби та суцільними тонкими по внутрішньому на всю довжину різьби, включаючи фаску. На видах, що одержані проєкціюванням на площину, яка перпендикулярна до осі стержня, по внутрішньому діаметру різьби проводить дугу суцільною тонкою лінією, що приблизно дорівнює $3/4$ окружності та розмікнену в будь-якому місці. На зображеннях різьби в отворі суцільні основні та суцільні тонкі лінії як би міняються місцями (рис. 15.7).

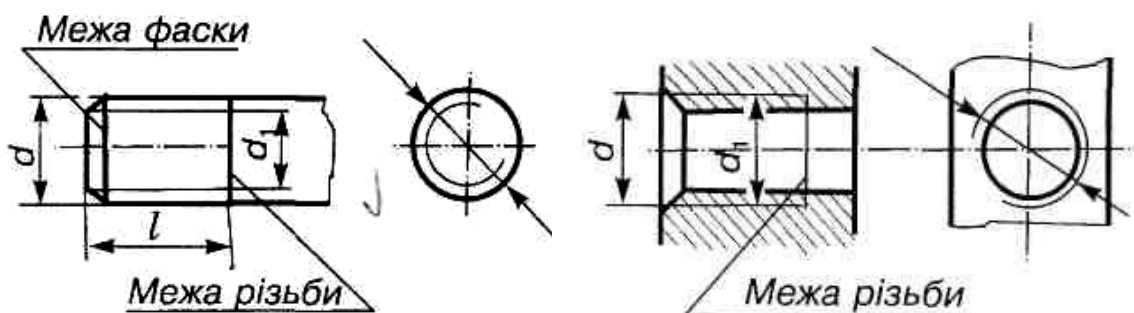


Рис.15.7 Зображення різьби на кресленні

Фаски на стержні та в отворі з різьбою, які не мають спеціального конструкторського призначення, у проекції на площину, яка перпендикулярна до осі стержня або отвору, не зображують.

Межу різьби на стержні та в отвору проводять у кінці повного профілю різьби, до збігу, основною лінією (або штриховою якщо

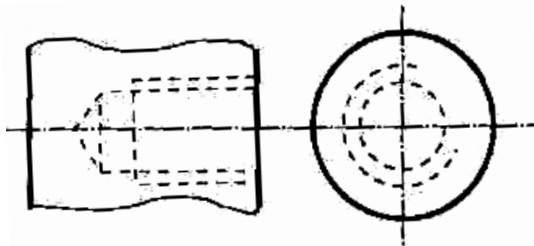


Рис.15.8 Зображення різьби на кресленні.

різьба зображена як невидима (рис.15.8)), котру проводять до ліній зовнішнього діаметра різьби.

Відстань між лініями, що зображують зовнішній та внутрішній діаметри різьби, згідно ГОСТ 2.303-68, не

повинно бути менш 0,8 мм та більше кроку різьби. Збіг різьби зображується тонкою лінією, яку проводять приблизно під кутом 30 до осі різьби.

На кресленнях за якими різьбу не виконують, різьбу у глухому різьбовому отворі (гнізді) допускається умовно зображати, як показано на рис. 15.9 б) і в).

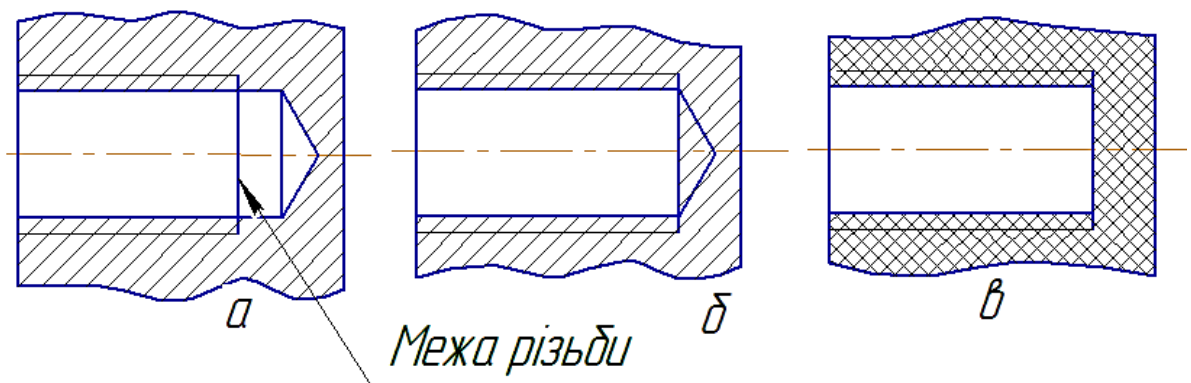


Рис. 15.9 Умовне зображення різьби

Слід твердо запам'ятати правило: в різьбових з'єднаннях, зображених в розрізі, різьба стержня закриває різьбу отвору (рис.15.10).

Звернути увагу на те, що на розрізах штрихування доводиться до суцільних основних ліній. Більш докладні зведення про зображення різьби дивись у ГОСТ 2.311-68.

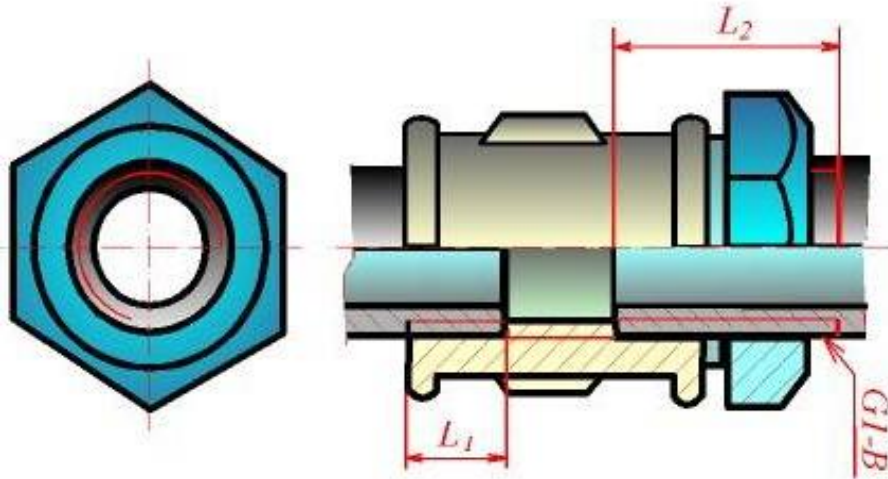


Рис.15.10 Штриховка з'єднаних деталей.

15.3. Позначення різьби.

Таблиця 15.1

Тип різьби	Умовне позначення типу різьби	Параметри різьби, які вказують на кресленку	Приклади позначення різьби на кресленку
Метрична з крупним кроком (60°)	M	Зовнішній діаметр, поле допуску, букви LH для лівої різьби	Зовнішньої: M8-6g Внутрішньої: M8-7H Лівої різьби: M8LH-6g, M8LH-6H
Метрична з дрібним кроком (60°)		Зовнішній діаметр, шаг, поле допуску, букви LH для лівої різьби	Зовнішньої: M8*1-6g Внутрішньої: M8*1-6g Лівої різьби: M8*1LH-6g, M8*1LH-6H
Трапецеїдальна багатозахідна (30°)	Tr	Зовнішній діаметр, хід у скобках, буква P та числове значення кроку, букви LH для лівої різьби, поле допуску	Зовнішньої: Tr20*8 (P4)-8l Внутрішньої: Tr20*8(P4)-8H Лівої різьби: Tr20*8(P4) LH-8l Tr20*8(P4) LH-8H
Упорна (33°)	S	Зовнішній діаметр, крок, букви LH для лівого різьблення, поле допуску	S80*10-7h S80*10 LH-7H
Трубна циліндрична (55°)	G	Позначення розміру різьби, клас точності, букви LH для лівої різьби	G1-A G1-B G1 LH-A G1 LH-B

Стандартні різьби підрозділяють на різьби загального призначення та спеціальні. У свою чергу, різьби загального призначення підрозділяються на кріпильні (рис.15.11 а,б,в) та ходові (кінетичні, рис. 15.11г,д). До спеціальних різьб відносять, наприклад, різьбу круглу для цоколя та патронів електроламп, різьбу круглу для санітарно-технічної арматури та ін.

У табл. 15.1 приведені умовні позначення різьб загального призначення по ГОСТ 16093-81.

Прямокутна різьба не стандартизована. При її застосуванні на кресленні вказують усі необхідні для виготовлення розміри (рис.15.11 е).

Слід запам'ятати, що метричну різьбу виконують з великим кроком (єдиним для даного діаметра різьби) та дрібними кроками, яких для даного діаметра різьби може бути декілька. Наприклад, для діаметра різьби $d=20$ мм великий крок завжди дорівнює 2,5 мм, а дрібний може дорівнювати 2; 1,5; 1; 0,75; 0,5 мм, тому в позначенні метричної різьби великий крок не вказують, а дрібний вказують обов'язково. Діаметр та кроки метричної різьби установлені ГОСТ 8724-81.

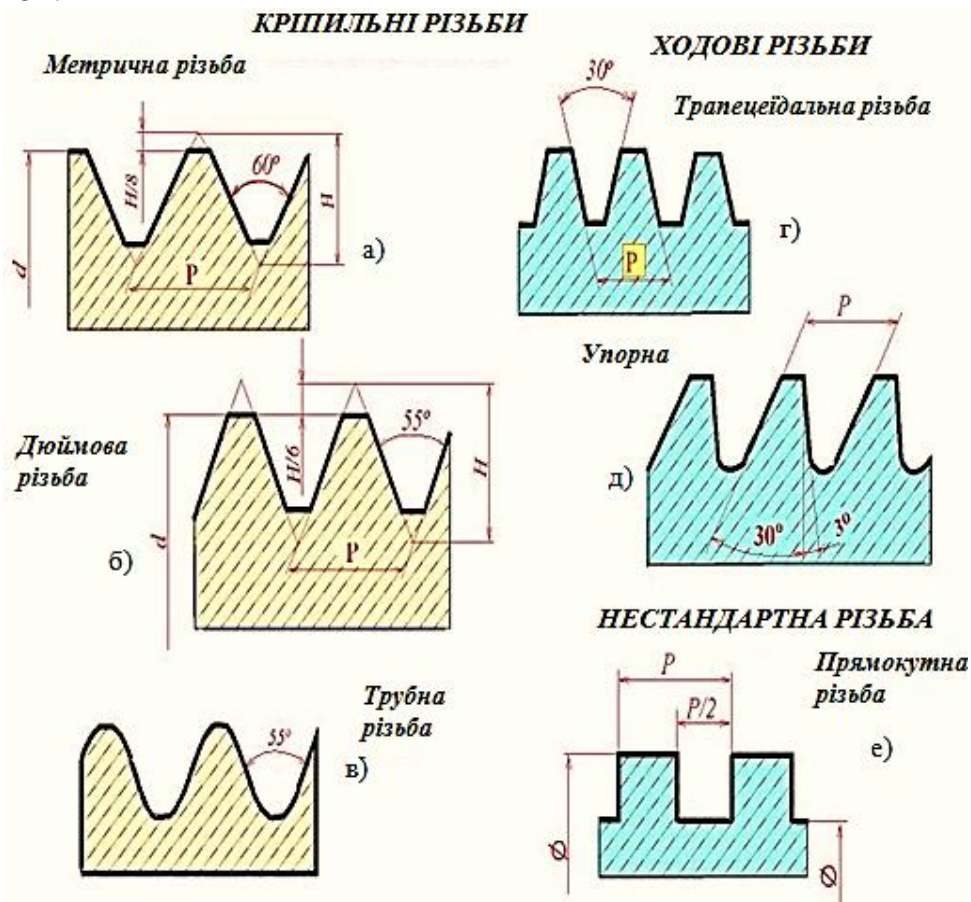


Рис 15.11 Профілі різьб.

В позначеннях різьби завжди вказують зовнішній діаметр різьби: його можна наносити згідно з будь – яким варіантом з числа поданих ГОСТ2.307–68.

Якщо для метричної різьби позначення діаметра різьби відповідає її зовнішньому діаметру (без урахування допущень), то у трубної різьби її діаметр позначають умовно, наприклад **G1**, що відповідає трубі, яка має умовний прохід (внутрішній діаметр труби), що дорівнює ≈ 25 мм, тобто **1'**. Зовнішній же діаметр трубної різьби **1'** дорівнює 33,25 мм, тобто більше на дві товщини стінки, тому позначення трубної циліндричної (та конічної) різьби здійснюється лінією – виноскою з однією стрілкою та полицею.

15.4. Класифікація різьб, які застосовуються у техніці.

В техніці переважно застосовують стандартні різьби, але в особливих випадках допустимо використовувати різьби з нестандартними параметрами.

Кріпильна та кріпильно–ущільнювальна різьби призначені для рознімного нерухомого з'єднання деталей виробу.

Різьби для передачі руху (ходової) застосовуються для рознімного рухомого з'єднання деталей. Їх використовують для передачі обертання (черв'ячне колесо у парі з черв'яком), а також для перетворення обертального руху в поступальний (вантажні гвинти вантажопідйомних механізмів, ходові гвинти металорізальних верстатів).

15.5. Кріпильні вироби. Позначення кріпильних виробів.

До кріпильних виробів відносяться: болт, гайка, шпилька, гвинт, шайба, шплінт, штифт, з'єднувальні вироби з різьбою для трубопроводів.

15.5.1. Структура позначення кріпильних виробів (рис.15.12).

Пояснення до рисунку 15.12: між пп 1 та 2, 2 та 3, 10 та 11 залишають проміжки, які дорівнюють ширині прописної літери даного розміру шрифту.



Рис.15.12 Структура умовного позначення кріпильних

Між поз. 3 та 4 ставлять знак помноження за ГОСТ 2.304-81, між поз. 4 та 5 вказують поле допуску та ставлять за ГОСТ 2.304-81

дефіс (риска); між поз. 5 та 6 (якщо відсутні поз. 4 та 5, то між поз. 3 та 6) ставлять знак помноження. У гайок, звичайно, параметр відсутній. Між поз. 6 та 7, 7 та 8, 8 та 9 посередині проміжків ставлять чіткі крапки.

Поле допуску, яке установлює величину зазору між різьбою на стержні (болта, гвинта, шпильки) та в отворі (гайки), вибирають за ГОСТ 16093-81.

Установлені слідуючи поля допуску:

- для різьби на стержні - **4h, 6h, 6g, 6e, 6d, 8g, 8h**;
- для різьби в отворі - **4H, 5H, 6H, 6G, 7H, 7G**.

Клас міцності для болтів, гвинтів, шпильок вибирають з ряду

3.6; 4.6; 4.8; 5.6; 5.8; 6.6; 6.8; 6.9; 8.8 та ін.

При зазначенні класу міцності в позначенні різьбового виробу крапки між цифрами не ставлять, тобто пишуть **36** замість **3.6**; **46** замість **4.6** та т.д.

На навчальних креслениках, які виконуються в курсі "Нарисна геометрія та інженерна графіка", допускається умовно приймати, що болти, гвинти, шпильки вироблені з вуглецевої сталі класу міцності **5.8** (в позначенні пишеться **58**), а гайки - з тієї ж сталі класу міцності **5**, що різьба виконана з полем допуску **6g** для болтів, гвинтів та шпильок та **6H** для гайки та що вони не підлягали захисним (антикорозійними) або декоративним покриттям.

15.5.2. Види кріпильних виробів.

15.5.2.1. Болт являє собою циліндричний стержень, на однім кінці якого мається головка, а на іншому кінці – різьба (рис.13.13). По характеру обробки болти бувають з підвищеною точністю; болти, які оброблені кругом та з нормальною точністю, у яких оброблені лише опорна частина головки та кінець болта.

Найбільш широке застосування мають болти з шестигранною головкою. За конструкцією вони діляться на болти: – без шплінтового отвору в стержні (виконання 1) (рис. 15. 13); – із шплінтовим отвором в стержні (виконання 2); – з двома наскрізними отворами у головці (виконання 3).

15.5.2.2. Гайка - деталь, яка має отвір з різьбою для нагвинчування на болт або шпильку.

Стандартні гайки по формі виробляють шестигранні, квадратні, прорізнi, корончаті, круглі та гайки - барашки. За обробкою гайки діляться на нормальні та підвищеної точності. Шестигранні гайки по висоті розділяють на нормальні, низькі, високі та особливо високі. За конструкцією шестигранні гайки ділять: на гайки з двома фасками

– виконання 1 (рис.15.14, а), з однією фаскою – виконання 2 (рис.15.14, б).

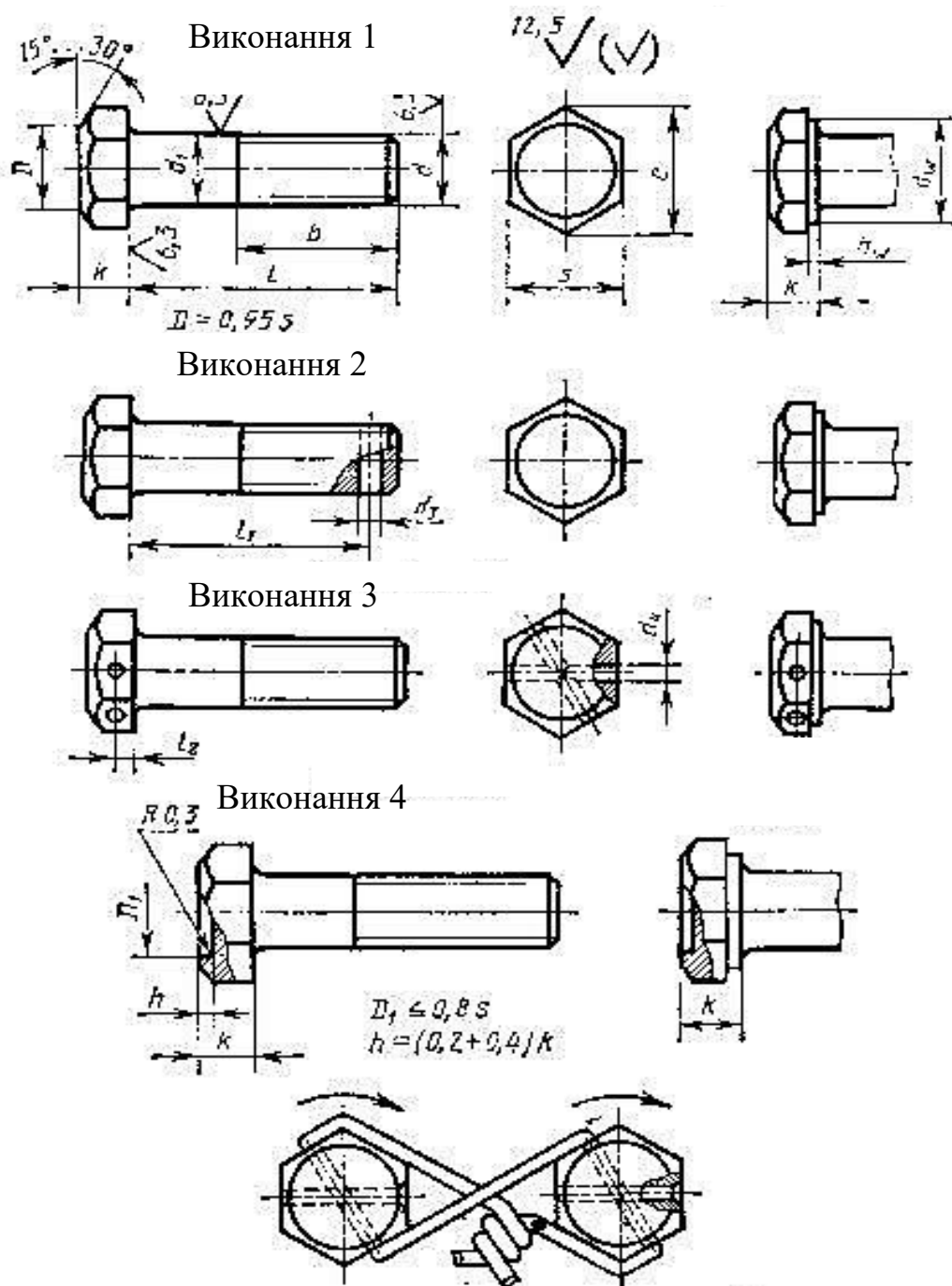


Рис. 15.13. Зображення болтів.

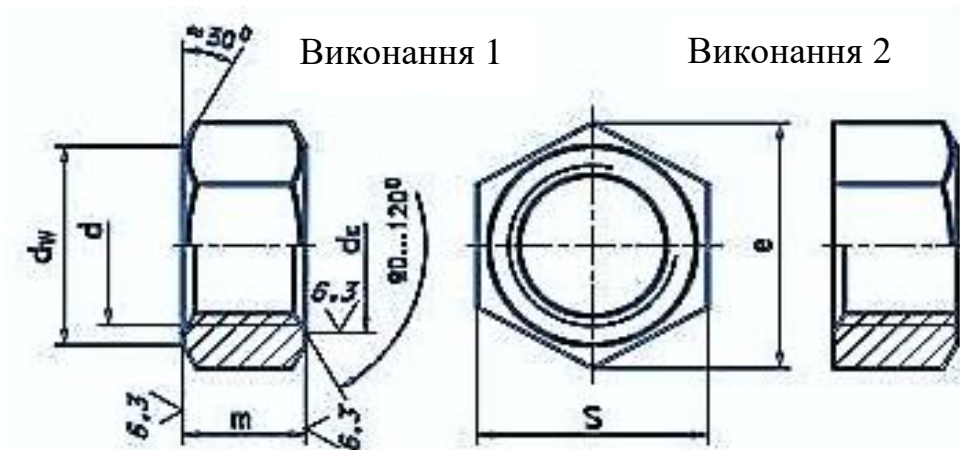


Рис. 15.14. Зображення гайки

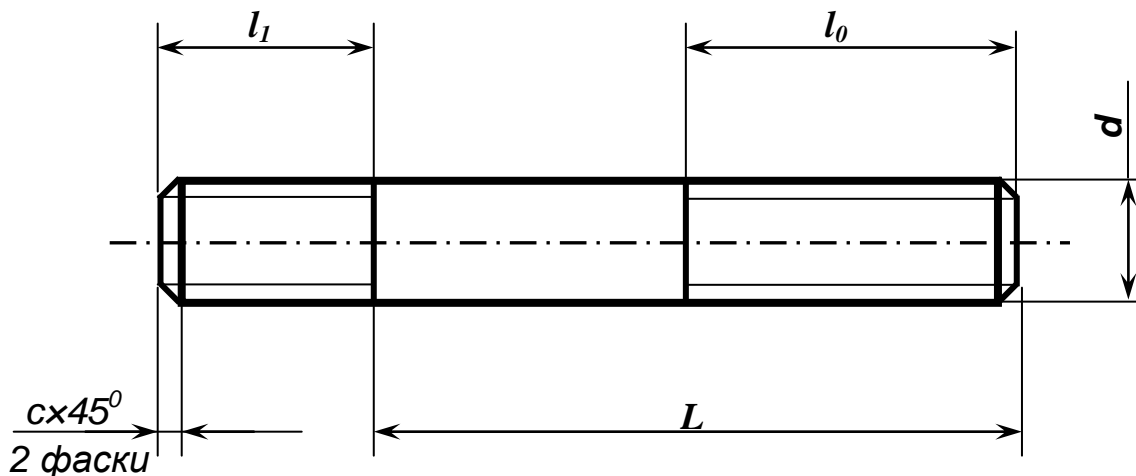


Рис.15.15 Зображення шпильки.

15.5.2.3. Шпилька являє собою стержень з різьбою на обох кінцях.

Шпильки підрозділяються на шпильки загального застосування та шпильки двосторонні для фланцевих з'єднань.

Шпильки загального застосування призначені для деталей як з різьбовими, так і з гладкими отворами.

Шпильки випускають класів точності **A** та **B**.

Основні розміри шпильок загального застосування:

d - номінальний діаметр різьби;

d - діаметр стержня;

L - довжина шпильки;

l_1 - довжина різьби на шпильці під гайку (довжина гасцяного кінця);

l_0 - довжина різбового кінця, який угвинчують у деталь, залежить від матеріалу деталі, з якою з'єднується шпилька);

P - крок різьби.

15.5.2.4. Гвинт - різбовий виріб, який являє собою стержень з головкою різної форми та різбою для вгвинчування в одну із деталей, які з'єднуються. У залежності від призначення гвинти бувають: кріпильні (рис.15.15...15.17) та настановні (рис.15.18).

Настановні гвинти служать для фіксації деталей при складанні та регулювань зазорів.

Від кріпильних гвинтів вони відрізняються тим, що їх стержень нарізано повністю та має натискувальний кінець, який входе у поглиблення деталі.

Приклад умовного позначення:

Гвинт настановний з прямим шліцом та конічним кінцем, діаметром різьби $d=12$ мм, дрібним кроком різьби, полем допуску $6g$, довжиною $l=25$ мм, клас міцності 4.8 , без покриття.

Гвинт ВМ 12x1-6gх25.48 ГОСТ 1476-84

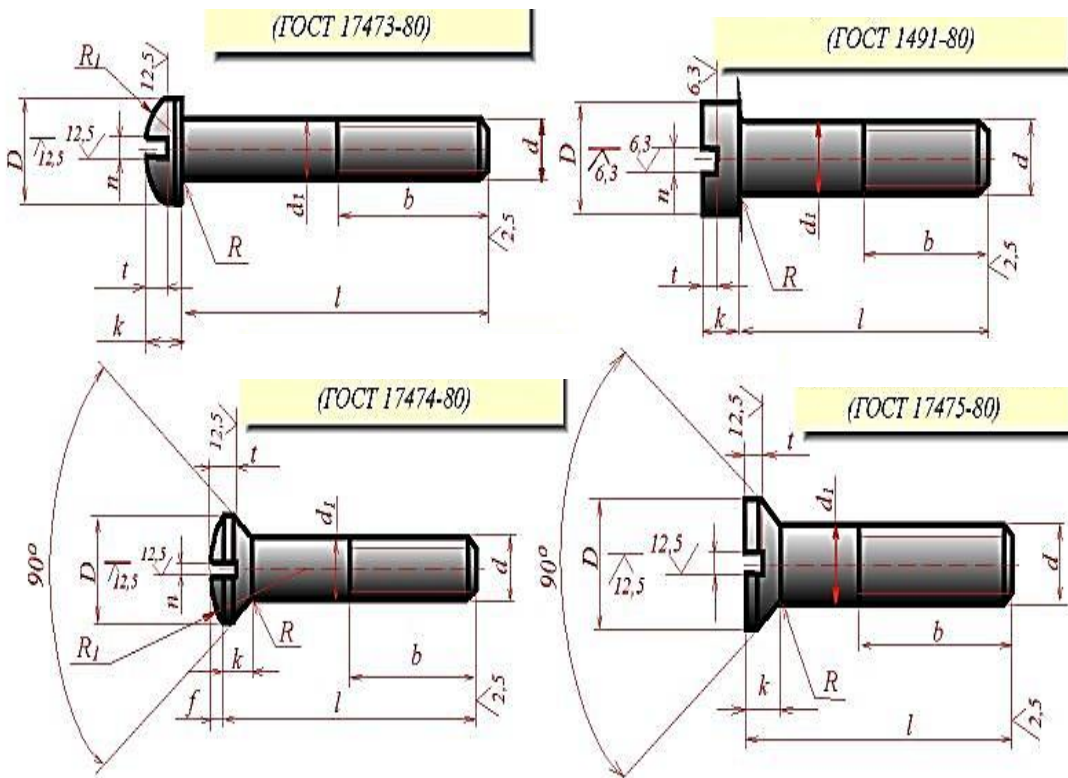


Рис.15.15 Зображення гвинтів.

15.5.2.5. Шайба - це цільна або розрізна пластина з круглим отвором, яку встановлюють під гайку або головку болта.

Розрізняють шайби круглі, стопорні, пружинні та ін.

15.5.2.6. Шплінти.

Шплінтом називається пруток або кусок дроту, який пропускають крізь радіальний отвір деталі (гайки, болта, вала та т.п.), призначений для їх взаємного фіксування.

Приклад умовного позначення шплінта з умовним діаметром 5мм, довжиною 28 мм, із низько вуглецевої сталі без покриття:

Шплінт 5x28 ГОСТ 397-79*

15.5.2.7. Штифти.

Штифти являють собою сталі оброблені циліндричні, конічні або фасонні стержні круглого перерізу, які призначені для точного установлення з'єднаних деталей у визначеному положенні відносно одна одної. Штифти бувають циліндричними та конічними.

Конічні штифти на відміну від циліндричних, можна використовувати багаторазово без погіршення точності розташування деталей.

15.5.2.8. Трубні з'єднання.

До різьбових з'єднань відносяться також з'єднання труб, які здійснюються за допомогою муфт, косинця, трійників, хрестовини та ін.

З'єднувальні частини трубопроводів (рис.15.10) мають різьбу в отворах, а труби – зовні на кінцях.

15.5.2.9. Шпонки.

Шпонкою називається деталь, яка встановлюється у пазах двох стичних деталей для запобігання їх відносного переміщення та для передачі крутного моменту.

Шпонки бувають призматичними, сегментними та клиновими (рис.15.16).

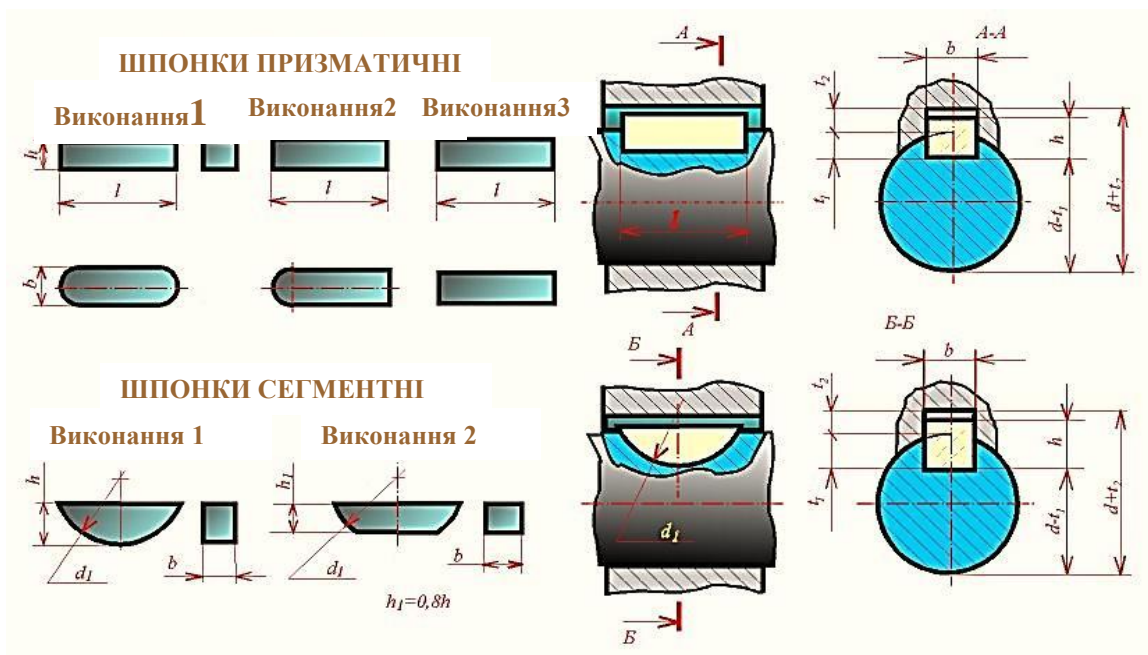


Рис.15.16. Зображення шпонок та шпонкових

15.6. З'єднання деталей

15.6.1. Болтове з'єднання.

Болтове з'єднання складається із болта, гайки, шайби та деталей, які скріплені (рис.15.17,а). У деталях 1 та 2, що підлягають з'єднанню, просвердлюють отвір діаметром $d=(1,05...1,1) L$. В отвір вставляють болт, на нього надягають шайбу та нагвинчують гайку.

15.6.2. З'єднання шпилькою.

З'єднання шпилькою складається із шпильки, гайки, шайби та деталей, які скріплені (рис.15.17,б). У однієї з деталей 1, які з'єднуються свердлять глухий отвір – гніздо, в якому нарізують різьбу (рис.15.17, б). В іншій деталі, виконують наскрізний отвір діаметром $d=(1,05...1,1) L$. Шпилька одним різьбовим кінцем загвинчується у різьбовий отвір деталі 1, а на верхній її різьбовий кінець вільно надягається інша деталь 2. На кінець шпильки, який виступає, надягається шайба та нагвинчується гайка.

15.6.3. З'єднання гвинтом.

Гвинтове з'єднання складається із гвинта та деталей, які скріпляються (рис.15.18). У деталі 1 висвердлюють гніздо у якому нарізується різьба. У верхній деталі 2, що приєднується, свердлять

отвір діаметром, декілька більшим за діаметром гвинта. Гвинт вільно проходить через деталь 2 та угвинчується у деталь 1.

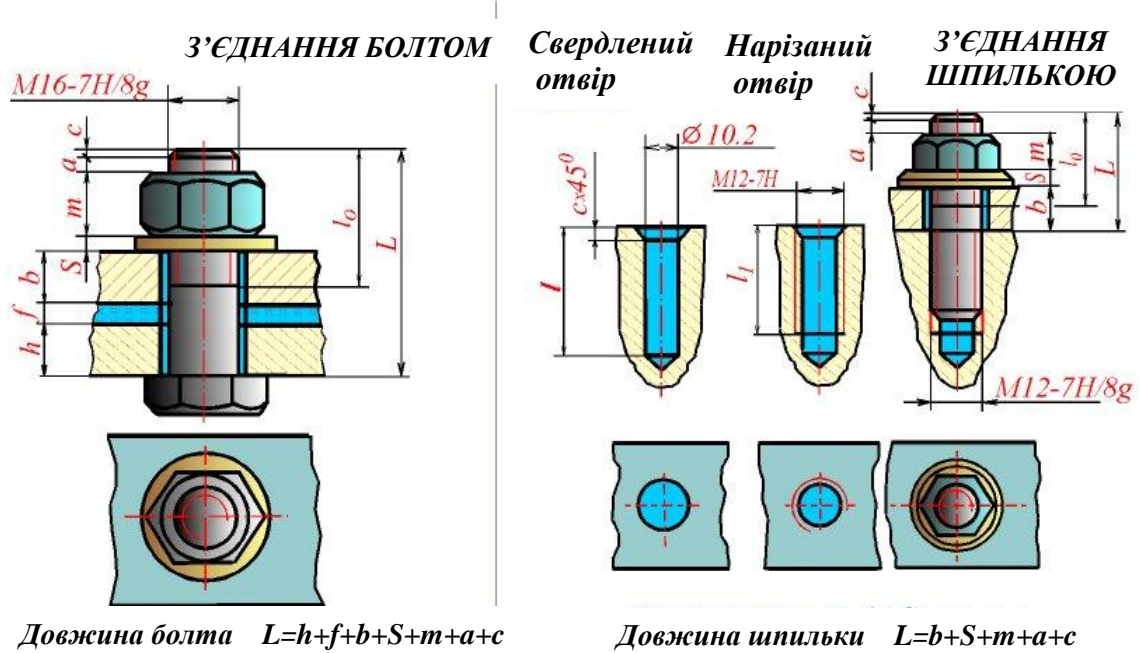


Рис.15.17. Зображення з'єднань болтом та шпилькою.

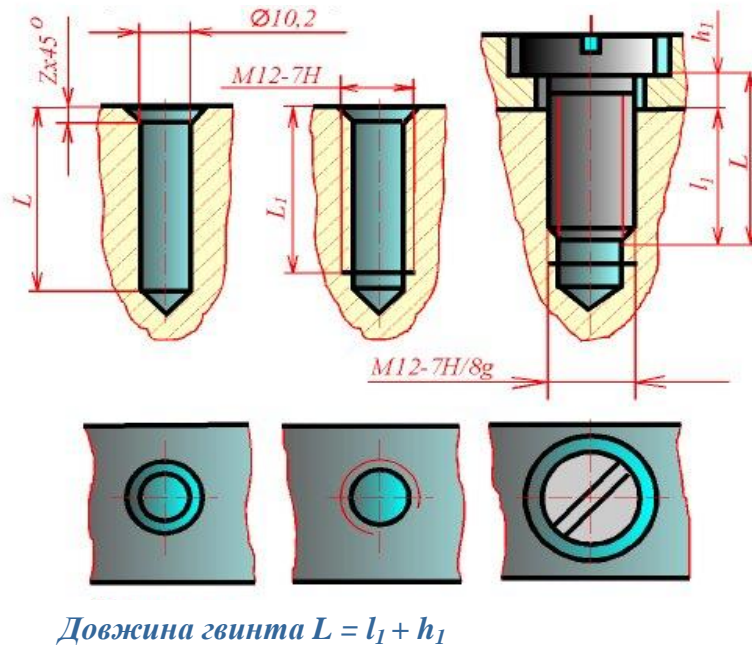


Рис.15.18 З'єднання гвинтом.

З правилами виконання інших з'єднань можна познайомитися самостійно за літературою:

Техническое черчение. Изд. 5-е перераб. и доп. под. ред. Годика Е.И., К., Вища школа 1983.

Шпоночні з'єднання – стор.203–205. Шліцьові з'єднання – стор.205–208.

Трубні з'єднання – стор.209.

Питання для самоперевірки.

1. Що називають позначенням різьби?
2. На яких поверхнях нарізають різьбу?
3. Яку форму може мати профіль різьби?
4. Що являє собою однозахідна та багатазахідна різьба?
5. Які є різьби залежно від напрямку гвинтової лінії?
6. Що таке крок та хід різьби?
7. Яка різьба використовується в трубних з'єднаннях?
8. Яке призначення мають ходові різьби?
9. Які існують правила при зображенні різьби?
10. Що відносять до елементів різьби?
11. Яка різниця між різьбами M12, M12 ×1 та M12 LH, M12 ×1 LH?
12. Як умовно позначається трубна циліндрична різьба?
13. Як пояснюється умовне позначення різьби G1^{1/2} LH–B?
14. Яка різниця між різьбами Tr 100×12 LH і Tr 100×36 (P12)?
15. Як пояснюється умовне позначення різьби S32×6 (P3) LH?
16. В чому різниця позначень метричної різьби з великим і малим кроком?
17. З яких деталей складається болтове з'єднання?
18. Як підрахувати довжину болта для з'єднання деталей?
19. Який розмір болта визначає його довжину?

ТЕМА 16. НЕРОЗНІМНІ З'ЄДНАННЯ.

16.1. З'єднання заклепками.

16.1.1. Заклепка являє собою циліндричний стержень з головкою на кінці.

Заклепки, що застосовують у машинобудуванні, випускають нормальної (клас В) та грубої (клас С) точності. Заклепки нормальної точності по формі головки підрозділяються на п'ять типів: заклепка з напівкруглою головкою, ГОСТ 10299-80 (рис. 16.1 а); заклепка з потайною головкою, ГОСТ 10300-80 (рис. 16.1 б); заклепка з напівпотайною головкою, ГОСТ 10301-80 (рис. 16.1 в); заклепка з плоскою головкою, ГОСТ 10303-80 (рис. 16.1 г); заклепка з напівкруглою низькою головкою, ГОСТ 10302-80.

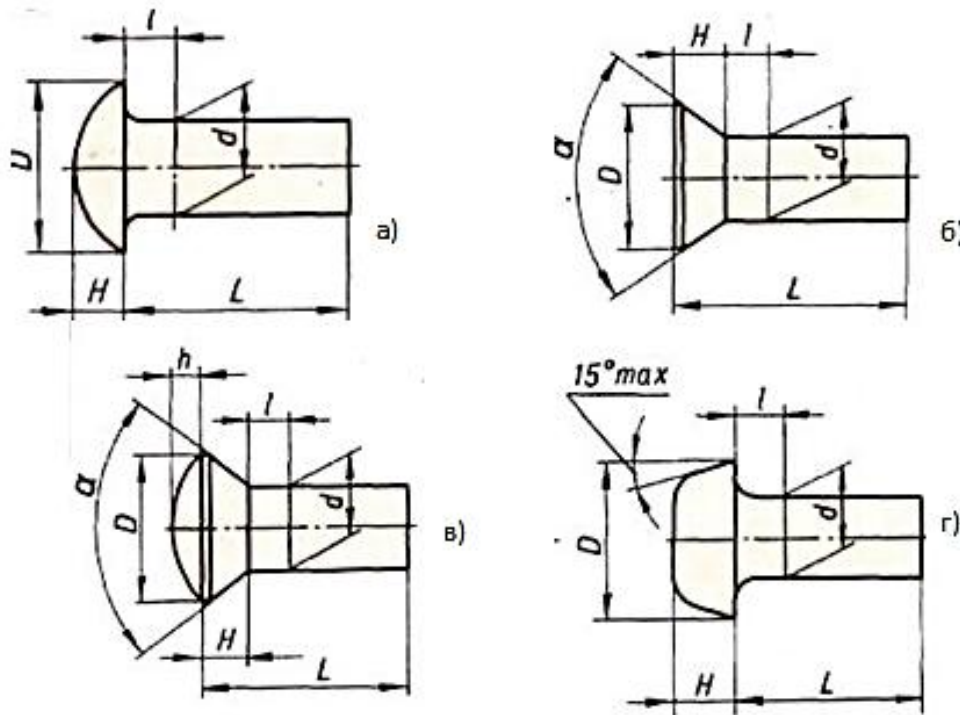


Рис . 16.1. Заклепки нормальної точності.

16.1.2. На кресленнях та інших конструкторських документах заклепки позначають умовно. В умовному позначенні заклепки вказують:

- назву виробу;
- діаметр стержня;
- довжину;
- позначення групи матеріалу, марку;
- позначення групи та товщину покриття;

- номер стандарту.

Приклади умовних позначень заклепок:

- заклепка **8x20.38 МЗ 038 ГОСТ 10300-80** - це заклепка з потайною головкою, з діаметром стержня **8 мм**, довжиною **20 мм**, із матеріалу групи **38**, марки **МЗ** з покриттям **8 мкм**;

- заклепка **8x20 ГОСТ 10300-80** - заклепка діаметром **8 мм**, довжиною **20 мм**, група матеріалу **00**, без покриття.

16.1.3. З'єднання заклепками - нерознімне з'єднання деталей за допомогою заклепок, які розташовані рядками у визначеному порядку. Щоб з'єднати два листа металу за допомогою заклепок, листи накладають один на другий та просвердлюють отвори, декілька більші, ніж діаметр стержня заклепки. ГОСТ 11284-75 (рис. 16.2.); вставляють стержень заклепки. Замикаюча головка утворюється осаджуванням частини, що виступає.

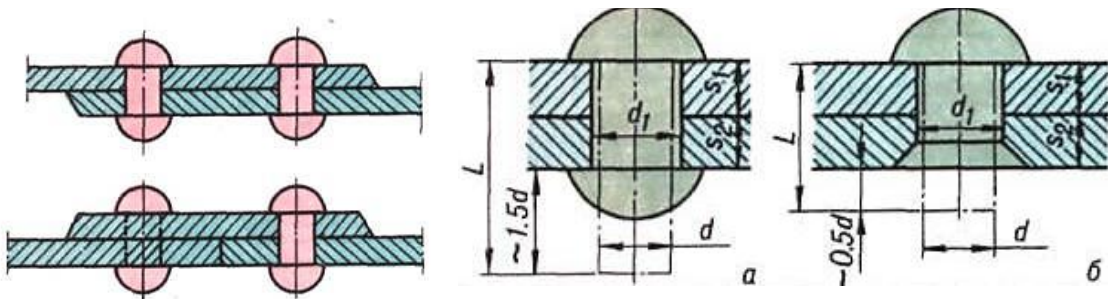


Рис. 16.2. З'єднання заклепками

16.1.4. Види заклепкових з'єднань (умовне зображення за ГОСТ 2.313-82) (рис. 16.3).

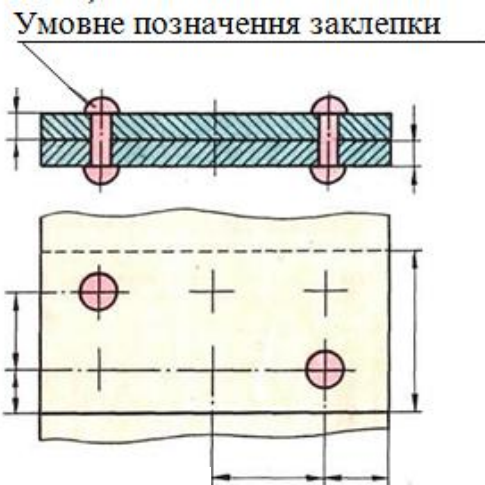


Рис. 16.3 а

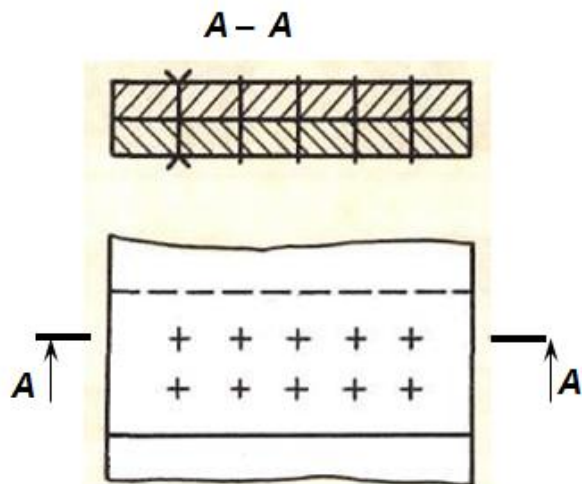


Рис. 16.3 б

На складальному кресленні з'єднання заклепками одного типу – розміру розташування заклепок показують умовно в одному – двох місцях, в останніх – осьовими або центровими лініями. Якщо на кресленні необхідно показати декілька груп заклепок різних типів та розмірів, то слід відмічати однакові заклепки одним і тим же умовним знаком або однаковими літерами.

16.2. Зварні з'єднання.

16.2.1. Загальні відомості.

Зварюванням називають процес нерознімного з'єднання деталей шляхом місцевого нагріву їх до розплавленого або пластичного стану без застосування або із застосуванням механічного зусилля.

Сукупність деталей, що з'єднані за допомогою зварювання називають зварним з'єднанням.

Зварювати можна метали, скло, деякі види пластмас.

1. У сучасному виробництві застосовується два види зварювання: тиском та плавленням.

2. Використовується енергія: а) хімічна (газове зварювання);
б) електрична.

3. Залежно від способу виконання електродугове зварювання поділяється на:

- ручне – *P*;
- напівавтоматичне – *П*;
- автоматичне – *A*.

Кожний спосіб зварювання має своє позначення:

- газове – *Г*;
- під флюсом – *Ф*;
- у середовищі захисних газів – *З*;
- електрошлакове – *Ш*;
- ультразвукове – *УЗ*;
- плазмове – *ПЗ*;
- електро – променеве – *Ел*;
- лазерне – *Лз*.

4. Залежно від взаємного розташування зварюваних деталей з'єднання розділяються на: стикові (рис. 16.4 а, б, е, ж, зм); кутові (рис. 16. 4. в); таврові (рис. 16. 4 и, к) та внапусток (рис. 16. 4 г, д).

5. Залежно від форми підготовки кромки зварювальні шви бувають: Відповідна обробка кромки вказується цифрою, наприклад:

- C1, C2 ... для стикових
- У1, У2, У3... для кутових

T1, T2, T3... для таврових
Н1, Н2 для швів внапусток.

6. За характером виконаного шва

- односторонні (рис.16.4 а,б,в,г,е,ж);
- двосторонні (рис.16.4 д,и,з,к,м);
- односторонні переривисті;
- двосторонні переривисті;
- шахові;
- точкові;
- точково – шахові.

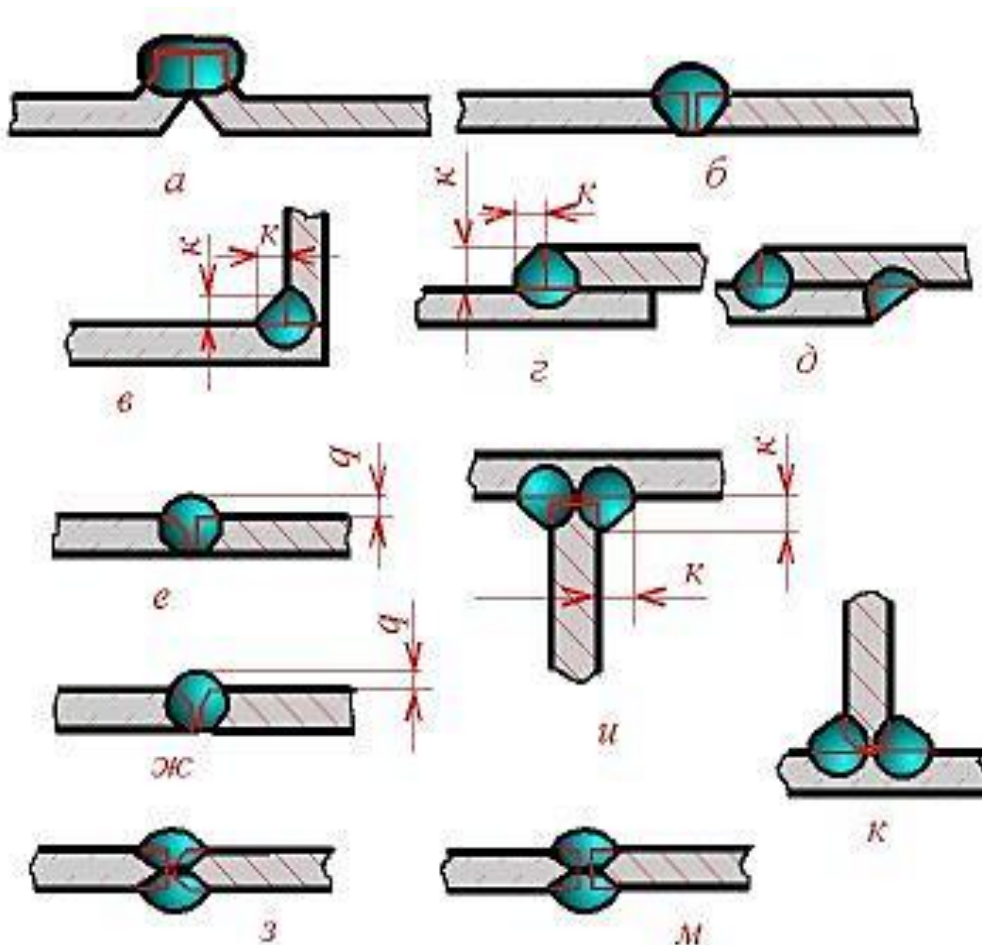


Рис.16.4 Види зварювальних з'єднань

7. Найбільш поширені способи зварення, а також основні типи та конструктивні елементи швів зварних з'єднань визначені стандартами, приведемо деякі з них:

ГОСТ 2.312-72 Умовні зображення та позначення зварних з'єднань;

ГОСТ 5264-80 Ручне електродугове зварювання;

ГОСТ 8713-79 Автоматичне та напівавтоматичне зварювання під флюсом;

ГОСТ 14771-76 Дугове зварювання у захисному газі.

16.2.2. Умовне зображення та позначення зварних швів.

16.2.2.1. На кресленні шви зварних з'єднань незалежно від способу зварювання умовно зображають за ГОСТ 2312-72:

– видимий - суцільною основною лінією (рис.16.5. а,б);

– невидимий - штриховою лінією (рис.16.5. в);

– видиму одиночну зварну точку - знаком "+" (рис.16.5. г), виконаним суцільною основною лінією.

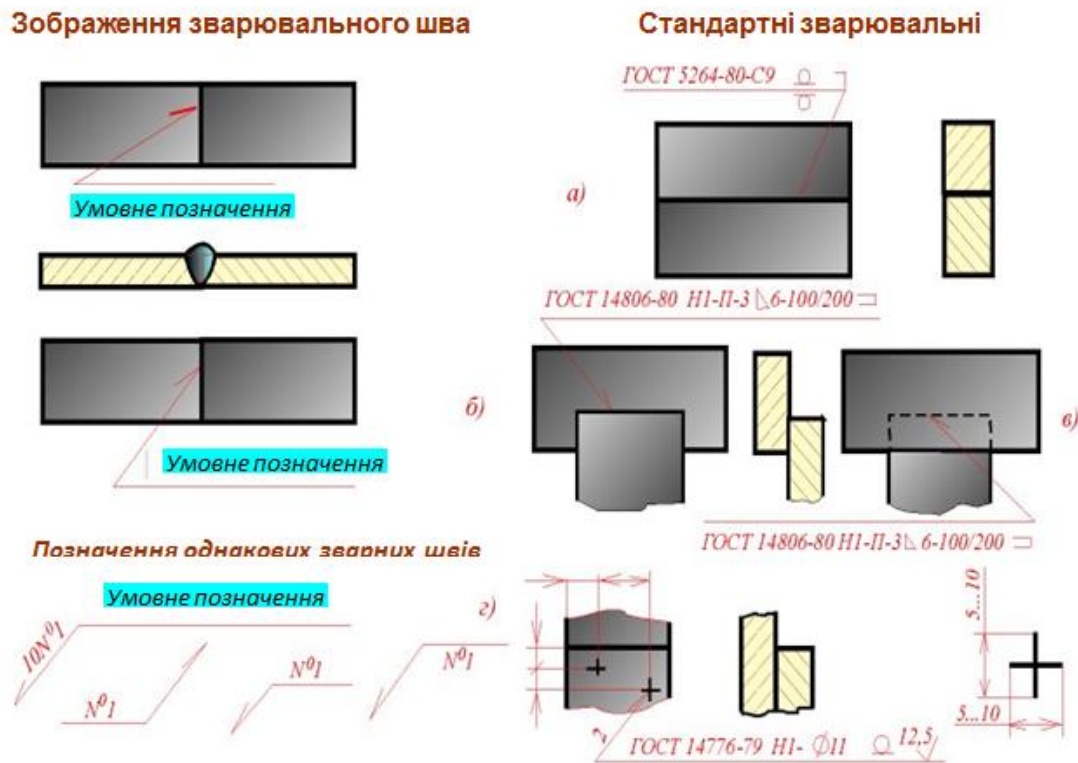
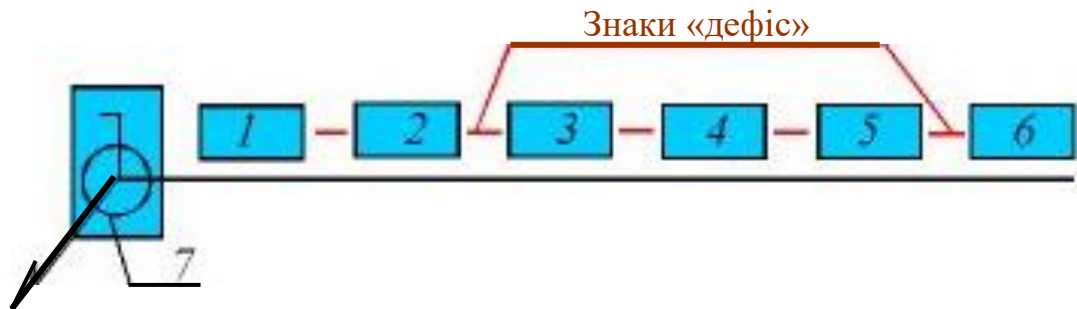


Рис.16.5. Позначення зварювальних швів.

Невидимі зварні точки на кресленні не зображують. Від зображення шва проводять лінію виноску, яка закінчується односторонньою стрілкою (рис.14.5). Якщо необхідно дати умовне позначення шва, лінія - виноска закінчується полицею.

Краще лінію - виноску проводити від видимого шва (рис.16.5.).

16.2.2.2. Умовне зображення шва супроводжують умовними позначенням.




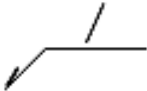
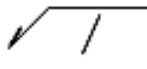

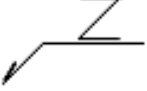
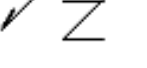

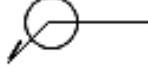

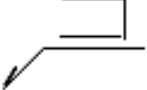

- 7) допоміжні знаки – зварювати при монтажі – зварювати по замкнутому контуру;
- 1) позначення стандарту на даний шов;
 - 2) буквено-цифрове позначення, що вказує на взаємне розташування зварних деталей та форму підготовлених кромки;
 - 3) умовне позначення залежно від способу зварювання;
 - 4) допоміжний знак, що вказує величину катета зварного шва;
 - 5) розміри переривистого шва;
 - 6) допоміжні знаки обробки зварного шва; шорсткість обробленого шва.

16.2.2.3. Допоміжні знаки для позначення зварних швів подані у таблиці 16.1.

Таблиця 16.1.

Допоміжні знаки	Значення допоміжних знаків	Розташування знаку відносно полки лінії – виноски, проведений від зображення шва	
		З лицевої сторони	З оборотної сторони
	Зміцнення шву зняти.		
	Напливи та нерівності шву обробити з плавним переходом до основного металу.		
	Шов виконати при монтажі виробу, тобто при установі його по монтажному кресленні на місці використання.		

Таблиця 16.1. Продовження.

	Шов переривистий або точковий з ланцюговим розташуванням (кут нахилу лінії – 60°).		
	Шов переривистий або точковий з шаховим розташуванням.		
	Шов по замкнутій лінії. Діаметр знака 3...5 мм.		
	Шов по незамкнутій лінії. Знак використовують, якщо розташування шва ясно з креслення.		

16.2.2.4. При наявності на кресленні декількох однакових швів умовне позначення наносять біля одного зображення, а інші вказують номером. Позначення для невидимого контуру наносять під полицю.

16.2.2.5. При наявності на кресленні зварних швів, що виконуються по одному і тому ж стандарту, позначення стандарту вказують у технічних вимогах.

16.3. З'єднання паяні та клесні.

16.3.1. Загальні відомості.

Пайкою називають процес одержання нерознімного з'єднання шляхом місцевого нагріву деталей, що з'єднуються нижче температури їх автономного плавлення, заповнення зазору між ними розплавленим припоєм та з'єднання їх при кристалізації шва.

ПРИПОЙ: ПОС - олов'яно-свинцевий.

ПСр – срібний.

Спеціальні - латунні, фосфористо-мідні.

Способи пайки підрозділяють:

– по джерелу нагріву: пайка паяльником, газополум'яне, електродугова, індукційна та ін.;

– по методу вилучення окисної плівки – флюсова вакуумна, у нейтральному газовому середовищі та ін.

КЛЕСННЯ - з'єднання деталей за допомогою клею.

16.3.2. Умовні зображення та позначення встановлюються ГОСТ ом.

У з'єднаннях, що одержані пайкою та клеєнням місця з'єднання елементів слід зображати суцільною лінією товщиною $2S$.

Для позначення паяного та клеєного з'єднання слід застосовувати умовні знаки які наносяться на лінії – виносці суцільною основною лінією (рис.16.6.).

“(“

“К”

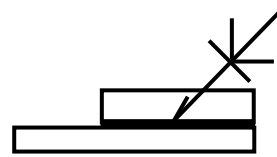
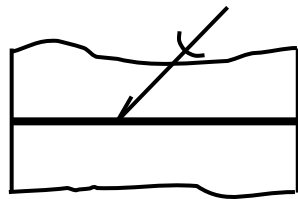


Рис.16.6. Позначення паяного та клеєного з'єднань.

Шви, що виконані по замкнутій лінії слід позначати колом $\varnothing 3...5$ мм тонкою суцільною лінією (рис.16.7).

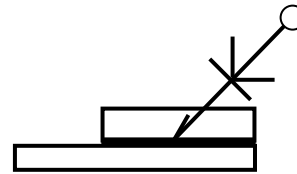
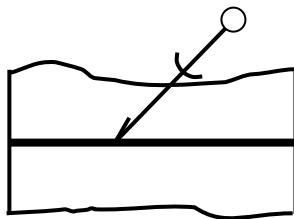


Рис.16.7. Позначення паяного та клеєного з'єднань по замкнутій лінії.

Шви обмежені ділянкою слід позначати:

На зображенні паяного з'єднання при необхідності слід вказувати розміри шва та позначення шорсткості поверхонь.

Позначення припою та клею вказується в технічних вимогах креслення по типу **"ПОС 40 ГОСТ..."** **"Клей БФ-2ГОСТ..."**

При необхідності у тому ж пункті технічних вимог слід приводити вимоги до якості шва. У цьому випадку посилання на номер пункту слід поміщати на полиці лінії – виноски, що проведена від зображення шва.

При виконанні шва припоями або клеями різних марок усім швам, що виконані одним та тим ж матеріалом слід привласнювати один порядковий номер, який слід наносити на лінії–виносці.

При цьому в технічних вимогах матеріал слід вказувати по типу:
ПОС4 ГОСТ...(N1); ПМП 36 ГОСТ... (N2); Клей БФ-2 ГОСТ...(N3).

Питання для самоперевірки.

1. Які з'єднання називають нероз'ємними?
2. Прокласифікуйте нероз'ємні з'єднання.
3. Які з'єднання називають зварними?
4. Як класифікують зварні з'єднання залежно від взаємного розміщення деталей?
5. Як класифікують зварні з'єднання за розміщенням зварних швів щодо лінії дії сили?
6. Які є способи зварювання? Охарактеризуйте їх.
7. Які з'єднання називають заклепковими?
8. Прокласифікуйте заклепкові з'єднання.
9. Укажіть сферу застосування клейових з'єднань.
10. Назвіть приклади нерознімних з'єднань.
11. Що та ке заклепка і я ким чином вона з'єднує деталі.
12. Яким чином з'єднуються між собою деталі при зварюванні?
13. Наведіть приклад нерознімного з'єднання.
14. Чим відрізняється рухоме з'єднання від нерухомого?

ЛІТЕРАТУРА

1. Годик Е.И. Техническое черчение / Киев, 1983. – 440с.
2. Хаскин А.М. Черчение / Киев, 1986. – 395с.
3. Михайленко В.Є., Найдиш В.М., Підкоритов А.М., Скидан І.А. Інженерна та комп'ютерна графіка. – К.: Вища школа, 2-ге вид., 2002. – 344 с.
4. Михайленко В.Є., Пономарев А.М. Инженерная графика К., Вища школа, 1990. – 303с.
5. Система конструкторської документації. Терміни та визначення основних понять. ДСТУ 3321-96. Держстандарт України. – К., вища школа, 1996. – 80 с.
6. Единая система конструкторской документации. Общие правила выполнения чертежей. – М., 1991. – 238 с.
7. ДСТУ 3321:2003. Система конструкторської документації.- К.: Держстандарт України, 2005.
8. Новичихина Л.И. Справочник по техническому черчению.- Мн.: Книжный дом, 2005. – 320с.
9. Попова Г.Н., Алексеев С.Ю. Машиностроительное черчение. Справочник / СПб.: Політехніка, 2008. – 474с.
10. Анурьев В.И. Справочник конструктора машиностроителя. / М., 1980, Т1-728 с., Т2 - 560 с., Т3 - 576 с.
11. Федоренко В.И., Шошин А.И. Справочник по машиностроительному черчению / Л., 1983. – 304 с.
12. Ванін В.В., Ковальов С.М. Інженерна та комп'ютерна графіка / За ред. В.Є. Михайленка. – К.: Каравела, 3-те вид., 2004. – 344 с.
13. Ванін В.В., Бліок А.В., Гнітецька Г.О. Оформлення конструкторської документації. – К.: Каравела, 3-те вид., 2003. – 160 с.
14. Ванін В.В., Перевертун В.В., Надкернична Т.М., Власик Г.Г. Інженерна графіка – К.: Видавнича група ВНУ, 2009. – 400 с: іл.
15. Михайленко В.Є., Ванін В.В., Ковальов С.М. Інженерна графіка: Підручник / За ред. В.Є. Михайленка. – К.: Каравела, 4-те вид., 2008. – 272 с.
16. Михайленко В.Є., Ванін В.В., Ковальов С.М. Інженерна та комп'ютерна графіка: Підручник / За ред. В.Є. Михайленка. - К.: Каравела, 2010. - 360 с.
17. Михайленко В.Є., Найдиш В.М., Підкоритов А.М., Скидан І.А. Інженерна та комп'ютерна графіка. – К.: Вища школа, 2-ге вид., 2002. – 344 с.

18. Хмеленко О.С. Нарисна геометрія. – К.: Кондор, 2008. – 483с.
19. Пихтєва І.В. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт // І.В. Пихтєва, О.В. Івженко, В.М. Щербина, О.Є. Мацулевич/ Мелітополь ТДАТУ, 2014 – 53с.
20. Компас-График 7.X для Windows. Практическое руководство, ч. 1, АО АСКОН, 2000, 601 с.
21. Компас-График 7.X для Windows. Практическое руководство, ч. 2, АО АСКОН, 1999, 468 с
22. Компас 3D для Windows. Руководство пользователя, АО АСКОН, 2000, 194 с.
23. Власов М.И. Инженерная графика / М., Вища школа ,1980.
24. Потемкин А. Инженерная графика. Просто и доступно. – М.: Лори, 2000 – 492 с.
25. Богуславский А.А. Образовательная система компас 3D LT. Учебное пособие – М, 2001. – 215 с.
26. Кудрявцев Е. КОМПАС-3D V7. – Издательство ДМК-Пресс, 2003. – 528 с.

**УКРАЇНСЬКО-РОСІЙСЬКО-АНГЛІЙСЬКИЙ СЛОВНИК
НАЙБІЛЬШ УЖИВАНИХ ТЕРМІНІВ**

Українська	Російська	Англійська
Алгоритм	Алгоритм	Algorithm
Багатокутник	Многоугольник	Polygon
Множина	Множество	Set
Вертикальна лінія	Вертикальная линия	Vertical line
Видимість	Видимость	Visibility
Визначник поверхні	Определитель поверхности	Surface determinant
Відстань	Расстояние	Distance
Відображення	Отображение	Map
Відрізок	Отрезок	Segment
Відсік	Отсек	Compartment
Вісь	Ось	Axis
Гвинтова поверхня	Винтовая поверхность	Helical surface
Гіпотенуза	Гипотенуза	Hypotenuse
Горизонтальна лінія	Горизонтальная линия	Horizontal line
Горизонтальна площина	Горизонтальная плоскость	Horizontal plane
Горизонтальна пряма	Горизонтальная прямая	Horizontal straight line
Грань	Грань	Face
Допоміжна площина	Вспомогательная плоскость	Auxiliary plane
Епюр	Эпюр	Epure
Задача	Задача	Task
Зображення	Изображение	Image
Інженерна графіка	Инженерная графика	Engineering graphic arts
Катет	Катет	Leg
Кінематичний	Кинематический	Kinematic
Коло	Окружность	Circle
Коноїд	Коноид	Conoid
Конус	Конус	Cone
Координата	Координата	Coordinate
Крива лінія	Кривая линия	Curve
Крива поверхня	Кривая поверхность	Curve surface
Кут	Угол	Angle
Лінія	Линия	Line
Лінія зв'язку	Линия связи	Communication line
Меридіан	Меридиан	Meridian
Метод проєкцій	Метод проекий	Projection method
Мимобіжні прямі	Скрещивающиеся прямые	Crossed lines
Напрямна	Направляющая	Directing
Нахил	Наклон	Inclination
Обертання	Вращение	Rotation
Обрис	Очертание	Outline
Окреме положення	Частное положение	Particular position
Паралель	Параллель	Parallel

Українська	Російська	Англійська
Паралельність	Параллельность	Parallelism
Переріз	Сечение	Cut
Перетин	Пересечение	Intersection
Перпендикулярність	Перпендикулярность	Perpendicularity
Площина	Плоскость	Plane
Площина рівня	Плоскость уровня	Level plane
Побудова	Построение	Construction
Повертати	Поворачивать	Turn
Поверхня	Поверхность	Surface
Поверхня з ребром звороту	Поверхность с ребром возврата	Surface with a cuspidal edge
Позиційний	Позиционный	Positional
Початок координат	Начало координат	Coordinate origin
Проекціювання	Проецирование	Projection
Проекція точки	Проекция точки	Foot
Промінь	Луч	Ray
Профільна площина	Профильная плоскость	Profile plane
Пряма лінія	Прямая линия	Straight line
Пряма рівня	Прямая уровня	Level line
Прямий кут	Прямой угол	Right angle
Прямокутне проекціювання	Прямоугольное проецирование	Rectangular projection
Прямокутник	Прямоугольник	Rectangle
Радіус	Радиус	Radius
Ребро	Ребро	Edge
Рисунок	Рисунок	Figure
Різниця	Разность	Difference
Розгортка	Развёртка	Evolver
Рух	Движение	Movement
Система площин проєкцій	Система плоскостей проєкцій	System of projection planes
Січна площина	Секущая плоскость	Intersecting plane
Слід площини	След плоскости	Plane trace
Слід прямої	След прямой	Line trace
Сфера	Сфера	Sphere
Твірна	Образующая	Generatrix
Тор	Тор	Torus
Точка	Точка	Point
Трикутник	Треугольник	Triangle
Фронтальна площина	Фронтальная плоскость	Frontal plane
Фронтальна пряма	Фронтальная прямая	Frontal line
Центральне проекціювання	Центральное проецирование	Central projection
Циліндр	Цилиндр	Cylinder
Циліндроїд	Цилиндроид	Cylindroid

Наукове видання

Щербина Віктор Михайлович
Мацулевич Олександр Євгенович
Гавриленко Євген Андрійович
Холодняк Юлія Володимирівна
Івженко Олександр Васильович
Пихтєєва Ірина Вікторівна
Вершков Олександр Олександрович
Галько Сергій Віталійович
Чаплінський Андрій Петрович

***ІНЖЕНЕРНА ТА
КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА***

Частина 1

Навчальний посібник

Підписано до друку 30.06.2020. Друк Rizo.
Друкарня ТДАТУ ім. Дмитра Моторного
15,0 умов. друк. арк. тираж 100 прим.

73312 ПП Верескун
Запорізька обл., м. Мелітополь, вул. М.Грушевського, 10
тел. (06192) 6-88-38

