УДК 631.3.004

РОЗРОБКА НОВОГО МЕТОДУ ВИЗНАЧЕННЯ УМОВНОЇ ФУНКЦІЇ РОЗПОДІЛУ ЗАЛИШКОВОГО РЕСУРСУ МАШИН

Сушко О.В., к.т.н.
Таврійський державний агротехнологічний університет
Тел. (061) 42-13-54

Анотація **– в статті наведені основні положення розробки нового методу визначення умовної функції розподілу залишкового ресурсу складових частини машини з метою прогнозування їх залишкового ресурсу за результатами діагностування.**

Ключові слова **– імітаційні моделі, прогнозування, ресурсні параметри, технічний стан, методи побудови моделей прогнозування, залишковий ресурс.**

Постановка проблеми. Для встановлення точності існуючих методів індивідуального прогнозування технічного стану агрегатів машин треба мати потужний статистичний матеріал у вигляді ансамблів реалізацій діагностичних параметрів. В результаті обробки такого матеріалу виявилося, що цілий ряд припущень, на яких заснований існуючий метод прогнозування, у багатьох випадках виконується лише частково, а іноді не виконується зовсім [1, 2]. Похибка прогнозування суттєво залежить від ступеня адекватності такого описання відповідному реальному процесу. У свою чергу, точність моделі можна виявити шляхом експериментальної перевірки правомірності допущень та припущень, зроблених при будуванні цієї моделі [3].

У зв’язку з цим виникла потреба в розробці більш загальної моделі зміни ресурсного параметра в залежності від напрацювання та на її основі отримання функції умовного розподілу залишкового ресурсу.

Аналіз останніх досліджень. Попередніми дослідженнями [2,3] встановлено, що існуючий метод прогнозування оптимального залишкового ресурсу обумовлює середню квадратичну погрішність не менше 350 - 430 мото-год., що призводить до підвищення середніх питомих витрат на ремонт. Це довело необхідність побудови більш адекватного дійсності описання реального процесу зміни діагностичного параметра та розробки на цій основі точнішого і достовірнішого методу визначення залишкового ресурсу складової частини.

Зроблено висновок, що описання випадкового процесу зміни ресурсних параметрів *u(t)*, де *z(t)* є стаціонарний нормальний випадковий процес, з достатньою точністю та достовірністю відображає реальний процес зміни ресурсного параметру і може бути взято за основу для прогнозування остаточного ресурсу складових частин машин за результатами їх діагностування [2, 3].

Формулювання цілей статті. Метою роботи є розробка нового методу визначення умовної функції розподілу залишкового ресурсу складової частини машини з метою розробки загальної моделі зміни ресурсного параметра в залежності від напрацювання.

Основна частина. Якщо величина показника швидкості зміни параметра *V* конкретної складової частини відома (так можна вважати за наявності не менше трьох результатів її діагностування), то її середній залишковий ресурс знайти вельми просто:

$$t_{зал}^{ср} = \left(U_n / U_n\right)^{1/\alpha} - t_k \,. \qquad (1)$$

Для визначення умовної вірогідності відмови врахуємо монотонний характер процесу зміни ресурсного параметра, оскільки в цьому випадку умовні функції розподілу ресурсу $F(t_{зал}/u)$ та параметра $F(u/t_{зал})$ пов'язані співвідношенням [5]:

$$F(t_{зал} / u) = 1 - F(u / t_{зал}). \qquad (2)$$

Враховуючи це, можна записати для випадкової величини залишкового ресурсу θ і випадкової величини зміни параметра ψ такий вираз:

$$P\{\theta \le t_{зал} / u(t_k) = u_k\} = 1 - P\{\psi \le u_n / \theta(u_k) = t_{зал}\}. \qquad (3)$$

Звідси за формулами теорії вірогідності з урахуванням математичної моделі [1] процесу *u(t)* отримаємо

$$P\{\theta \le t_{зал} / u(t_k) = u_k\} = P\left\{Z_{t_k} + t_{зал} \ge u_n - V\left(t_k + t_{зал}\right)^{\alpha} / Z_{t_k} = u_k - Vt_k^{\alpha}\right\} \qquad (4)$$

У правій частині останнього рівняння стоїть вираз умовної вірогідності, яку можна визначити за допомогою формули умовного нормального розподілу [5], оскільки випадкові величини $Z(t_k)$ і $Z(t_k+t_{зал})$ розподілені нормально. Остаточно матимемо:

$$\begin{aligned} Q(t_{зал} / u_k) &= P\left\{Z(t_k + t_{зал}) \ge u_n - V \cdot (t_k + t_{зал})^{\alpha} / u_k\right\} = \\ &= \Phi\left[\frac{V \cdot (t_k + t_{зал})^{\alpha} + \rho_z \cdot (u_k - Vt_k^{\alpha}) - u_n}{\sigma_z \sqrt{1 - \rho_z^2(t_{зал})}}\right], \end{aligned} \qquad (5)$$

де $\Phi(x)$ - табульований інтеграл вірогідності, тобто:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-y^2/2} dy \,.$$

Аналіз виду автокореляційної функції $\rho_z(\tau)$ випадкового процесу *z(t)* різних діагностичних параметрів, яка входить в цю формулу, свідчить про те, що в першому наближенні її можна апроксимувати кусочно-лінійною залежністю:

$$c_Z(ф) = 1 - ф/ф_{кор} \quad \text{при } ф \le ф_{кор} \ ;$$
$$c_Z(ф) = 0 \qquad \text{при } \tau \rangle \tau_{кор}\,, \qquad (6)$$

де $\tau_{кор}$ – час кореляції (напрацювання) після закінчення якого стохастичним зв'язком між значеннями процесу $z(t)$ можна знехтувати.

Дослідження показали, що форма функції $\rho_z(\tau)$ практично не впливає суттєво на величину залишкового ресурсу. Тому автокореляційну функцію процесу $z(t)$ будемо записувати у вигляді (6).

Для визначення часу кореляції $\tau_{кор}$ слід обчислити середнє арифметичне визначених за формулою (3) коефіцієнтів кореляції, що стоять на діагоналі, паралельній головній діагоналі кореляційної матриці $r_{ср}$ [5] і потім здійснити зворотне перетворення Фішера:

$$c_Z(t_M) = thr_{ср} = \frac{exp(-r_{ср}) + exp(r_{ср})}{exp(-r_{ср}) - exp(r_{ср})}. \qquad (7)$$

Повторивши аналогічні дії для інших діагоналей матриці кореляцій, можна розрахувати значення автокореляційної функції при $ф = 2t_м, 3t_м, ..., mt_м$. Після треба побудувати графік функції $c_Z(ф)$ і визначити абсцису його перетину з віссю $Q\tau$. Це і буде час кореляції $\tau_{кор}$.

Зрозуміло, що такий шлях обчислення показника $\tau_{кор}$ вельми складний, а при обмеженому обсязі вихідних даних може дати велику похибку. Пропонуємо інший спосіб, який дозволяє оцінити мінімальне можливе значення $\tau_{кор}$. Як вже відмічалося, процес зміни ресурсного параметра є монотонним. Для визначеності розглянемо монотонно не убутний процес $u(t)$. Якщо при t_k процес мав значення u_k, то через деякий інтервал часу τ значення процесу $u(t_k + \tau)$ повинно бути не менше u_k, тобто $u(t_k+\tau) \ge u_k$. Згідно моделі [1] кореляція між $Z(t_k)$ і $Z(t_k + \tau)$ повинна бути такою, щоб забезпечити виконання нерівності:

$$V(t_k + ф)^б + Z(t_k + ф) \ge V t_k^б + Z(t_k). \qquad (8)$$

Використавши наближені формули розкладання в ряди [6] і ряд допущень, а також врахувавши відомі діапазони можливої зміни параметрів V, t_k, α, τ, отримаємо у результаті наближену оцінку часу кореляції:

$$ф_{кор} = \frac{2{,}3T_{ср}(1+V)y_Z}{б u_n}, \qquad (9)$$

де $T_{ср}$ і V – середній ресурс елемента та його коефіцієнт варіації.

Однак на практиці типовою є ситуація, коли відоме тільки одне значення діагностичного параметра вузла або агрегату. В цьому випадку скористаємося функцією щільності розподілу $f_v(V)$ випадкової для множини елементів величини V, яку можна визначити, наприклад, виходячи з функції розподілу ресурсу елементу по параметру. Вважаючи, що ресурс має трьохпараметричний розподіл Вейбулла з параметрами форми b, масштабу a та зсуву c отримаємо:

$$f_V(V)=\frac{b}{бa^b}V^{\frac{-1+б}{б}}\left(V^{1/б}-c\right)^{b-1}exp\left[-\frac{\left(V^{-1/б}-c\right)^b}{a^b}\right]. \qquad (10)$$

Враховуючи, що у момент контролю $Z(t_k)=U_k-Vt_k^{\alpha}$ ми могли б визначити умовну вірогідність відмови при напрацюванні $t = t_k + t_{зал}$ за формулою (4), але тепер величина V нам не відома. Тому застосуємо відому формулу повної вірогідності безперервних випадкових величин [6] для визначення безумовної двомірної щільності розподілу випадкового процесу $Z(t)$:

$$f(Z_1,Z_2)=\int_0^{\infty} f_V(V)f(Z_1,Z_2/V)dV. \qquad (11)$$

де $f(Z_1,Z_2/V)$ – умовний двомірний нормальний розподіл у якому $Z_1=u_1-Vt_1^б,\quad Z_2=u_2-Vt_2^б$, тобто:

$$f(Z_1,Z_2/V)=\frac{1}{2p\sigma_z^2\sqrt{1-c_z^2(ф)}}exp\left\{\frac{Z_1^2+Z_2^2-2c_z(ф)Z_1\cdot Z_2}{2y_z^2\left[1-c_z^2(ф)\right]}\right\}. \qquad (12)$$

За формулою умовної вірогідності аналогічно попередньому отримаємо:

$$f(Z_2/Z_1)=\frac{f(Z_1,Z_2)}{f(Z_1)}=\frac{\int_0^{\infty} f_V(V)\cdot f(Z_1,Z_2/V)dV}{\int_0^{\infty} f(Z_1/V)f_V(V)dV}, \qquad (13)$$

де $f(Z_1/V)=\frac{1}{\sqrt{2p\sigma_Z}}\cdot exp\left\{-\frac{(u_1-Vt_1)^2}{2y_Z^2}\right\}$ – нормальний розподіл випадкового процесу $Z(t)$ в перерізі $t = t_1$ за умови, що показник швидкості дорівнює V.

Поклавши $Z_1=Z_k=U_k-Vt_k^б,\quad Z_2=U_n-V(t_k+t_{зал})^б$, запишемо шукану умовну вірогідність відмови $Q(t_{зал}/u_k)$,яка задана виразом (4) з використанням отриманої залежності (13):

$$Q(t_{зал}/u_k)=\int_{U_n-V(t_k+t_{зал})^б}^{\infty} f(Z_2/Z_1)dZ_2=\int_{U_n-V(t_k+t_{зал})^б}^{\infty}\frac{\int_0^{\infty} f(Z_1,Z_2/V)f_V(V)dV}{\int_0^{\infty} f(Z_1/V)f_V(V)dV}dZ_2 \qquad (14)$$

Враховуючи, що інтеграл в знаменнику (13) не залежить від Z_2 і, помінявши порядок інтегрування в чисельнику, отримаємо:

$$Q(t_{зал}/u_k)=\frac{\int_0^{\infty} f_V(V)\left\{\int_{-\infty}^{V(t_k+t_{зал})^б\cdot U_n}\frac{1}{\sigma_Z\sqrt{2\pi(1-\rho_z^2)}}exp\left[-\frac{(u_k-Vt_k)^2+Z_2^2-2c_Z(u_k-Vt_k)^б\cdot Z_2}{2y_Z^2(1-c_Z^2)}\right]dZ_2\right\}dV}{\int_0^{\infty} exp\left[-\frac{(u_k-Vt_k^{\alpha})^2}{2y_Z^2}\right]f_V(V)dV} \qquad (15)$$

Виконавши інтегрування, остаточно маємо формулу:

$$Q(t_{зал}/u_n)=\frac{\int\limits_0^\infty exp\left[-\frac{\left(u_k-Vt_k^б\right)^2}{2y_Z^2}\right]\Phi\left[\frac{V\left(t_k+t_{зал}\right)^б+c_Z\left(u_k-Vt_k^б\right)-u_n}{y_Z\sqrt{1-c_Z^2}}\right]f_V dV}{\int\limits_0^\infty exp\left[-\frac{\left(u_k-Vt_k^б\right)^2}{2y_Z^2}\right]f_V(V)dV}. \quad (16)$$

Отриманий вираз для $Q(t_{зал}/u_k)$ по суті є умовною функцією розподілу залишкового ресурсу, яка, як показали багаточисленні розрахунки, дуже добре узгоджується з трьохпараметричним розподілом Вейбулла. Це косвено підтверджує правильність виконаних перетворень, оскільки відомо, що розподіл ресурсу складових частин найточніше описується саме цим законом. Сенс отриманої залежності полягає в тому, що вона дозволяє спочатку вибрати для кожної конкретної точки найбільш вірогідні значення V і Z_k у відповідності до закону розподілу випадкових величин V і $Z_k(t_k)$, а потім знайти вірогідність відмови з урахуванням кореляційного зв'язку між перетинами процесу $Z(t)$ при $t_1= t_k$ і $t_2= t_k+t_{зал}$.

Умовне математичне очікування і середнє квадратичне відхилення залишкового ресурсу можуть бути знайдені за стандартними формулами, наприклад:

$$t_{зал}^{ср}=\int\limits_0^\infty Q\left[t_{зал}/u(t_k)=u_k\right]dt_{зал}. \quad (17)$$

Так, порівняння середнього залишкового ресурсу, визначеного за останньою формулою, з відповідними фактичними значеннями по трактору ДТ-75М за такими діагностичними параметрами як опорні катки (за товщиною обода), гусениці (за довжиною ланки) та висоти ґрунтозацепів протектору шин [7], показує їх достатньо близьку відповідність. Практично всі значення $t_{зал}^{ср}$ знаходяться в межах встановленого за експериментальними даними довірчого інтервалу. Такі ж результати ми очікуємо отримати й для наших параметрів. Наступним етапом даної роботи передбачається визначити погрішності розробленого методу прогнозування остаточного ресурсу складових частин за експериментальними даними та порівняти їх з існуючим методом.

Висновки. Отримана умовна функція розподілу залишкового ресурсу складових частин мобільної техніки. Вона добре узгоджується з трьохпараметричним розподілом Вейбулла та дозволяє знайти вірогідність відмови. Порівняння середнього залишкового ресурсу, визначеного за отриманою формулою, з відповідними фактичними значеннями діагностичних параметрів показало їх близьку відповідність. Практично всі значення серед-ніх залишкових ресурсів знаходяться в межах встановленого за експериментальними даними довірчого інтервалу.

Література.

1. *Сушко О.В.* Підвищення ефективності ремонту дизелів транспортних засобів оптимізацією ремонтно-обслуговуючих дій // *О.В. Сушко.* –Дисс. канд. техн. наук. – К.: 2007. – 178 с.
2. *Сушко О.В.* Описання імітаційних моделей, які використовуються для дослідження системи технічного обслуговування та ремонту машин // Праці ТДАТУ / *О.В. Сушко* – Випуск 9. – т. 4. – Мелітополь. – 2010 р. – с. 37- 41.
3. *Посвятенко Е.К., Сушко О.В.* Визначення похибки існуючого методу прогнозування залишкового ресурсу складової частини машини // Науково - техніч. збірник «Вісник НТУ» / *Е.К.Посвятенко, О.В. Сушко.* – Київ. – № 18. – 2011р. – с. 71-75.
4. *Кордонский Х.Б., Харач Г.М., Артамоновский В.П.* Вероятностный анализ процесса изнашивания / *Х.Б. Кордонский, Г.М. Харач, В.П. Артамоновский.* – М.: Наука, 1978. – 56 с.
5. *Смирнов Н.Н., Дунин-Барковский И.В.* Курс теории вероятностей и математической статистики / *Н.Н. .Смирнов, И.В. Дунин-Барковский.* – М.: Физматгиз, 1969. – 511 с.
6. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике / *Г. Корн, Т. Корн .* – М.: Наука, 1974,831 с.
7. *Сельцер А.А.* Прогнозирование безотказности и определение допустимых изменений параметров состояния элементов тракторов (на примере подвески тракторов Т-74, ДТ-75) // *А.А. Сельцер.* − Дисс. канд. техн. наук.− М.: 1979. – 204 с.

РАЗРАБОТКА НОВОГО МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ УСЛОВНОЙ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОСТАТОЧНОГО РЕСУРСА МАШИН

О.В. Сушко

***Аннотация* – в статье приведены основные положения разработки нового метода определения условной функции распределения остаточного ресурса составных частей машин с целью прогнозирования их остаточного ресурса по результатам диагностирования.**

DEVELOPMENT DETERMINATION OF NEW METHOD OF CONDITIONAL DISTRIBUTING FUNCTIONS OF REMAINING MACHINES RESOURCE

O. Sushko

Summary

In the article the substantive provisions of development of new method of determination of conditional function of distributing of remaining resource of component parts of machines are resulted with the purpose of prognostication of their remaining resource on diagnostic results.