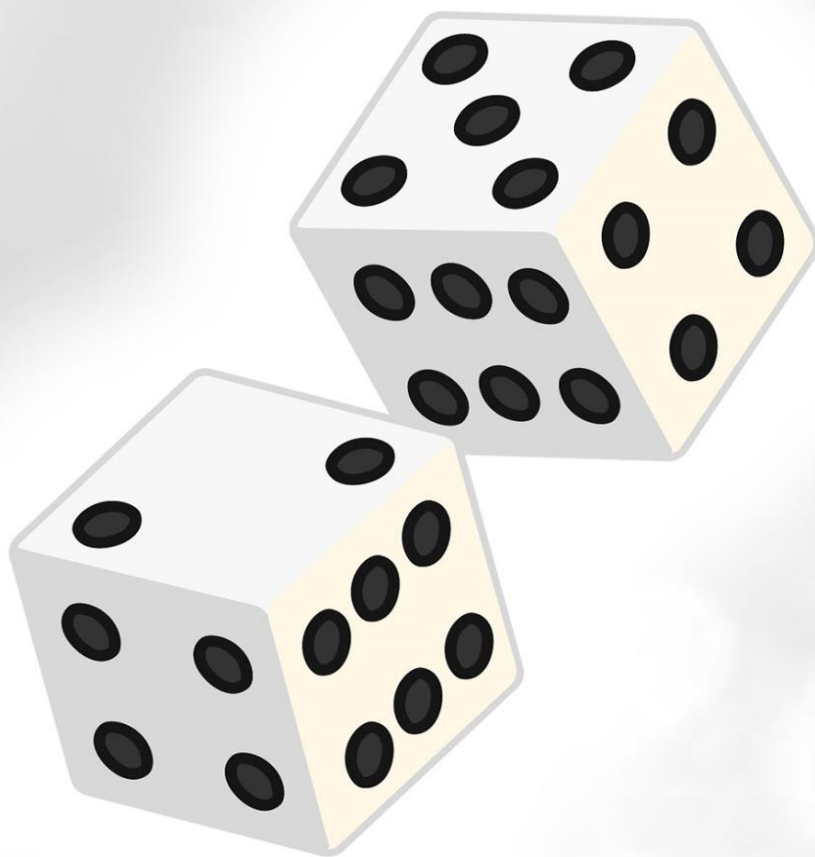


**НАТАЛЯ СОСНИЦЬКА,
ОЛЬГА ІЩЕНКО, ЛАРИСА ХАЛАНЧУК**

ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНИЙ ПОСІБНИК



Міністерство освіти і науки України
Таврійський державний агротехнологічний університет
імені Дмитра Моторного

Н.Л. СОСНИЦЬКА, О.А. ІЩЕНКО, Л.В. ХАЛАНЧУК

ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНИЙ ПОСІБНИК

*Рекомендовано Вченою радою
факультету енергетики і комп'ютерних технологій
Таврійського державного агротехнологічного університету
імені Дмитра Моторного як навчально-методичний посібник
для підготовки здобувачів ступеня вищої освіти «Бакалавр»
у закладах вищої освіти III – IV рівнів акредитації*

Мелітополь

2020

УДК 519.21

Сосницька Н.Л. Теорія ймовірностей: навч.-метод. посібн. / Н.Л. Сосницька, О.А. Іщенко, Л.В. Халанчук. – Мелітополь: ТОВ «Колор Принт», 2020. – 116 с. – ISBN 978-966-2489-99-9.

Рецензенти:

Ачкан В.В. – доктор педагогічних наук, доцент, доцент кафедри математики та методики навчання математики, Бердянський державний педагогічний університет

Кравець В.І. – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри вищої математики і фізики, Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного

Квітка С.О. – кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри електротехніки і електромеханіки, Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного

*Гриф надано Вченою радою факультету енергетики і комп'ютерних технологій Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного
(протокол № 10 від 28 травня 2020 р.)*

Навчально-методичний посібник розроблено відповідно до навчальної програми з дисципліни “Теорія ймовірностей, ймовірнісні процеси та математична статистика” для студентів технічних спеціальностей закладів вищої освіти. Розглянуто елементи теорії сполук, безпосередній розрахунок ймовірностей подій, сума та добуток подій, теореми додавання та множення ймовірностей подій, формулу повної ймовірності, формулу Бейеса, формулу Бернуллі та її асимптотичні наближення, дискретні і неперервні випадкові величини. В матеріалах посібника наведено теоретичний матеріал, детальні приклади розв’язання всіх основних задач теорії ймовірностей. Наведено необхідний довідковий матеріал.

Видання розраховано на студентів і викладачів інженерних, загальнотехнічних факультетів закладів вищої освіти усіх форм навчання.

ISBN 978-966-2489-99-9

© Сосницька Н.Л., Іщенко О.А., Халанчук Л.В. 2020

© Таврійський державний агротехнологічний університет

імені Дмитра Моторного

© ТОВ “Колор Принт”, 2020

Вступ

Навчально-методичний посібник складено відповідно до програмного курсу «Вища математика» для студентів денної форми навчання факультету енергетики і комп'ютерних технологій для самостійної підготовки за дисципліною: «Теорія ймовірностей, ймовірнісні процеси та математична статистика». Мета даного посібника – закріплення теоретичного матеріалу й набуття практичних навичок за темами курсу для підвищення рівня фундаментальної математичної підготовки студентів.

Посібник містить наступні теми:

1. Елементи теорії сполук.
2. Безпосередній розрахунок ймовірностей.
3. Сума та добуток подій. Теореми додавання та множення ймовірностей подій.
4. Формула повної ймовірності. Формула Бейєса.
5. Формула Бернуллі та її асимптотичні наближення.
6. Дискретні випадкові величини.
7. Неперервні випадкові величини.

Кожна з тем містить стислі теоретичні відомості, основні означення й формули, зразки розв'язання прикладів і задач, що відносяться до відповідного розділу курсу, наводяться роз'яснення більш складних моментів, які при самостійному вивченні можуть викликати труднощі. Основна мета навчання – оволодіння навчальною програмою самостійно, тому методичний посібник містить приклади для самостійної роботи.

Таким чином, в основу посібника покладено методичні принципи, завдяки яким вони є як навчальними, так і контролюючими. Цінність посібника полягає в тому, що він містить системний виклад програмного матеріалу. Тому, використовуючи його, студент має змогу детально розібратися з даної теми, ліквідувати відставання.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ 1. ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ СПОЛУК.....	9
1.1 Розміщення.....	9
1.2 Перестановки.....	10
1.3 Комбінації.....	11
Вправи.....	13
Тестові завдання.....	14
РОЗДІЛ 2. БЕЗПОСЕРЕДНІЙ РОЗРАХУНОК ЙМОВІРНОСТЕЙ ПОДІЙ.....	16
2.1 Основні поняття.....	16
2.2 Класичне означення ймовірності.....	17
2.3 Статистичне означення ймовірності.....	21
2.4 Геометричне означення ймовірності.....	22
Вправи.....	25
Тестові завдання.....	28
РОЗДІЛ 3. СУМА ТА ДОБУТОК ПОДІЙ. ТЕОРЕМИ ДОДАВАННЯ ТА МНОЖЕННЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ ПОДІЙ.....	31
3.1 Сума подій.....	31
3.2 Добуток подій. Поняття умовної ймовірності.....	34
3.3 Теореми множення ймовірностей залежних та незалежних подій.....	35
3.4 Ймовірність появи хоча б однієї події.....	37
3.5 Теорема додавання ймовірностей сумісних подій.....	38
Вправи.....	39
Тестові завдання.....	40
РОЗДІЛ 4. ФОРМУЛА ПОВНОЇ ЙМОВІРНОСТІ. ФОРМУЛА БЕЙЄСА.....	42

4.1	Формула повної ймовірності.....	42
4.2	Формула Бейєса.....	45
	Вправи.....	47
	Тестові завдання.....	48
РОЗДІЛ 5. ФОРМУЛА БЕРНУЛЛІ ТА ЇЇ АСИМПТОТИЧНІ		
	НАБЛИЖЕННЯ.....	52
5.1	Формула Бернуллі.....	52
5.2	Найімовірніше число появи подій.....	55
5.3	Локальна теорема Муавра-Лапласа.....	57
5.4	Інтегральна теорема Муавра-Лапласа.....	59
5.5	Асимптотична формула Пуассона.....	61
5.6	Оцінка відхилення відносної частоти від імовірності.....	63
	Вправи.....	65
	Тестові завдання.....	66
РОЗДІЛ 6. ДИСКРЕТНІ ВИПАДКОВІ ВЕЛИЧИНИ.....		
	6.1 Випадкові величини.....	69
	6.2 Закон розподілу дискретної випадкової величини. Многокутник розподілу.....	70
	6.3 Математичне сподівання дискретної випадкової величини, його властивості.....	71
	6.4 Дисперсія і середнє квадратичне відхилення дискретної випадкової величини, їх властивості.....	73
	Вправи.....	78
	Тестові завдання.....	79
РОЗДІЛ 7. НЕПЕРЕРВНІ ВИПАДКОВІ ВЕЛИЧИНИ		
	7.1 Інтегральна функція розподілу ймовірностей, її властивості...	85
	7.2 Диференціальна функція розподілу ймовірностей неперервних випадкових величин.....	89
	7.3 Математичне сподівання, дисперсія і середнє квадратичне	

відхилення неперервних випадкових величин.....	91
Вправи.....	100
Тестові завдання.....	101
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	107
ДОДАТКИ.....	108

РОЗДІЛ 1

ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ СПОЛУК

1.1 Розміщення

Нехай дано множину A з n елементів $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$.

Означення. Розміщенням з n елементів по m ($m \leq n$) називається будь-яка впорядкована підмножина B множини A така, що вона містить m елементів із даних $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$; причому дві такі підмножини вважаються різними, якщо вони відрізняються складом або порядком елементів.

Приклад. Нехай ϵ множина з трьох елементів: 1, 2, 3. Розміщень по одному буде три: 1; 2; 3. Розміщень по два – шість: 1,2; 2,1; 1,3; 3,1; 2,3; 3,2. Розміщень по три – також шість: 1,2,3; 1,3,2; 2,1,3; 2,3,1; 3,1,2; 3,2,1.

Позначення. Кількість розміщень з n елементів по m позначається A_n^m (A – перша буква французького слова arrangement - розміщення).

Задача. Відомо n та m . Обчислити A_n^m .

Розв'язання. Будемо складати впорядковані підмножини з m елементів. На перше місце в таку підмножину «претендують» n елементів, на друге – вже $n - 1$ елемент, що залишилися, і т.д., на m -те місце «претендують» $n - (m - 1)$ елементів. Отже, за правилом добутку, маємо

$$A_n^m = n(n - 1)(n - 2) \dots (n - (m - 2))(n - (m - 1)).$$

Помножимо і розділимо цей вираз на $(n - m)!$. Дістанемо:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n - m)!}.$$

Розглянемо задачі на використання цих двох формул.

Задача. Розклад на день містить 5 уроків. Визначити кількість таких можливих розкладів при виборі з 11 дисциплін, при умові, що жоден предмет не стоїть у розкладі двічі на день.

Розв'язання. Зрозуміло, що таких розкладів буде

Н.Л. СОСНИЦЬКА, О.А. ІЩЕНКО, Л.В. ХАЛАНЧУК

ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНИЙ ПОСІБНИК

Видавець та виготовлювач ТОВ «Колор Принт»
72312, Запорізька обл., м. Мелітополь, вул. Університетська, 44/7
Тел. (0619) 46-42-80

Свідоцтво Державного комітету телебачення
і радіомовлення України про внесення суб'єкта
видавничої справи до Державного реєстру видавців і
виготівників видавничої продукції
Серія ДК № 6974 від 13.11.2019р.

Підписано до друку 01.06.2020р. Папір офсетний.
Формат 60x90/16. Гарнітура Arial Narrow.
Друк різог. Умовн. друк. арк. 7,25.
Тираж 100 пр. Зам. № 24 від 10.06.2020р.
ТОВ «Колор Принт»
72312, Запорізька обл., м. Мелітополь, вул. Університетська, 44/7.
Тел. (0619) 46-42-80.