

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Таврійський державний агротехнологічний університет
імені Дмитра Моторного
Механіко – технологічний факультет
Кафедра «Технічна механіка та комп'ютерне проектування
імені професора В.М. Найдиша»

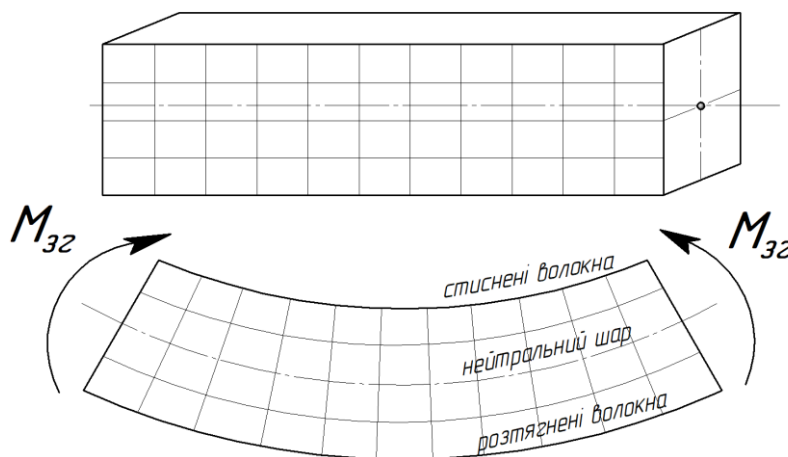


РОЗРАХУНОК СТАТИЧНО ВИЗНАЧЕНИХ БАЛОК НА ЗГИН

Методичні вказівки до практичного заняття

з дисципліни «Інженерна механіка. Механіка матеріалів і конструкцій»

для здобувачів ступеня вищої освіти «Бакалавр»
денної та дистанційної форми навчання
зі спеціальностей 208 «Агроінженерія»,
133 «Галузеве машинобудування» та 131 «Прикладна механіка»



Мелітополь, 2020

УДК 539.3: 620 (075)

Розрахунок статично визначених балок на згин: метод. вказівки до практичних занять з дисципліни «Інженерна механіка. Механіка матеріалів і конструкцій» для здобувачів ступеня вищої освіти «Бакалавр» денної та дистанційної 208 «Агроінженерія», 133 «Галузеве машинобудування» та 131 «Прикладна механіка»/ Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного; уклад.: **Л.Ю. Бондаренко, О.О. Вершков, Г.В. Антонова.** – Мелітополь: 2020. – 24с.

Рецензенти:

Пеньов О.В., кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри технології конструкційних матеріалів Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного.

Схвалено на засіданні кафедри «Технічна механіка та комп'ютерне проектування імені професора В.М. Найдиша»

Протокол № 12 від "8" травня 2020 року

Завідувач кафедри ТМКП

доц. _____ О.О. Вершков

" ____ " _____ 2020 року

Схвалено методичною комісією механіко-технологічного факультету

Протокол № 7 від "29" травня 2020 року

Голова доц. _____ А.О.Смелов

" ____ " _____ 2020 року

Методичні вказівки "**Розрахунок статично визначених балок на згин**" розроблено з метою надання практичних навичок студентами під час виконання ними практичних завдань з дисципліни «Інженерна механіка. Механіка матеріалів і конструкцій». Видання включає короткі теоретичні відомості, приклади вирішення задач з необхідними теоретичними положеннями і практичними поясненнями. Методичні вказівки містять також довідкові матеріали, які можуть бути використані студентами як на практичних заняттях, так і в процесі самостійного опанування матеріалу дисципліни. Видання призначене для здобувачів ступеня вищої освіти «Бакалавр» зі спеціальностей 208 «Агроінженерія», 133 «Галузеве машинобудування» та 131 «Прикладна механіка».

© Бондаренко Л.Ю., Вершков О.О.,
Антонова Г.В.

© Таврійський державний
агротехнологічний університет
імені Дмитра Моторного, 2020

ЗМІСТ

ВСТУП	4
1. Теоретична частина	5
1.1. Загальні визначення	5
1.2. Внутрішні силові фактори при згині	7
1.3. Напруження в поперечному перерізі.....	10
2 Алгоритм вирішення статично визначених балок за умовою міцності:.....	14
3. Приклади розв'язання задач	15
Задача 3.1 Розрахунок консольної балки на згин	15
Задача 3.2 Розрахунок консольної балки на згин	20
Задача 3.3 Розрахунок двухопорної балки на згин.....	24
Задача 3.4 Розрахунок двухопорної балки на згин, підбір розмірів поперечного перерізу.....	29
Задача 3.5 Розрахунок двухопорної балки на згин, підбір розмірів поперечного перерізу. Повна перевірка міцності балки.	34
4 КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ.....	42
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ	44

ВСТУП

**Знання і могутність - одне і теж саме.
Френсис Бэкон**

Метою засвоєння навчальної дисципліни «**Інженерна механіка. Механіка матеріалів та конструкцій**» є базова інженерна підготовка і розвиток інженерного мислення майбутніх бакалаврів, спрямовані на вирішення організаційних, наукових, технічних завдань при проектуванні, виробництві та експлуатації машин, приладів і конструкцій.

Це перша дисципліна, що встановлює зв'язок між фундаментальними науковими дисциплінами (фізика, вища математика і теоретична механіка) та прикладними завданнями і методами їхнього розв'язання, що виникають при проектуванні машин, приладів і конструкцій. Практично всі спеціальні дисципліни підготовки інженерів за різними спеціальностями містять розділи курсу опору матеріалів, оскільки створення працездатної нової техніки неможливе без аналізу і оцінки її на міцність, жорсткість і надійність.

Обов'язковою складовою частиною підготовки студентів за курсом «Інженерна механіка. Механіка матеріалів і конструкцій» є виконання самостійної роботи, що сприяє закріпленню знань, отриманих при вивченні відповідних розділів курсу та інших загально-інженерних дисциплін.

Основним методом вирішення завдань є метод перерізів, коли проводиться розтин тіла деякою поверхнею, і після введення внутрішніх силових факторів між розрізаними частинами, розглядається рівновага однієї з частин. Необхідно запам'ятати, що в загальному випадку навантаження в поперечному перерізі стержня може виникати шість внутрішніх силових факторів: нормальна сила, дві поперечних сили, два згинальних моменти і крутильний момент.

У даних вказівках представлені методичні рекомендації до проведення практичних занять з дисципліни «Інженерна механіка. Механіка матеріалів і конструкцій», наведено приклади розв'язання типових задач. Методичні вказівки містять рекомендації та завдання до виконання самостійної роботи.

1. Теоретична частина

1.1. Загальні визначення

Розрахунок на міцність багатьох деталей і вузлів машин, елементів рамних конструкцій та споруд (таких як осі та ведучі мости мобільних машин, кран-балки, мостові крани, балки монтажних перекриттів, прольоти мостів та ін.) може бути зведений до розрахунку статично визначеної однопрогонної балки. Тому розрахунок на міцність при плоскому поперечному згині виконується на прикладі розрахункової схеми балки на консолі або на двох опорах, яка є типовим елементом для багатьох реальних конструкцій.

Згин – деформація, яка супроводжується зміною кривизни осі стержня. Стержні, що працюють на згин називають **балками**.

Площина, що містить поздовжню вісь балки z і одну з головних центральних осей інерції поперечного перерізу (x або y), називається **головною площиною балки**. На рисунку 1.1 зображено головну площину балки, яка сформована поздовжнею віссю z та вертикальною віссю y . Вона ж є площиною дії зовнішніх сил.

Площина, в якій розташовані зовнішні діючі сили називається **силовою площиною**.

Лінія перетину силової площини з площиною поперечного перерізу називається **силовою лінією**.

Деформація плоский прямий згин має місце в тому випадку якщо силова площина і головна площину інерції балки збігаються.

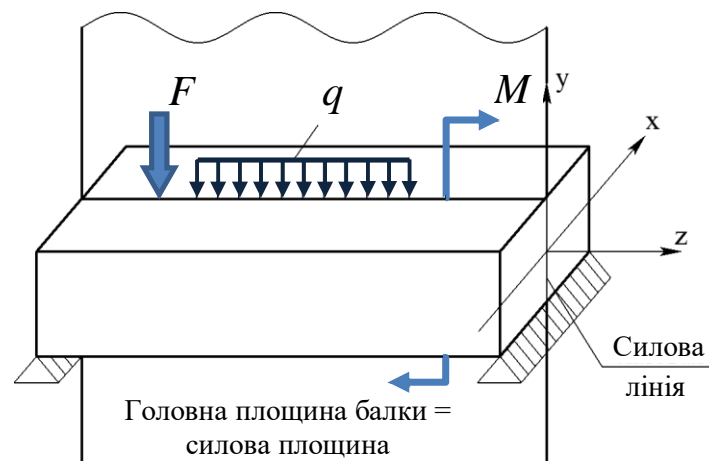


Рисунок 1.1 – Навантаження балки при прямому плоскому згині

В залежності від розташування силової площини розрізняють прямий (плоский) і косий згин:

Прямий (плоский) згин – згин, при якому площина дії згинального моменту проходить через одну із головних площин інерції балки.

Косий згин – згин, при якому площина дії згинального моменту не збігається ні з однією з головних площин інерції балки.

У результаті дії зовнішніх силових факторів на балку відбувається наступне:

- Поздовжня вісь балки викривляється, перетворюючись в плоску криву, розташовану в силівій площині. Це відмінна риса деформації прямого згину від інших видів простого опору: наприклад розтягування (стиснення), кручення, при яких поздовжня вісь залишалася прямолінійною.

- Всі волокна балки викривляються, не натискаючи один на одне; при цьому з опуклого боку вони зазнають розтягування; а з увігнутого - стиснення. Це означає, що кожен елемент волокна відчуває центральне розтягнення або стиснення.

- Поперечні перерізи балки повертаються навколо головної центральної осі, перпендикулярної силівій лінії, залишаючись при цьому плоскими і перпендикулярними до деформованої осі балки.

- Шар волокон, який є кордоном між зоною розтягування і зоною стиснення та який не відчуває ні розтягування, ні стиснення, а тільки викривляється, називається **нейтральним шаром** (рис. 1.2).

- Лінія перетину нейтрального шару з площиною поперечного перерізу називається **нейтральною віссю** (рис. 1.2).

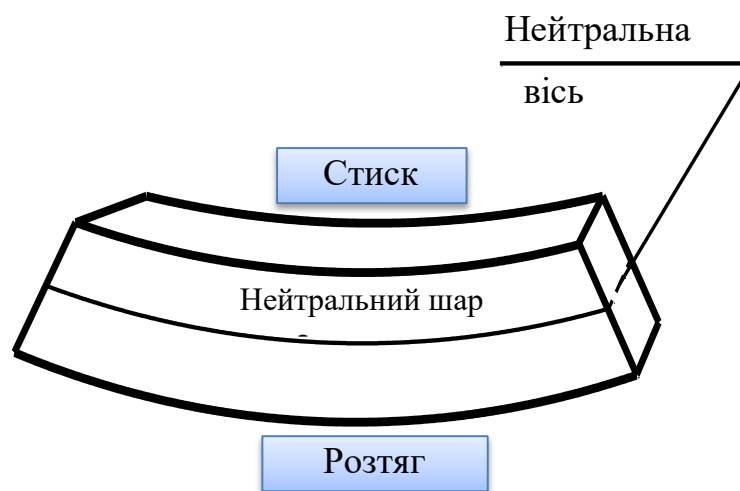


Рисунок 1.2 – Розташування нейтрального шару і нейтральної осі.

1.2 Внутрішні силові фактори при згині

У поперечних перерізах балки, яка навантажена розташованими у вертикальній площині зосередженими силами, згинальними моментами та розподіленими навантаженнями, виникають такі внутрішні силові фактори як:

- поперечні сили Q_y , кН;
- згинальні моменти M_x , кН·м.

Поперечна сила Q (сила, що перерізає) – це сила, що складається з елементарних дотичних зусиль, які діють в перерізах балки. Поперечна сила в кожному перерізі визначається як сума проєкцій на нормаль до осі балки всіх зовнішніх сил, що розташовані по одну сторону від перерізу.

Згинальний момент M – це момент внутрішньої пари, що складається з елементарних нормальних зусиль, які виникають в поперечних перерізах балки. Згинальний момент повертає цей переріз відносно суміжного, в результаті чого виникає згин. В кожному перерізі згинальний момент дорівнює алгебраїчній сумі моментів всіх зовнішніх сил, що розташовані по одну сторону від перерізу відносно поперечної центральної осі y .

З точки зору внутрішніх сил пружності:

- **поперечна сила** є рівнодіючою внутрішніх сил пружності, які діють по дотичній до перерізу;
- **згинальний момент** є моментом результуючої пари внутрішніх сил пружності, нормальних до перерізу.

Для визначення внутрішніх силових факторів використовується **метод перерізів**, для цього розбивають балку на ділянки, в межах кожної з яких закони (залежності) зміни внутрішніх силових факторів є сталими. Зазвичай, границями ділянок слугують точки прикладення зовнішніх сил, моментів, а також початок і кінець розподіленого навантаження. Ділянки нумерують в довільному порядку. Далі для кожної ділянки визначають внутрішні силові фактори у такій послідовності:

- **розтинають**, тобто виконують уявний переріз, який знаходиться на довільній відстані z від початку координат в межах даної ділянки;
- **відкидають** одну з частин бруса, яка є найбільш навантаженою, та розглядають залишену частину балки;
- щоб балка залишалася у рівновазі, дію відкинутої частини **замінюють** внутрішніми силовими факторами, а це є поперечна сила Q_y та згинальний момент M_x ;
- записують рівняння **рівноваги** для кожної з ділянок балки у вигляді

аналітичних виразів для визначення величини внутрішнього силового фактору в залежності від значення z .

Для того, щоб отримати однакові значення поперечних сил і згинальних моментів не тільки по величині, а й по знаку необхідно дотримуватися певного правила знаків.

Правило знаків для поперечної сили Q : якщо сила прагне повернути переріз балки за годинниковою стрілкою, то вона вважається позитивною, якщо проти годинникової стрілки, то негативною.

Або (**правило Буравчика**): якщо за напрямком дії сили закручуємо – то поперечна сила буде позитивною, якщо відкручуємо – то негативною (рис.1.3).

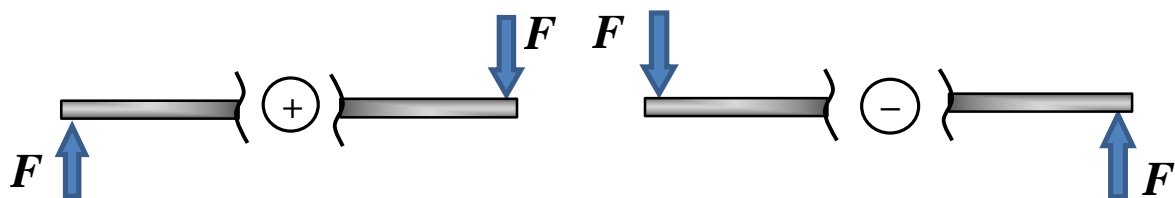


Рисунок 1.3 – Правило знаків для поперечної сили.

Правило знаків для згинального моменту M (правило дощу): якщо за напрямком дії сили балка згинається у низ – то момент буде позитивним, якщо у верх – то негативним (рис. 1.4).

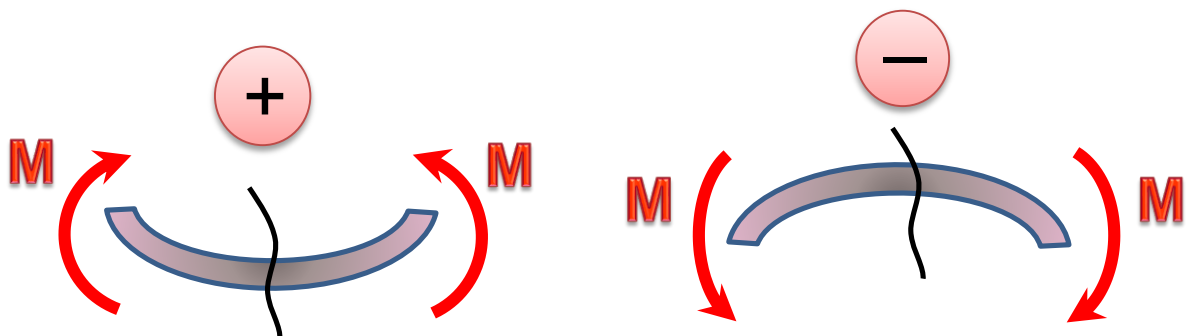


Рисунок 1.4 – Правило знаків для згинальних моментів.

В залежності від того, які саме внутрішні сили фактори виникають у поперечних перерізах балки прямих згин класифікують на чистий і поперечний:

▪ **Чистий згин** – згин, при якому згинальний момент є єдиним внутрішнім силовим фактором, що виникає в поперечному перерізі балки.

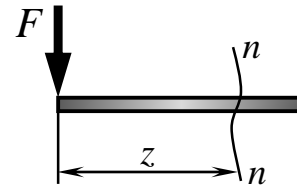
▪ **Поперечний згин** – згин, при якому в перерізі бали поряд із згинальним моментом виникає і внутрішня поперечна сила

Розглянемо визначення поперечних сил і згинальних моментів окремо від кожного зовнішнього силового фактора:

- від зосередженої сили F :

$$Q_x = \pm F,$$

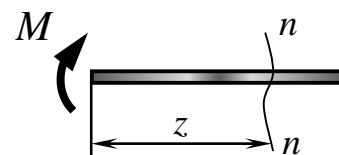
$$M_x = \pm F \cdot z.$$



- від зосередженого моменту M :

$$Q_x = 0,$$

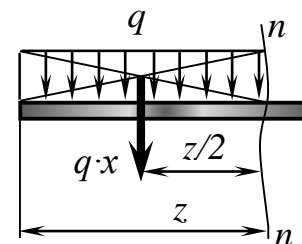
$$M_x = \pm M.$$



- від розподіленого навантаження:

$$Q_x = \pm q \cdot z,$$

$$M_x = \pm q \cdot z \cdot \frac{z}{2} = \pm \frac{q \cdot z^2}{2}.$$



Для перевірки балки на міцність, необхідно знайти ті перерізи, в яких значення поперечних сил і згинальних моментів будуть мати найбільше значення, такі перерізи є **небезпечними**. Для того, щоб знайти їх треба побудувати **епюри** поперечних сил і згинальних моментів.

Будувати епюри починаємо для консольної балки з вільного кінця, а для двохопорної – з тієї сторони, з якої починали розрізати.

При побудові епюри « Q » позитивні значення відкладають вгору, а негативні вниз від нульової осі.

При побудові епюри « M » позитивні значення також відкладають вгору від осі, а негативні вниз, тобто епюра згинальних моментів будується з боку стиснених волокон балки.

Перевірка правильності побудовання епюри поперечних сил:

- на ділянках, де прикладена зосереджена сила, на епюрі буде пряма лінія, паралельна осі бруса, а в точці прикладання сили – стрибок на величину цієї сили;

- на ділянках, де прикладене розподілене навантаження, на епюрі буде похила лінія.

Перевірка правильності побудовання епюри згинальних моментів:

- на ділянках, де діє згинальний момент, на епюрі буде пряма лінія, паралельна осі бруса, а в точці прикладання моменту – стрибок на величину цієї сили;

- на ділянках, де прикладене розподілене навантаження, на епюрі буде параболічна лінія, при чому, якщо лінія на епюрі Q перетинає нульову лінію, то на епюрі M парабола буде мати в цій точці максимальне значення – екстремум;

- на ділянках, де прикладене зосереджене сила, на епюрі згинальних моментів є злом, вістря якого направлено в сторону протилежну дії сили.

- якщо поперечна сила позитивна, то згинальний момент зростає, якщо негативна то убиває.

1.3. Напруження в поперечному перерізі

У разі прямого поперечного згину в поперечних перерізах балки виникають нормальні σ і дотичні τ напруження.

По ширині перерізу величина **нормальних напружень** не змінюється, тобто постійна для всіх точок, що знаходяться на одному і тому ж рівні, а по висоті нормальні напруження розподіляються за лінійним законом і в будь-якій точці перерізу визначаються за формулою (рис. 1.4):

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} \cdot y, \quad (1.1)$$

де M_x – згинальний момент, що діє в даному перерізі (береться з епюри згинальних моментів), Н·м ;

J_x – осьовий момент інерції перерізу щодо нейтральної осі, м⁴;

y – відстань від точки, в якій визначається напруження, до нейтральної осі, м.

Знак напруження встановлюється за фізичним змістом.

Якщо точка знаходиться в розтягнутій зоні, то нормальне напруження в цій точці має знак «+», а якщо в стислій зоні, то «-».

При позитивному згинальному моменті балка викривляється опуклістю вниз, а напруження в цих точках позитивні: $\sigma > 0$; при негативному згинальному моменті балка викривляється опуклістю вгору, а напруження в точках, розташованих вище нейтральної осі негативні $\sigma < 0$ (рис. 1.4, а і б).

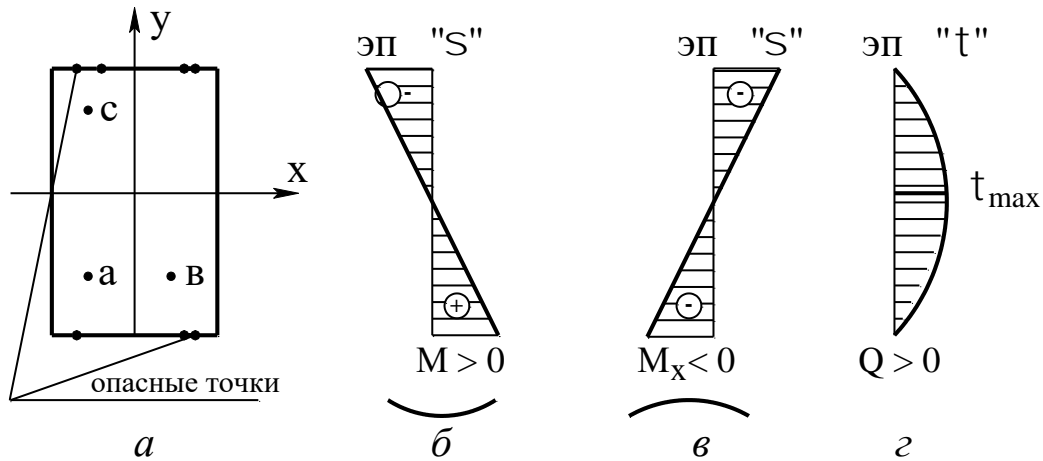


Рисунок 1.5 – Епюри нормальних і дотичних напружень

Найбільші за величиною нормальні напруження виникають в крайніх верхніх і нижніх точках перерізу (небезпечні точки) і визначаються за формулою:

$$\sigma = \frac{M_x}{W_x}, \quad (1.2)$$

де W_x - момент опору перерізу відносно нейтральної осі. Для прокатного профілю визначається за таблицями сортаменту.

Дотичні напруження також постійні за величиною в точках, що знаходяться на одному і тому ж рівні, а по висоті перерізу змінюються по криволінійному закону. Наприклад, для прямокутного перерізу і похідних від нього згідно із законом квадратної параболи.

У будь-якій точці поперечного перерізу дотичні напруження визначаються за формулою Журавського:

$$\tau = \frac{Q \cdot S_x^{omc}}{J_x \cdot b}, \quad (1.3)$$

де Q – поперечна сила, що діє в даному попереченому перерізі (береться з епюри «Q»);

S_x^{omc} – статичний момент відсіченої частини перерізу (розташованому вище або нижче рівня даної точки) щодо нейтральної осі;

J_x – момент інерції перерізу щодо нейтральної осі;

b – ширина перерізу на рівні точки, що розглядається.

На відміну від нормальних напружень, дотичні напруження максимальні в точках, що належать нейтральній осі, в крайніх же верхніх і нижніх точках перерізу вони дорівнюють нулю, дотичні напруження мають один і той же знак у всіх точках перерізу, він відповідає знаку поперечної сили. Якщо $Q > 0$, то $\tau > 0$; якщо $Q < 0$, то $\tau < 0$ (рис. 1.4, г).

Перевірку балки на міцність проводять по **найбільшим нормальним напруженням** за умовою міцності на згин:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_{н.л.}} \leq [\sigma], \quad (1.4)$$

де σ_{max} – найбільші нормальні напруження в поперечному перерізі балки, МПа;

M_{max} – найбільший згинальний момент у балці, Н·мм (знаходимо з епюри згинальних моментів);

$W_{н.л.}$ – осьовий момент опору поперечного перерізу балки відносно його нейтральної лінії, мм³;

$[\sigma]$ – допустимі нормальні напруження для матеріалу балки, МПа.

В загалі, для визначення розмірів поперечного перерізу проводять проектувальний вид розрахунку за умовою міцності, визначаючи осьовий момент опору поперечного перерізу балки, тоді:

$$W_{н.л.} = \frac{M_{max}}{[\sigma]}.$$

Осьовий момент опору поперечного перерізу балки відносно його нейтральної лінії залежить від форми та розмірів перерізу:

– для круглого перерізу:

$$W_{н.л.} = \frac{\pi d^3}{32} \cong 0,1d^3$$

– для прямокутного перерізу

$$W_{н.л.} = \frac{bh^2}{6}$$

– для двотаврового перерізу знаходимо за довідковим даним із таблиці прокатного сортаменту (додаток Б).

Перевірку балки на міцність по **найбільшим дотичним напруженням** проводять за формулою Журавського Д.І.:

$$\tau_{max} = \frac{Q_{max} \cdot S_{н.л.}^{від}}{b \cdot J_{н.л.}} \leq [\tau], \quad (1.5)$$

де τ_{max} – найбільші дотичні напруження в поперечному перерізі балки,

МПа;

Q_{max} – найбільше значення поперечної сили в перерізі балки, Н (знаходимо з епюри поперечних сил);

$S_{н.л.}^{від}$ – статичний момент відсіченої частини площі перерізу відносно нейтральної лінії, мм³;

$J_{н.л.}$ – осьовий момент інерції поперечного перерізу балки відносно його нейтральної лінії, мм³;

b – ширина перерізу, мм;

$[\tau]$ – допустимі дотичні напруження для матеріалу балки, МПа.

Значення статичного моменту відсіченої частини, осьового моменту опору та осьового моменту інерції площі поперечного перерізу балки відносно нейтральної лінії знаходимо розрахунковим шляхом, а для перерізів стандартного профілю беремо із таблиці сортаменту (додаток Б).

При чистому згині в усіх точках балки має місце лінійний напружений стан, і найбільш небезпечними точками є крайні верхні і нижні точки балки.

У разі поперечного згину напружений стан в різних точках по висоті балки неоднорідний.

У крайніх верхніх і нижніх точках балки напружений стан, як і в випадку чистого згину лінійний. Головні площадки тут збігаються з поперечними перерізами і головні напруження дорівнюють нормальним напруженням, чинним в поперечних перерізах, тобто:

$$\sigma_{min}^{max} = \frac{M_{max}}{W_{н.л.}}$$

У точках, розташованих в нейтральному шарі, має місце особливий випадок плоского напруженого стану - чистий зсув, при якому по чотирьох гранях, виділеного елемента, діють дотичні напруження.

Головні напруги рівні в цьому випадку дотичним напруженням, що діють в площинах чистого зсуву (в поперечних перерізах), а τ_{max} залежать від форми перерізу.

У довільних точках, розташованих вище або нижче нейтрального шару має місце плоский напружений стан. При цьому головні напруження визначаються за формулами:

$$\sigma_{min}^{max} = \frac{1}{2}\sigma \pm \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4 \cdot \tau^2}$$

де σ - нормальні напруження, що діє в поперечному перерізі;

τ - дотичне напруження в поперечному перерізі.

2 Алгоритм вирішення статично визначених балок за умовою міцності:

1. Наводять повний текст завдання з вихідними даними з таблиці, що відповідають своєму варіанту.

2. Складають розрахункова схема балки, вказують розміри і величини навантажень відповідно до вихідних даних, взятих відповідно до індивідуального шифра з таблиці додатка В.

3. Визначають невідомі опорні реакції (для консольної балки реакції можна не визначати).

4. Використовуючи метод перерізів записують аналітичні вирази для визначення внутрішніх силових факторів та визначають їх значення.

5. Будують епюри Q_y і M_x , при цьому позитивні значення відкладають уверх від нульової лінії, а негативні – униз.

6. Якщо на якій-небудь ділянці епюра поперечна сила змінюючись за лінійним законом перетинає вісь в деякій точці, отже в цій точці $Q_y = 0$, то тут необхідно визначити екстремальне значення згинального моменту. Відстань від початку ділянки до перетину, в якому $Q_y = 0$, (Z_0) визначають як частка від ділення значення Q_y в крайньому перерізі цієї ділянки, на інтенсивність навантаження q :

$$z_0 = \frac{Q_y}{q}.$$

7. З епюри визначають небезпечний переріз, в якому згинальний момент досягає максимального значення M_{\max} .

8. З умови міцності підбирають розміри круглого, прямокутного або двотаврового перерізу балки.

9. Порівнюють вагу отриманих балок і роблять висновок про найбільш раціональний переріз.

10. Для оптимального перерізу будують епюру нормальних напружень по висоті перерізу.

11. У перерізі, де Q_y і M_x приймають досить великі значення, роблять повну перевірку міцності оптимального перерізу (в тому випадку, якщо в небезпечному перерізі $Q_y = 0$, слід взяти для перевірки інший переріз).

3. Приклади розв'язання задач

Задача 3.1 Розрахунок консольної балки на згин

Для заданої консольної балки, навантаженої зовнішньою системою сил (рис. 3.1.1) **необхідно:**

1. Викреслити розрахункову схему в певному масштабі, вказати всі розміри і величини навантажень в числах.

2. Побудувати епюри внутрішніх зусиль – поперечних сил Q_y та згинальних моментів $M_{зг}$.

Вихідні дані: $F = 10$ кН; $M = 20$ кН·м; $q = 8$ кН/м, $a = 2$ м.

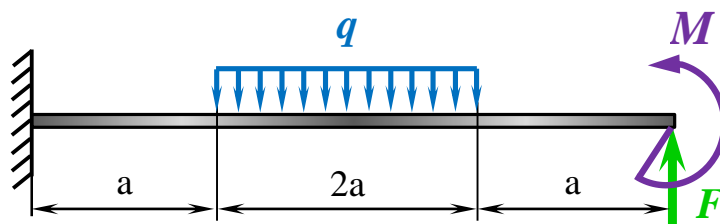


Рисунок 3.1.1 – Розрахункова схема балки.

Розв'язання.

1) Розділимо балку на ділянки справа наліво (рис. 3.1.2):

1-а ділянка від точки прикладання зосередженого моменту M і зосередженої сили F до початку розподіленого навантаження;

2-а ділянка – ділянка дії розподіленого навантаження;

3-а ділянка від кінця дії розподіленого навантаження до жорсткого закріплення.

2) Використовуючи метод перерізів визначимо внутрішні силові фактори: поперечні сили Q_y і згинальні моменти $M_{зг}$.

Окремо розглянемо кожен ділянку балки.

Ділянка I-I:

$$0 \leq z_1 \leq a;$$

Ліва межа ділянки: знаходиться зосереджена сила F і зосереджений момент, на який поперечна сила не реагує.

Стан по довжині ділянки: ділянку нічим не завантажено, тому на епюрі повинна бути пряма, паралельна базі.

Права межа ділянки: початок розподіленого навантаження q .

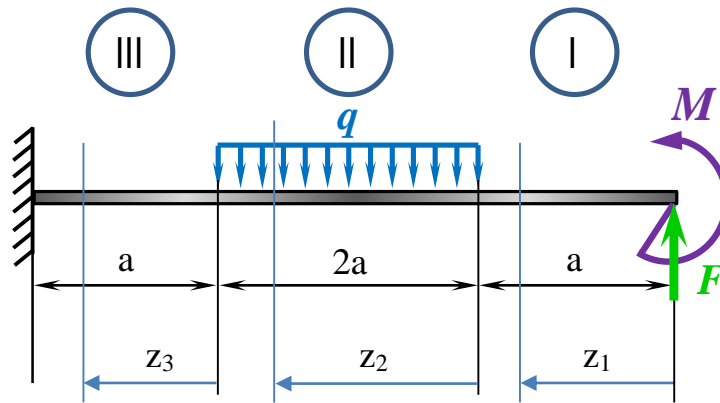


Рисунок 3.1.3 – Використання методу перерізів.

Визначимо поперечну силу Q_{y1} :

$$Q_{y1} = -F = -10 \text{кН}$$

Визначимо згинальний момент $M_{зг1}$:

$$M_{зг1} = F \cdot z_1 + M,$$

При $z_1 = 0$; $M_{зг1} = M = 20 \text{кН} \cdot \text{м}$

При $z_1 = a$; $M_{зг1} = F \cdot a + M = 10 \cdot 2 + 20 = 40 \text{кН} \cdot \text{м}$

Ділянка II-II:

$$0 \leq z_2 \leq 2a$$

Ліва межа ділянки: знаходиться на початку розподіленого навантаження q .

Замінімо розподілене навантаження її рівнодіючою, яка дорівнює:

$$q \cdot z_2 = 8 \cdot 2 \cdot 2 = 32 \text{кН},$$

подумки помістимо її в точку центра ваги площі, яку вона займає, вектор рівнодійної буде проходити через середину довжини ділянки. Тоді плече у рівнодіючої сили дорівнюватиме $\frac{z_2}{2}$.

Права межа ділянки: кінець розподіленого навантаження q .

Визначимо поперечну силу Q_{y2} :

$$Q_{y2} = -F + q \cdot z_2,$$

При $z_2 = 0$; $Q_{y2} = -F = -10 \text{кН}$

При $z_2 = 2a$; $Q_{y2} = -F + q \cdot 2a = -10 + 8 \cdot 2 \cdot 2 = 22 \text{кН}$

Визначимо згинальний момент $M_{зг2}$:

$$M_{зг2} = F \cdot (a + z_2) + M - q \cdot z_2 \cdot \frac{z_2}{2},$$

При $z_2 = 0$; $M_{зг2} = F \cdot a + M = 10 \cdot 2 + 20 = 40 \text{кН} \cdot \text{м}$

При $z_2 = 2a$; $M_{зг2} = F \cdot (a + 2a) + M + q \cdot \frac{(2a)^2}{2} = 10 \cdot (2 + 2 \cdot 2) + 20 - 8 \cdot \frac{4^2}{2} = 16 \text{кН} \cdot \text{м}$

Ділянка III-III:

$$0 \leq x_3 \leq a;$$

Ліва межа ділянки: знаходиться на кінці розподіленого навантаження q .

Права межа ділянки: жорстке закріплення.

Визначимо поперечну силу Q_{y3} :

$$Q_{y3} = -F + q \cdot 2a,$$

$$Q_{y3} = -F + q \cdot 2a = -10 + 8 \cdot 2 \cdot 2 = 22 \text{кН}$$

Визначимо згинальний момент $M_{зг3}$:

$$M_{зг3} = F \cdot (a + 2a + z_3) + M - q \cdot 2a \left(\frac{2a}{2} + z_3 \right),$$

$$\text{При } z_3 = 0; \quad M_{зг3} = F \cdot (a + 2a) + M - q \cdot \frac{(2a)^2}{2} = 10 \cdot (2 + 2 \cdot 2) + 20 - 8 \cdot \frac{4^2}{2} = 16 \text{кН} \cdot \text{м}$$

$$\begin{aligned} \text{При } z_3 = a; \quad M_{зг3} &= F \cdot (a + 2a + a) + M + q \cdot 2a \cdot \left(\frac{2a}{2} + a \right) = \\ &= 10 \cdot (2 + 2 \cdot 2 + 2) + 20 - 8 \cdot 4 \cdot \left(\frac{2 \cdot 2}{2} + 2 \right) = -28 \text{кН} \cdot \text{м} \end{aligned}$$

Будуємо епюру поперечних сил Q_y . Проведемо під розрахунковою схемою базу для епюри Q_y і розділимо її на ділянки, що відповідають ділянкам балки

Ділянка I-I: на початку епюри буде стрибок на величину сили F . Відкладемо це значення вниз від бази, тобто зі знаком «-».

Стан по довжині ділянки: ділянку завантажено тільки зосередженою силою, тому на епюрі повинна бути пряма, паралельна базі.

Ділянка II-II: ділянка завантажена розподіленим навантаженням. Відкладемо значення поперечної сили на початку ділянки, воно повинно співпасти із значенням поперечної сили на першій ділянці. У кінці ділянки відкладемо значення Q_{y2} уверх від бази, тобто зі знаком «+». З'єднаємо отримані точки похилою прямою.

Стан по довжині ділянки: на епюрі буде похила пряма з кутовим коефіцієнтом, рівним q . При цьому на відстані z_0 похила пряма перетинає нульову лінію.

Ділянка III-III: ділянку нічим не завантажено.

Стан по довжині ділянки: на епюрі буде пряма лінія, паралельна базі.

Будуємо епюру згинальних моментів $M_{зг}$. Епюра $M_{зг}$ будується під епюрою Q_y . База епюри попередньо ділиться на ділянки, відповідні ділянкам балки.

Ділянка I-I: на початку епюри буде стрибок на величину зосередженого моменту M . Відкладемо це значення уверх від бази, тобто зі знаком «+».

Стан по довжині ділянки: ділянку завантажено зосередженою силою і зосередженим моментом M , тому на епюрі повинна бути пряма похила лінія, яка будується по 2-х точках: значення моменту на початку і у кінці ділянки.

Ділянка II-II: ділянка завантажена розподіленим навантаженням. Відкладемо значення згинального моменту $M_{зг1}$ на початку ділянки, воно співпадає із значенням згинального моменту у кінці першої ділянки. У кінці ділянки отримано значення $M_{зг2}$ уверх від бази, тобто зі знаком «+».

Стан по довжині ділянки: наявність рівномірно розподіленого навантаження на епюрі M_x дає параболу, опуклість якої спрямована вгору (назустріч розподіленому навантаженню). Парабола буде мати екстремум, оскільки похила пряма Q_y на відповідній ділянці перетинає базу, тобто змінює знак з „-” на „+” і в точці перетину $Q_y = 0$.

Для правильної побудови параболи необхідно визначити значення **екстремального моменту**, для цього знайдемо відстань z_0 , при якому $Q_y = 0$.

Скористаємось рівняннями для поперечної сили і згинального моменту на другій ділянці балки і знайдемо значення z_0 :

$$Q_{z_0} = -F + q \cdot z_0 = 0;$$

$$z_0 = \frac{F}{q} = \frac{10}{8} = 1,25\text{м}$$

$$\text{При } z_0 = 1,25; \quad M_{\text{екстр}} = F \cdot (a + z_0) + M - q \cdot \frac{z_0^2}{2} =$$

$$= 10 \cdot (2 + 1,25) + 20 - 8 \cdot \frac{1,25^2}{2} = 46,25\text{кНм}$$

Ділянка III-III: ділянку нічим не завантажено.

Стан по довжині ділянки: На епюрі M_x повинна бути похила пряма. Побудуємо пряму по двох точках.

Епюри Q_y і $M_{зг}$ наведені на рисунку 3.1.4.

Висновок: побудовано епюри поперечних сил та згинальних моментів для консольної балки. Визначено значення екстремального моменту. В цій точці і буде найнебезпечний переріз балки.

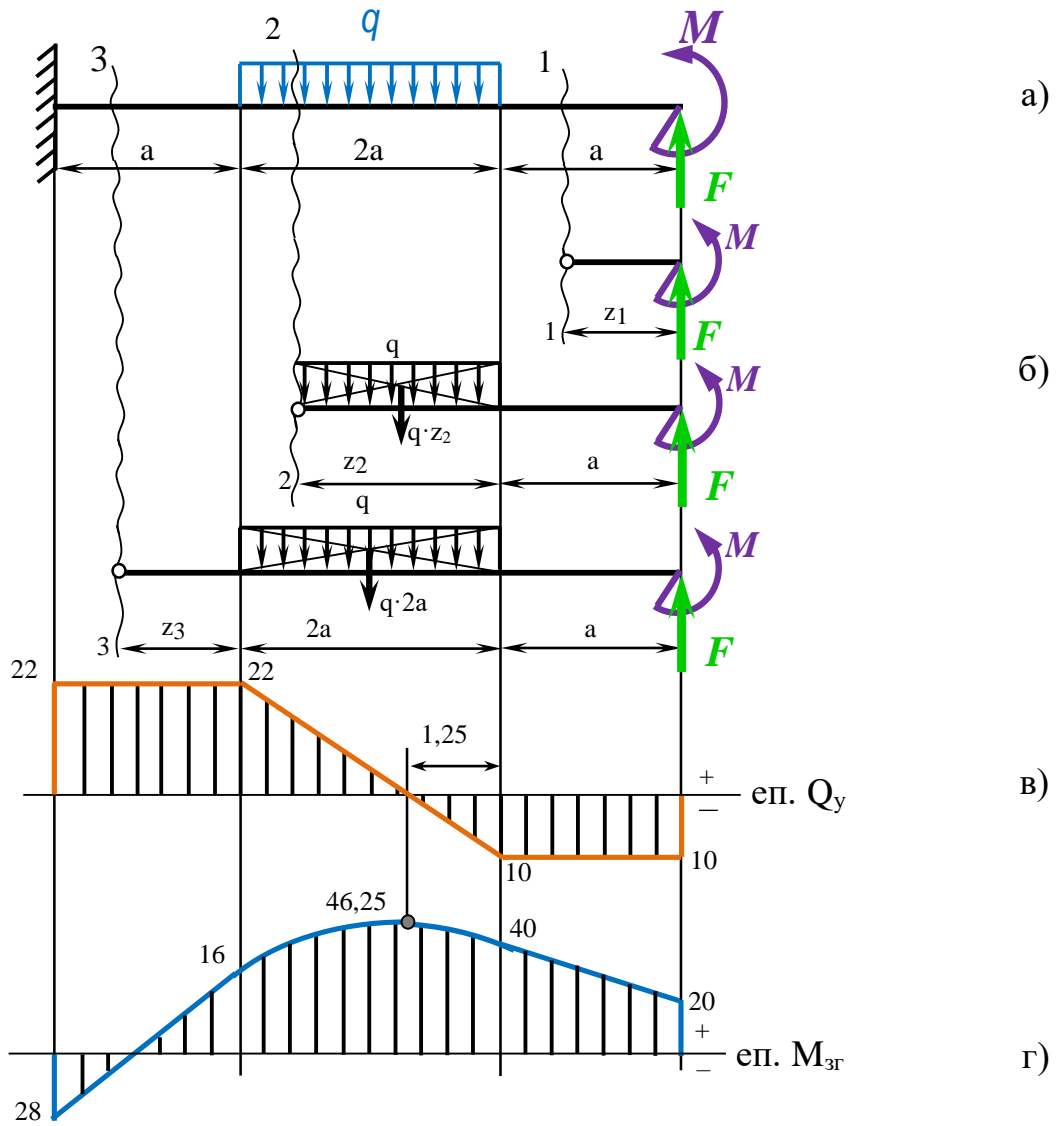


Рисунок 3.1.4 – До розрахунку консольної балки на згин:

а) розрахункова схема, б) застосування методу перерізів, в) епюра поперечних сил, г) епюра згинальних моментів.

Задача 3.2 Розрахунок консольної балки на згин

Для заданої консольної балки, навантаженої зовнішньою системою сил (рис. 3.2.1) **необхідно:**

1) Викреслити розрахункову схему в певному масштабі, вказати всі розміри і величини навантажень в числах.

2) Побудувати епюри внутрішніх зусиль – поперечних сил Q_y та згинальних моментів $M_{зг}$.

3) При заданому значенні допустимих напружень визначити:

- діаметр балки круглого поперечного перерізу;
- розміри сторін прямокутного перерізу, якщо для нього задано співвідношення сторін $\frac{h}{b} = 2$;
- підібрати двотавровий поперечний переріз.

Вихідні дані: $F = 100\text{кН}$; $M = 70\text{кН}\cdot\text{м}$; $q = 20\text{кН/м}$, $a = 2\text{м}$, $[\sigma]=160\text{МПа}$

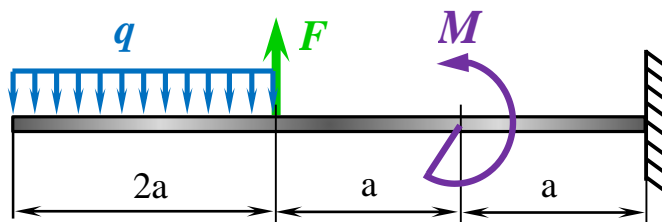


Рисунок 3.2.1 – Розрахункова схема балки.

Розв'язання.

1) Розділимо балку на ділянки справа наліво (рис. 3.2.2):

1-а ділянка – ділянка дії розподіленого навантаження: від початку його прикладання до зосередженої сили F ;

2-а ділянка – від зосередженої сили F до зосередженого моменту M ;

3-а ділянка від зосередженого моменту M до жорсткого закріплення.

2) Використовуючи метод перерізів визначимо внутрішні силові фактори: поперечні сили Q_y та згинальні моменти $M_{зг}$. Окремо розглянемо кожен ділянку балки.

Ділянка I-I: $0 \leq z_1 \leq 2a$

Ліва межа ділянки: знаходиться на початку розподіленого навантаження q . Замінімо розподілене навантаження її рівнодіючою, та подумки помістимо її в точку центра ваги площі, яку вона займає. Тоді плече у рівнодіючої сили дорівнюватиме $\frac{z_2}{2}$.

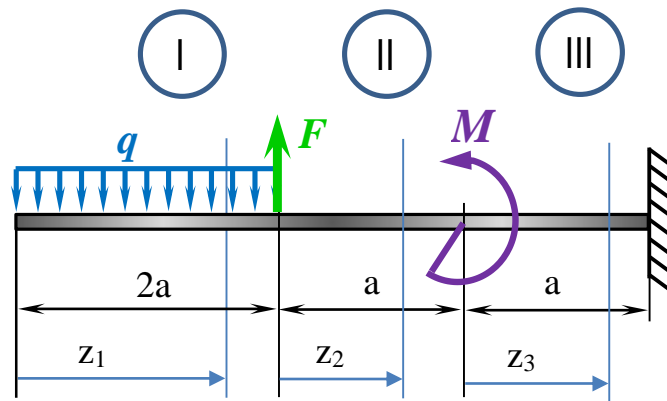


Рисунок 3.2.2 – Використання методу перерізів.

Визначимо поперечну силу Q_{y1} :

$$Q_{y1} = -q \cdot z_1;$$

При $z_1 = 0$; $Q_{y1} = -q \cdot 0 = 0$

При $z_1 = 2a$; $Q_{y1} = -q \cdot 2a = -20 \cdot 2 \cdot 2 = -80 \text{кН}$

Визначимо згинальний момент $M_{зг1}$:

$$M_{зг1} = q \cdot z_1 \cdot \frac{z_1}{2} = q \cdot \frac{(z_1)^2}{2};$$

При $z_1 = 0$; $M_{зг1} = 0$

При $z_1 = 2a$; $M_{зг1} = -q \cdot \frac{(2a)^2}{2} = -20 \cdot \frac{4^2}{2} = -160 \text{кН} \cdot \text{м}$

Ділянка II-II: $0 \leq z_2 \leq a$

Ліва межа ділянки: знаходиться на кінці розподіленого навантаження q .

Права межа ділянки: точка прикладення зосередженого моменту M .

Визначимо поперечну силу Q_{y2} :

$$Q_{y2} = F - q \cdot 2a = 100 - 80 = 20 \text{кН}$$

Визначимо згинальний момент $M_{зг2}$:

$$M_{зг2} = F \cdot (z_2) - q \cdot 2a \cdot \left(\frac{2a}{2} + z_2\right);$$

При $z_2 = 0$; $M_{зг2} = -q \cdot \frac{(2a)^2}{2} = -20 \cdot \frac{4^2}{2} = -160 \text{кН} \cdot \text{м}$

При $z_2 = 2a$; $M_{зг2} = F \cdot (a) - q \cdot 2a \cdot \left(\frac{2a}{2} + a\right) = 100 \cdot (2) - 20 \cdot \left(\frac{4}{2} + 2\right) = -120 \text{кН} \cdot \text{м}$

Ділянка III-III: $0 \leq z_3 \leq a$;

Ліва межа ділянки: точка прикладення зосередженого моменту M .

Права межа ділянки: жорстке закріплення.

Визначимо поперечну силу Q_{y3} :

$$Q_{y3} = F - q \cdot 2a = 100 - 80 = 20 \text{кН}$$

Визначимо згинальний момент $M_{зг3}$:

$$M_{зг3} = -q \cdot 2a \left(\frac{2a}{2} + a + z_3 \right) + F \cdot (a + z_3) - M;$$

При $z_3 = 0$; $M_{зг3} = -q \cdot 2a \left(\frac{2a}{2} + a \right) + F \cdot (a) - M =$

$$= -20 \cdot 4 \cdot \left(\frac{4}{2} + 2 \right) + 100 \cdot (2) - 70 = -190 \text{кН} \cdot \text{м}$$

При $z_3 = a$; $M_{зг3} = F - q \cdot 2a \left(\frac{2a}{2} + a + a \right) + F \cdot (a + a) - M =$

$$= -20 \cdot 4 \cdot \left(\frac{4}{2} + 2 + 2 \right) + 100 \cdot (2 + 2) - 70 = -150 \text{кН} \cdot \text{м}$$

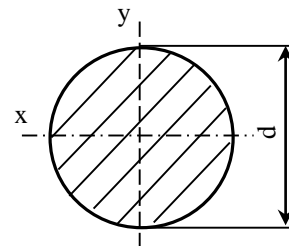
Будуємо епюри поперечних сил Q_y та згинальних моментів $M_{зг}$ (рис. 3.2.3). З епюри визначаємо небезпечний переріз балки: переріз в точці прикладення зосередженого момента, де $|M_{max}| = 190 \text{кН} \cdot \text{м}$.

3) Із умови міцності балки на згин (1.10) підбираємо сталеву балку:

3.1) Визначаємо діаметр круглого перерізу:

$$W_{н.л.} = 0,1d^3;$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{max}}{0,1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{190 \cdot 10^6}{0,1 \cdot 160}} = 228 \text{ мм};$$

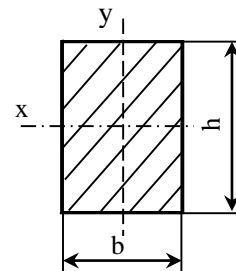


3.2) Визначаємо розміри прямокутного перерізу:

При $h = 2b$; $W_{н.л.} = \frac{bh^2}{6} = \frac{b(2b)^2}{6} = \frac{2}{3}b^3;$

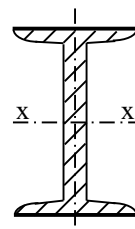
$$b \geq \sqrt[3]{\frac{3 \cdot M_{max}}{2 \cdot [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 190 \cdot 10^6}{2 \cdot 160}} = 121 \text{ мм};$$

$$h = 2b = 2 \cdot 123 = 246 \text{ мм};$$



3.3) Підбираємо двотавровий переріз:

$$W_{н.л.} = \frac{M_{max}}{[\sigma]} = \frac{190 \cdot 10^6}{160} = 11,875 \cdot 10^5 \text{ мм}^3 = 1187,5 \text{ см}^3;$$



Із таблиці сортаменту (додаток А) обираємо двотавр № 45, у якого $W_x = 1231 \text{ см}^3$, $A = 84,7 \text{ см}^2$

Висновок: побудовано епюри поперечних сил та згинальних моментів для консольної балки. Визначено розміри балки з-х форм перерізів.

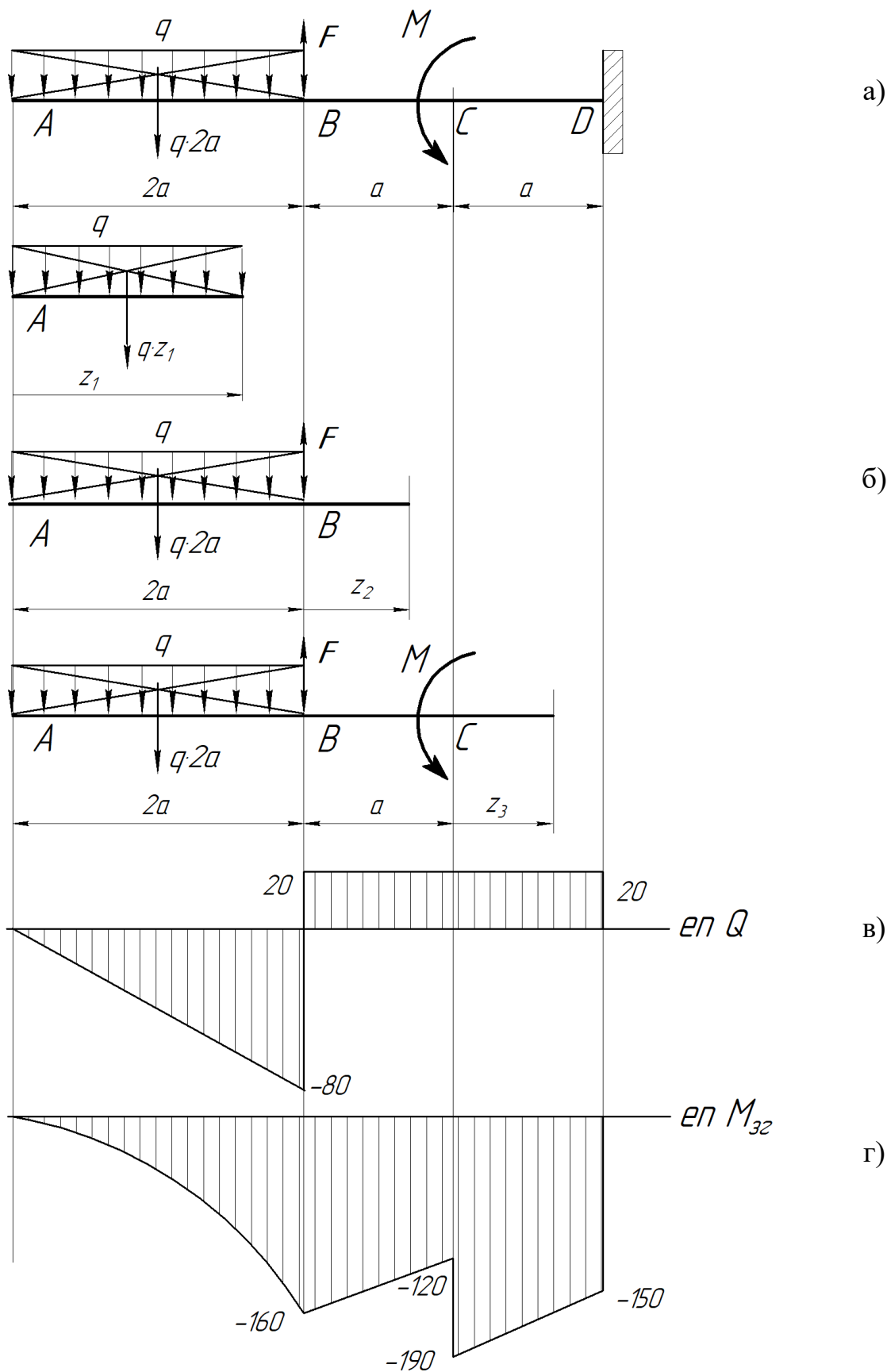


Рисунок 3.2.3 – До розрахунку консольної балки на згин:
 а) розрахункова схема, б) застосування методу перерізів, в) епюра поперечних сил, г) епюра згинальних моментів.

Задача 3.3 Розрахунок двухопорної балки на згин

Для однопрольотної балки з консоллю, навантаженої зовнішньою системою сил (рис.3.3.1), необхідно:

1. Визначити реакції в опорах балки.
2. Побудувати епюри поперечних сил та згинаючих моментів.
3. Визначити найбільш навантажений (небезпечний) переріз балки.

Вихідні дані: $F = 10 \text{ кН}$, $q = 18 \text{ кН/м}$, $M = 16 \text{ кН}\cdot\text{м}$,
 $a = 1,5 \text{ м}$, $b = 1 \text{ м}$, $c = 2,5 \text{ м}$.

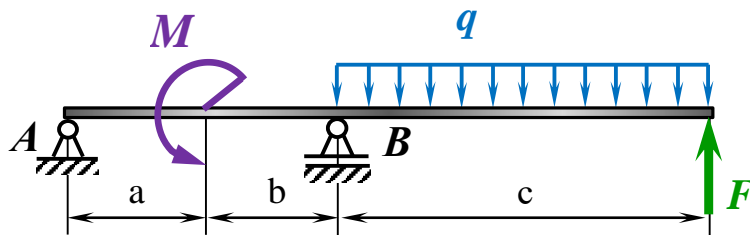


Рисунок 3.3.1 – Розрахункова схема навантажень.

Розв'язання.

1) Визначаємо опорні реакції.

Оскільки балка кріпиться на двох шарнірних опорах, то необхідно визначити реакції в опорах. Позначимо буквами опори: шарнірно нерухому «А», шарнірно рухому «В».

Визначимо відстань між опорами:

$$L = a + b + c = 1,5 + 1 + 2,5 = 5 \text{ м}$$

Покажемо на розрахунковій схемі напрямки опорних реакцій та їх позначення (рис.3.3.2). Для визначення реакції в опорі «А» складемо рівняння суми моментів відносно точки опори «В». Використовуємо правило знаків: момент проти годинникової стрілки приймаємо позитивним, за годинниковою стрілкою - навпаки.

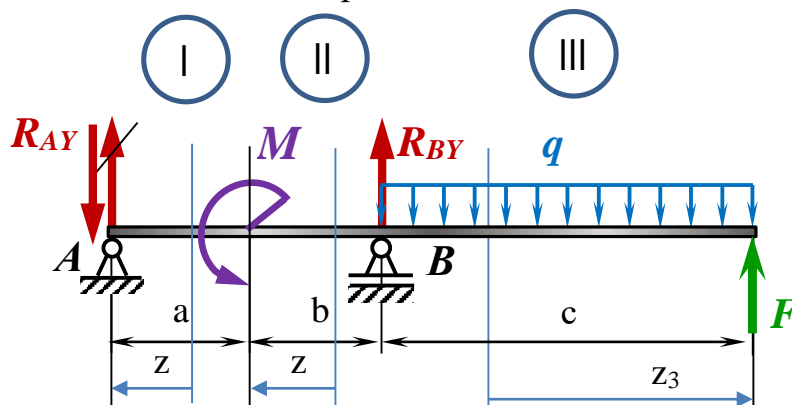


Рисунок 3.3.2 – Розрахункова схема навантажень

із позначенням опорних реакцій.

В результаті отримаємо:

$$\Sigma M_B = 0; \quad F \cdot c - q \cdot \frac{c^2}{2} + M - R_{AY} \cdot (a + b) = 0;$$

Підставивши чисельні значення всіх вхідних величин, виразимо з рівняння R_{AY} :

$$R_{AY} = \frac{M + F \cdot c - q \cdot \frac{c^2}{2}}{a + b} = \frac{16 + 10 \cdot 2,5 - 18 \cdot \frac{2,5^2}{2}}{1,5 + 1,0} = -6,1 \text{ кН.}$$

Необхідно змінити напрямок опорної реакції, перенаправимо її униз.

Для визначення реакції в опорі «В» складемо рівняння суми моментів відносно точки опори «А»:

$$\Sigma M_A = 0; \quad M + R_{BY}(a + b) - q \cdot c(a + b + \frac{c}{2}) + F \cdot L = 0;$$

$$R_{BY} = \frac{q \cdot c \cdot \left(\frac{c}{2} + b + a\right) - M - F \cdot L}{a + b} = \frac{18 \cdot 2,5 \left(\frac{2,5}{2} + 1,0 + 1,5\right) - 16 - 10 \cdot 5}{1,5 + 1,0} = 41,1 \text{ кН.}$$

Для перевірки правильності визначених реакцій складемо рівняння суми проекцій сил на вертикальну вісь:

$$\begin{aligned} \Sigma F_Y = 0; \quad -R_{AY} + R_{BY} - q \cdot c + F &= 0; \\ -6,1 + 41,1 - 18 \cdot 2,5 + 10 &= 0; \\ 0 &\equiv 0 \end{aligned}$$

Реакції знайдені вірно і можна приступати до побудови епюр.

2) Визначаємо поперечні сили Q_y і згинальні моменти M_x на кожній ділянці балки.

Розділимо балку на ділянки (рис.3.3.3). Спочатку подивимося зліва на право.

Ділянка 1-1 від шарнірно-нерухомої опори (т.А) до точки прикладання зосередженого моменту (до точки С);

Ділянка 2-2 від точки С до шарнірно-рухомої опори (т.В);

На ділянку 3-3 подивимося з права на ліво: від точки прикладання зосередженої сили (т.Д) до шарнірно рухомої опори (т.В).

Використовуючи метод перерізів (метод РОЗУ) визначаємо значення внутрішніх зусиль на кожній з ділянок балки (рис.3.3.4,б). Для цього:

- проводимо перетин у довільному місці кожної ділянки;
- на кожній з ділянок відкидаємо ту частину балки, яка найбільше навантажена;

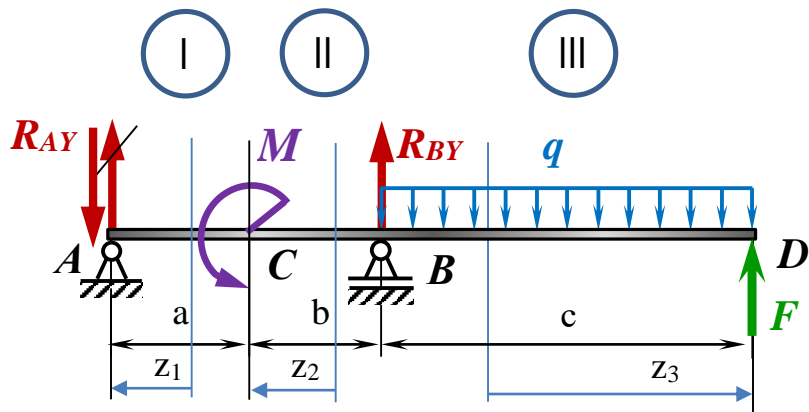


Рисунок 3.3.3 – Використання методу перерізів.

- дію відкинутих частин замінюємо внутрішніми зусиллями, спрямованими в позитивному напрямку;
- записуємо рівняння для визначення внутрішніх зусиль.

Згинальний момент дорівнює алгебраїчній сумі моментів зовнішніх навантажень, прикладених по одну сторону від розглянутого перерізу. **Поперечна сила** дорівнює алгебраїчній сумі всіх зовнішніх сил пружності, що проєктуються на перпендикулярну вісь балки, прикладених по одну сторону від розглянутого перерізу.

Ділянка 1-1: $0 \leq z_1 \leq a$

На цій ділянці поперечна сила постійна.

$$Q_1 = -R_{AY} = -6,1 \text{ кН};$$

Згинальний момент змінюється за прямолінійним законом. Для побудови графіка даної функції, досить знайти значення згинального моменту в двох точках на кінцях ділянки:

$$M_{зг1} = -R_{AY} \cdot z_1;$$

$$\text{при } z_1 = 0; M_{зг1(0)} = 0;$$

$$\text{при } z_1 = a; M_{зг1(a)} = -6,1 \cdot 1,5 = -16,65 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

Ділянка 2-2: $0 \leq z_2 \leq b$

На другій ділянці поперечна сила також постійна.

$$Q_2 = -R_{AY} = -6,1 \text{ кН};$$

Згинальний момент також змінюється за прямолінійним законом:

$$M_2 = -R_{AY} (a + z_2) - M;$$

$$\text{при } z_2 = 0; M_{2(0)} = -R_{AY} \cdot a - M = -6,1 \cdot 1,5 - 16 = -25,15 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$\text{при } z_2 = b; M_{2(b)} = -R_{AY} \cdot (a + b) - M = -6,1 \cdot (1,5 + 1,0) - 16 = -31,25 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

Ділянка 3-3: $0 \leq z_3 \leq c$

На цій ділянці поперечна сила змінюється за лінійним законом, тобто еюра має вигляд прямої. При цьому пряма має кут нахилу і може проходити вище нульової лінії, нижче нульової лінії або може перетинати нульову лінію.

При цьому в точці перетину: $Q = 0$

$$Q_3 = -F + q \cdot z_3;$$

$$\text{при } z_3 = 0; \quad Q_{3(0)} = -F = -10 \text{ кН};$$

$$\text{при } z_3 = c; \quad Q_{3(c)} = -F + q \cdot c = -10 + 18 \cdot 2,5 = 35 \text{ кН}$$

На цій ділянці згинальний момент змінюється за квадратичним законом, тобто еюра має вигляд параболи. Для побудови графіка даної функції, потрібно знайти значення згинального моменту в трьох точках на кінцях ділянки і в точці екстремуму (якщо на ділянці функція не має екстремум, то за третю точку беремо середину ділянки):

$$M_3 = F \cdot z_3 - q \cdot \frac{z_3^2}{2};$$

$$\text{при } z_3 = 0; \quad M_{3(0)} = 0;$$

$$\text{при } z_3 = c; \quad M_{3(c)} = F \cdot c - q \cdot \frac{c^2}{2} = 10 \cdot 2,5 - 18 \cdot \frac{2,5^2}{2} = -31,25 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

Перевіримо функцію на екстремум:

$$\frac{dM_3}{dz_3} = -F + q \cdot z_0 = Q_3 = 0;$$

$$-10 + 18 \cdot z_0 = 0; \quad \Rightarrow \quad z_0 = \frac{10}{18} = 0,6 \text{ м}$$

Перетин з екстремальним згинальним моментом знаходиться у межах ділянки. Відстань на якій відбувся екстремум $z_0 = 0,6 \text{ м}$. Отже, прийmemo її за третю точку цієї ділянки.

Підставимо значення відстані z_0 в загальне рівняння згинального моменту на третій ділянці:

$$M_{\text{екстр}} = F \cdot z_0 - q \cdot \frac{(z_0)^2}{2} = 10 \cdot 0,6 - 18 \cdot \frac{(0,6)^2}{2} = 2,76 \text{ Нм}$$

За знайденими значеннями будемо еюри поперечних сил Q та згинальних моментів $M_{зг}$ (рис.3.3.3, в, г). Позитивні значення поперечної сили відкладаємо вище нульової осі, негативні нижче. Ординати еюри згинального моменту відкладаємо з боку стиснутих волокон балки.

З еюри визначаємо небезпечний переріз балки: переріз в т. В, де $|M_{\text{max}}| = 31,25 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

Висновок: побудовано еюри поперечних сил та згинальних моментів для двохпорної балки. Визначено значення екстремального момента. В цій точці і буде най небезпечний переріз балки.

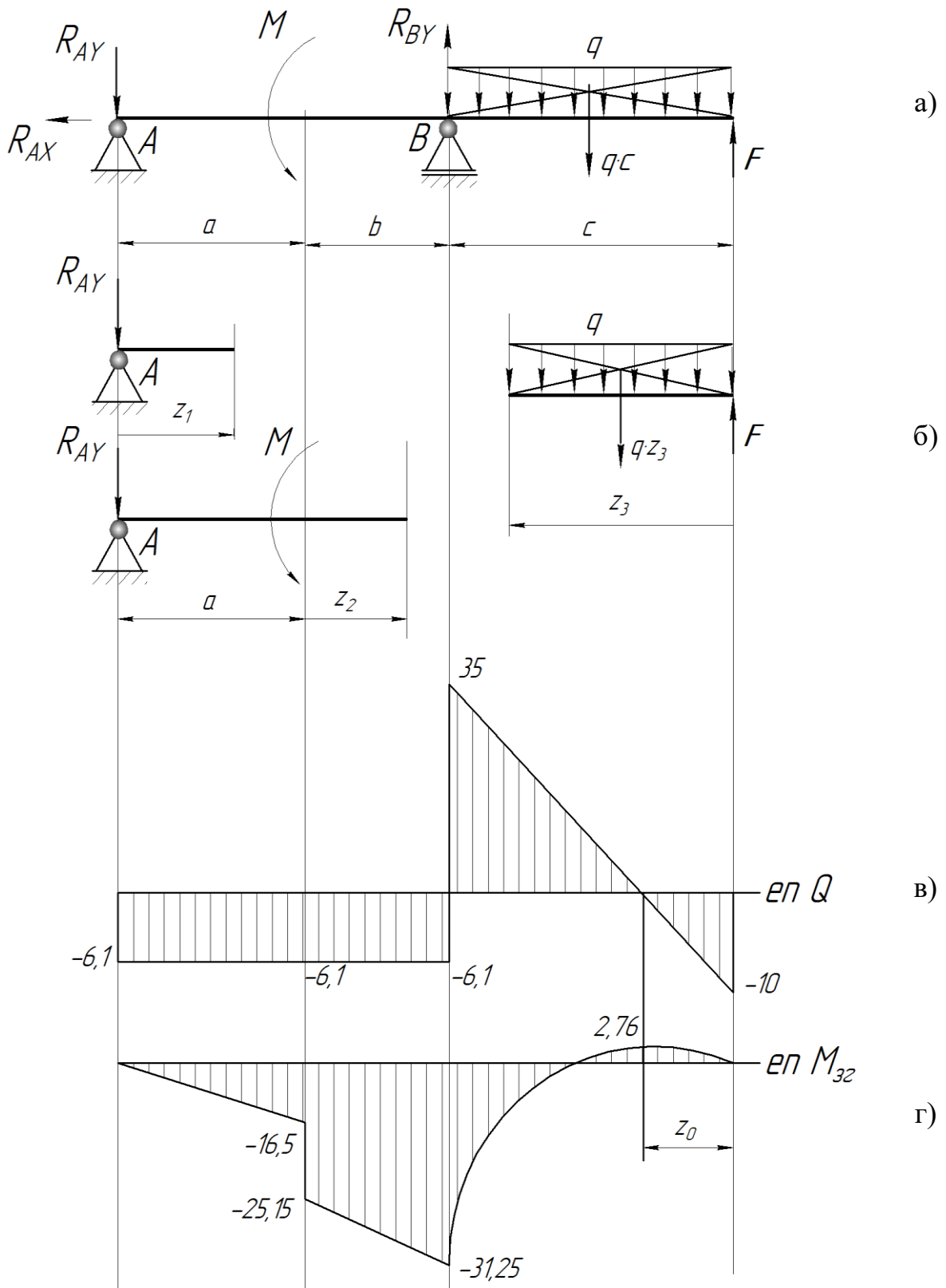


Рисунок 3.2.3 – До розрахунку однопрогінної балки на згин:
 а) розрахункова схема, б) застосування методу перерізів,
 в) епюра поперечних сил Q , г) епюра згинальних моментів $M_{зг}$.

Задача 3.4 Розрахунок двохопорної балки на згин, підбір розмірів поперечного перерізу.

Для однопрольотної балки з консоллю, навантаженої зовнішньою системою сил (рис.3.3.1), необхідно:

- 1) Визначити реакції в опорах балки.
- 2) Побудувати епюри поперечних сил та згинаючих моментів.
- 3) При заданому значенні допустимих напружень визначити:
 - а) діаметр балки круглого поперечного перерізу;
 - б) розміри сторін прямокутного перерізу, якщо для нього задано співвідношення сторін $\frac{h}{b} = 1,5$;
 - в) підібрати двотавровий поперечний переріз.

Вихідні дані: $F = 25$ кН, $q = 50$ кН/м, $M = 40$ кН·м, $[\sigma] = 180$ МПа,
 $a = 1$ м, $b = 2$ м, $c = 3$ м.

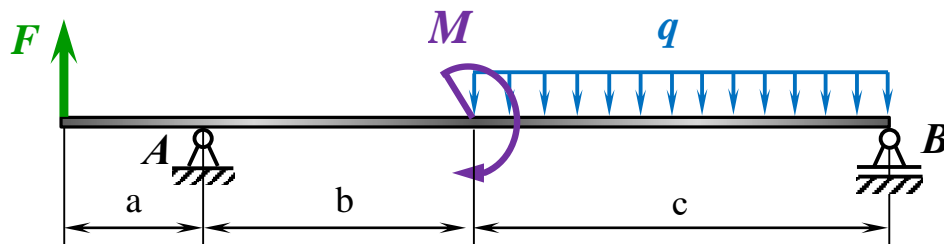


Рисунок 3.4.1 – Розрахункова схема навантажень.

Розв'язання.

1) Визначаємо опорні реакції.

Оскільки балка кріпиться на двох шарнірних опорах, то необхідно визначити реакції в опорах. Позначимо буквами опори: шарнірно нерухому «А», шарнірно рухому «В».

Визначимо відстань між опорами:

$$L = b + c = 2 + 3 = 5 \text{ м}$$

Покажемо на розрахунковій схемі напрямки опорних реакцій та їх позначення (рис.3.3.2).

Визначимо реакцію в опорі «А»:

$$\sum M_B = 0; \quad -F \cdot (a+b+c) - q \cdot \frac{c^2}{2} - M + R_{AY} \cdot L = 0;$$

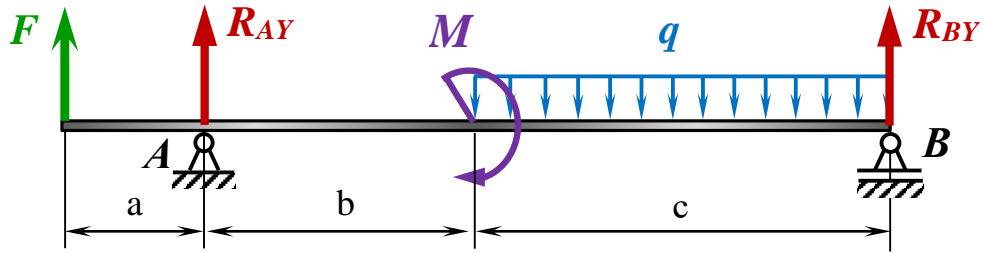


Рисунок 3.4.2 – Розрахункова схема навантажень із позначенням опорних реакцій.

Підставивши чисельні значення всіх вхідних величин, виразимо з рівняння R_{AY} :

$$R_{AY} = \frac{M - q \cdot \frac{c^2}{2} + F \cdot (a + b + c)}{L} = \frac{-40 + 50 \cdot \frac{3^2}{2} - 25 \cdot (1 + 2 + 3)}{5} = 7 \text{ кН.}$$

Визначимо реакцію в опорі «В»:

$$\Sigma M_A = 0; \quad -F \cdot a - M - q \cdot c \left(\frac{c}{2} + b \right) + R_{BY} \cdot L = 0;$$

$$R_{BY} = \frac{F \cdot a + M + q \cdot c \cdot \left(\frac{c}{2} + b \right)}{L} = \frac{25 \cdot 1 + 40 + 50 \cdot 3 \cdot \left(\frac{3}{2} + 2 \right)}{5} = 118 \text{ кН.}$$

Для перевірки правильності визначених реакцій складемо рівняння суми проекцій сил на вертикальну вісь:

$$\begin{aligned} \Sigma F_Y = 0; \quad + F + R_{AY} + R_{BY} - q \cdot c &= 0; \\ 25 + 7 + 118 - 50 \cdot 3 &= 0; \\ 0 &\equiv 0 \end{aligned}$$

Реакції знайдені вірно і можна приступати до побудови епюр.

2) Визначаємо поперечні сили Q_y і згинальні моменти M_x на кожній ділянці балки.

Розділимо балку на ділянки. Спочатку подивимося зліва на право.

Ділянка 1-1 від точки прикладання зосередженої сили F до шарнірно-нерухомої опори (т.А);

Ділянка 2-2 від шарнірно-нерухомої опори (т.А) до точки прикладання зосередженого моменту;

На ділянці 3-3 подивимося з права на ліво: від шарнірно-нерухомої опори (т.В) до точки прикладання зосередженого моменту (ділянка дії розподіленого навантаження).

Використовуючи метод перерізів (метод РОЗУ) визначаємо значення внутрішніх зусиль на кожній з ділянок балки (рис.3.4.3,б).

Ділянка 1-1: $0 \leq z_1 \leq a$

На цій ділянці поперечна сила постійна.

$$Q_1 = F = 25 \text{ кН};$$

Згинальний момент змінюється за прямолінійним законом. Для побудови графіка даної функції, досить знайти значення згинального моменту в двох точках на кінцях ділянки:

$$\begin{aligned} M_{зг1} &= F \cdot z_1; & \text{при } z_1 = 0; M_{зг1(0)} &= 0; \\ & & \text{при } z_1 = a; M_{зг1(a)} &= F \cdot a = 25 \cdot 1 = 25 \text{ кН}\cdot\text{м}; \end{aligned}$$

Ділянка 2-2: $0 \leq z_2 \leq b$

На другій ділянці поперечна сила також постійна.

$$Q_2 = F + R_{AY} = 25 + 7 = 32 \text{ кН};$$

Згинальний момент також змінюється за прямолінійним законом:

$$\begin{aligned} M_2 &= F \cdot (a + z_2) + R_{AY} \cdot z_2; \\ \text{при } z_2 = 0; M_{2(0)} &= F \cdot a = 25 \cdot 1 = 25 \text{ кН}\cdot\text{м} \\ \text{при } z_2 = b; M_{2(b)} &= F \cdot (a+b) + R_{AY} \cdot b = 25 \cdot (1 + 2) + 7 \cdot 2 = 89 \text{ кН}\cdot\text{м} \end{aligned}$$

Ділянка 3-3: $0 \leq z_3 \leq c$

На цій ділянці поперечна сила змінюється за лінійним законом, тобто епюра має вигляд прямої. При цьому пряма має кут нахилу і може проходити вище нульової лінії, нижче нульової лінії або може перетинати нульову лінію. При цьому в точці перетину: $Q = 0$

$$\begin{aligned} Q_3 &= -R_{BY} + q \cdot z_3; \\ \text{при } z_3 = 0; Q_{3(0)} &= -R_{BY} = -118 \text{ кН}; \\ \text{при } z_3 = c; Q_{3(c)} &= -R_{BY} + q \cdot c = -118 + 50 \cdot 3 = 32 \text{ кН} \end{aligned}$$

На цій ділянці згинальний момент змінюється за квадратичним законом, тобто епюра має вигляд параболи. Для побудови графіка даної функції, потрібно знайти значення згинального моменту в трьох точках на кінцях ділянки і в точці екстремуму (якщо на ділянці функція не має екстремум, то за третю точку беремо середину ділянки):

$$\begin{aligned} M_3 &= R_{BY} \cdot z_3 - q \cdot \frac{z_3^2}{2}; \\ \text{при } z_3 = 0; M_{3(0)} &= 0; \\ \text{при } z_3 = c; M_{3(c)} &= R_{BY} \cdot c - q \cdot \frac{c^2}{2} = 118 \cdot 3 - 50 \cdot \frac{3^2}{2} = 129 \text{ кН}\cdot\text{м} \end{aligned}$$

Перевіримо функцію на екстремум:

$$\begin{aligned} \frac{dM_3}{dz_3} &= -R_{BY} + q \cdot z_0 = Q_3 = 0; \\ -118 + 50 \cdot z_0 &= 0; \quad \Rightarrow \quad z_0 = \frac{118}{50} = 2,36 \text{ м} \end{aligned}$$

Перетин з екстремальним згинальним моментом знаходиться у межах ділянки. Відстань на якій відбувся екстремум $z_0 = 2,36\text{м}$. Отже, прийнемо її за третю точку цієї ділянки.

Підставимо значення відстані z_0 в загальне рівняння згинального моменту на третій ділянці:

$$M_{\text{екстр}} = R_{\text{ВУ}} \cdot z_0 - q \cdot \frac{(z_0)^2}{2} = 118 \cdot 2,36 - 50 \cdot \frac{(2,36)^2}{2} = 139,24\text{Нм}$$

За знайденими значеннями будуємо епюри поперечних сил Q та згинальних моментів $M_{\text{зг}}$ (рис.3.4.3, в, г). Позитивні значення поперечної сили відкладаємо вище нульової осі, негативні нижче. Ординати епюри згинального моменту відкладаємо з боку стиснутих волокон балки.

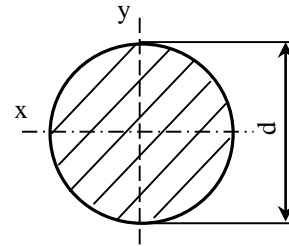
З епюри визначаємо небезпечний переріз балки: переріз в точці, де має місце екстремум $|M_{\text{max}}| = 139,24 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

3) Із умови міцності балки на згин (формула 1.10) підбираємо сталеву балку:

3.1) Визначаємо діаметр круглого перерізу:

$$W_{\text{н.л.}} = 0,1d^3;$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{\text{max}}}{0,1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{139,24 \cdot 10^6}{0,1 \cdot 180}} = 198 \text{ мм};$$

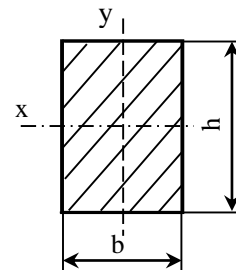


3.2) Визначаємо розміри прямокутного перерізу:

$$\text{При } h = 2b ; W_{\text{н.л.}} = \frac{bh^2}{6} = \frac{b(1,5b)^2}{6} = \frac{2,25}{3}b^3;$$

$$b \geq \sqrt[3]{\frac{3 \cdot M_{\text{max}}}{2 \cdot [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 139,24 \cdot 10^6}{2 \cdot 180}} = 101\text{мм};$$

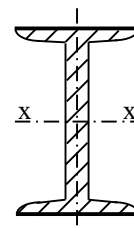
$$h = 1,5b = 1,5 \cdot 101 = 151,5 \text{ мм}$$



3.3) Підбираємо двотавровий переріз:

$$W_{\text{н.л.}} = \frac{M_{\text{max}}}{[\sigma]} = \frac{139,24 \cdot 10^6}{180} = 7,73 \cdot 10^5 \text{ мм}^3 = 773,5 \text{ см}^3;$$

Із таблиці сортаменту (додаток Б) обираємо двотавр № 40, у якого $W_x = 953 \text{ см}^3$, $A = 72,6 \text{ см}^2$



Висновок: визначено небезпечний переріз балки, це переріз де $|M_{\text{max}}| = 139,24 \text{ кН}\cdot\text{м}$. Для даної балки підбрано розміри круглого, прямокутного і двотаврового перерізів.

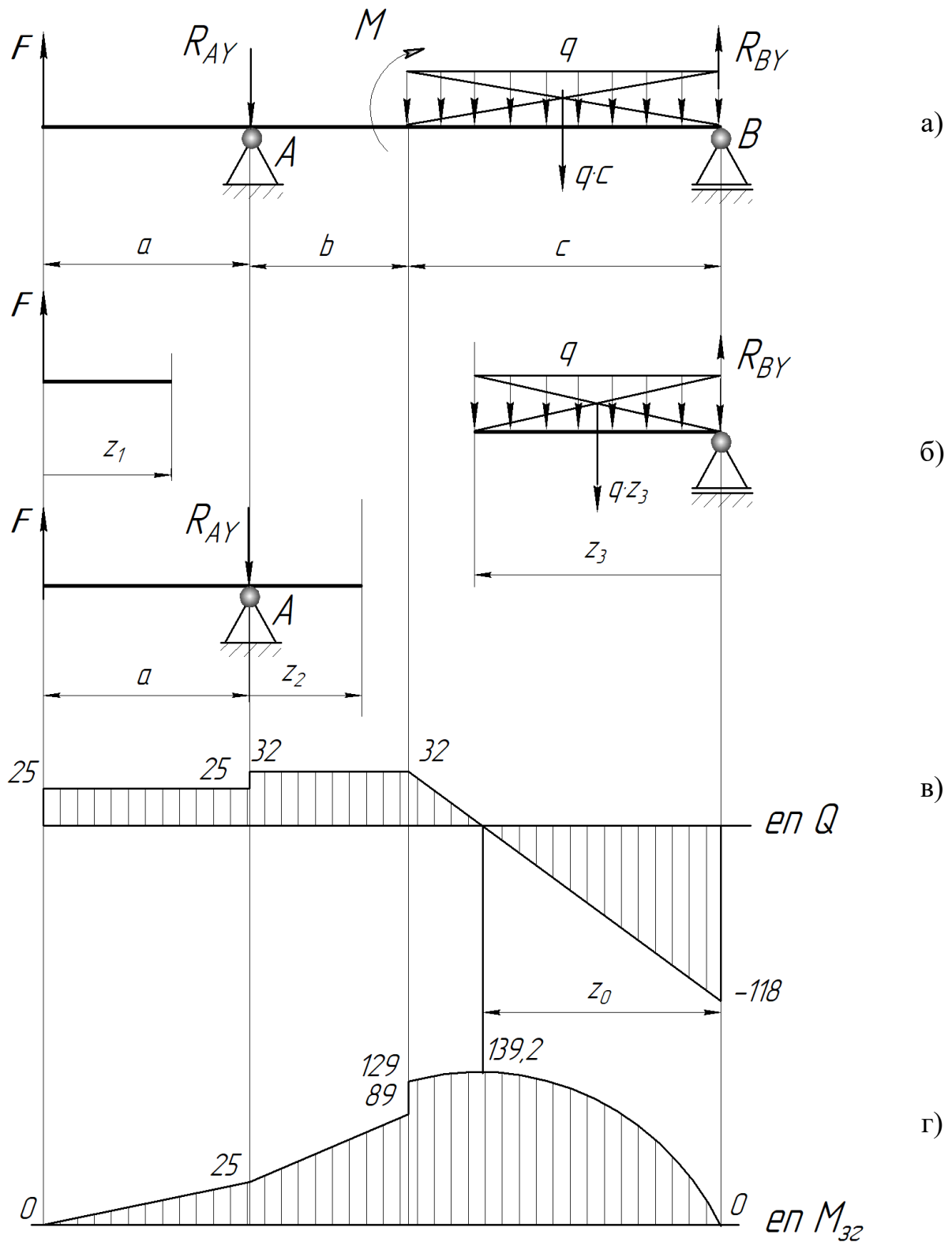


Рисунок 3.4.3 – До розрахунку однопрогінної балки на згин:
 а) розрахункова схема, б) застосування методу перерізів,
 в) епюра поперечних сил Q , г) епюра згинальних моментів $M_{зг}$.

Задача 3.5 Розрахунок двохопорної балки на згин, підбір розмірів поперечного перерізу. Повна перевірка міцності балки.

Для однопрогінної балки з консоллю (рис. 3.5.1), навантаженої зовнішньою системою сил, **необхідно:**

- 1) Визначити реакції в опорах балки.
- 2) Побудувати епюри поперечних сил та згинаючих моментів.
- 3) При заданому значенні допустимих напружень визначити:
 - а) діаметр балки круглого поперечного перерізу;
 - б) розміри сторін прямокутного перерізу, якщо для нього задано співвідношення сторін $\frac{h}{b} = 2$;
 - в) підібрати двотавровий поперечний переріз.
- 4) Порівняти вагу балок круглого, прямокутного та двотаврового поперечних перерізів.
- 5) Побудувати епюри нормальних і дотичних напружень у найбільш небезпечному перерізі двотаврової балки.
- 6) Перевірити міцність двотаврової балки по головним напруженням.

Вихідні дані: $F = 10$ кН, $q = 8$ кН/м, $M = 20$ кН·м, $[\sigma] = 160$ МПа,
 $l_1 = 1$ м, $l_2 = 3$ м, $l_3 = 2$ м.

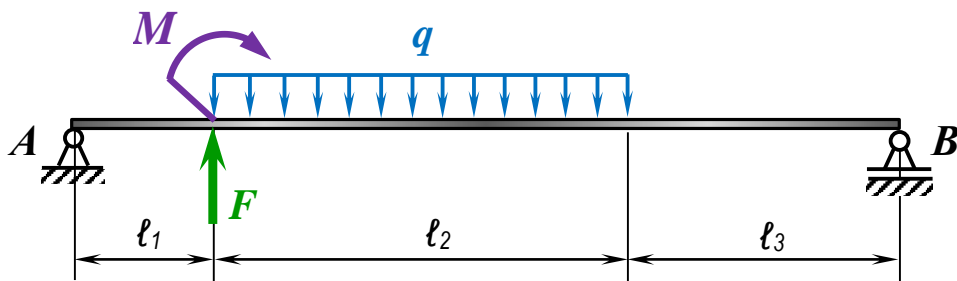


Рисунок 3.5.1 – Розрахункова схема навантажень.

Розв'язання.

1) Визначаємо опорні реакції.

Оскільки балка кріпиться на двох шарнірних опорах, то необхідно визначити реакції в опорах. Позначимо буквами опори: шарнірно нерухому «А», шарнірно рухому «В».

Визначимо відстань між опорами:

$$L = l_1 + l_2 + l_2 = 1 + 3 + 2 = 6 \text{ м}$$

Покажемо на розрахунковій схемі напрямки опорних реакцій та їх позначення (рис.3.5.2).

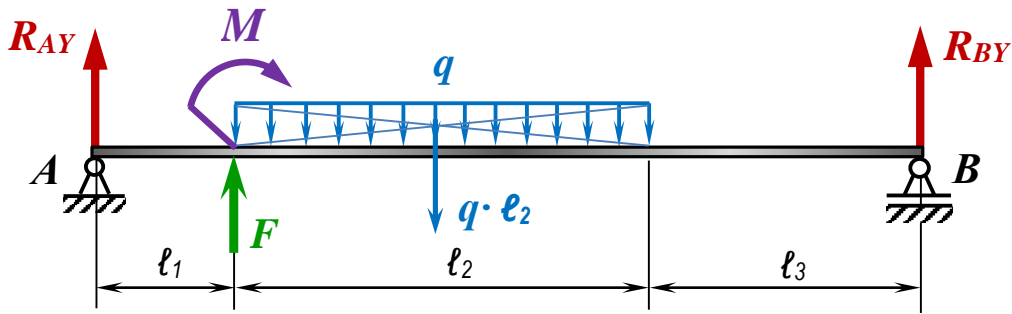


Рисунок 3.5.2 – Розрахункова схема навантажень із позначенням опорних реакцій.

Визначимо реакцію в опорі «А»:

$$\Sigma M_B = 0; \quad -F \cdot (l_2 + l_3) + q \cdot l_2 \cdot \left(\frac{l_2}{2} + l_3\right) - M - R_{AY} \cdot L = 0;$$

Підставивши чисельні значення всіх вхідних величин, виразимо з рівняння R_{AY} :

$$R_{AY} = \frac{F \cdot (l_2 + l_3) + q \cdot l_2 \cdot \left(\frac{l_2}{2} + l_3\right) - M}{L} =$$

$$= \frac{10 \cdot (3 + 2) + 8 \cdot 3 \cdot \left(\frac{3}{2} + 2\right) - 20}{6} = 2,33 \text{ кН}$$

Визначимо реакцію в опорі «В»:

$$\Sigma M_A = 0; \quad F \cdot (l_1) - q \cdot l_2 \cdot \left(\frac{l_2}{2} + l_1\right) - M + R_{BY} \cdot L = 0$$

$$R_{BY} = \frac{-F \cdot (l_1) + q \cdot l_2 \cdot \left(\frac{l_2}{2} + l_1\right) + M}{L} =$$

$$= \frac{10 \cdot 1 + 8 \cdot 3 \cdot \left(\frac{3}{2} + 1\right) - 20}{6} = 11,67 \text{ кН}$$

Для перевірки правильності визначених реакцій складемо рівняння суми проекцій сил на вертикальну вісь:

$$\Sigma F_Y = 0; \quad + F + R_{AY} + R_{BY} - q \cdot l_2 = 0;$$

$$10 + 2,33 + 11,67 - 8 \cdot 3 = 0;$$

$$0 \equiv 0$$

Реакції знайдені вірно і можна приступати до побудови епюр.

2) Визначаємо поперечні сили Q_y і згинальні моменти M_x на кожній ділянці балки.

Розділимо балку на ділянки. Спочатку подивимося справа на ліво.

Ділянка 1-1 від шарнірно-рухомої опори (т.В) до початку прикладення розподіленого навантаження;

Ділянка 2-2 ділянка дії розподіленого навантаження;

На ділянці 3-3 подивимося з ліва на право: від шарнірно нерухомої опори (т.А) до точки прикладання зосередженого моменту М та зосередженої сили F.

Використовуючи метод перерізів (метод РОЗУ) визначаємо значення внутрішніх зусиль на кожній з ділянок балки (рис.3.5.3,б).

Ділянка 1-1: $0 \leq z_1 \leq l_3$

$$Q_1 = -R_{BY} = -11,67 \text{ кН}$$

$$M_{зг1} = R_{BY} \cdot z_1; \quad \text{при } z_1 = 0; M_{зг1(0)} = 0;$$

$$\text{при } z_1 = a; M_{зг1(a)} = R_{BY} \cdot l_3 = 11,67 \cdot 2 = 23,33 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

Ділянка 2-2: $0 \leq z_2 \leq l_2$

$$Q_2 = -R_{BY} + q \cdot l_2$$

$$\text{при } z_2 = 0; Q_{2(0)} = -R_{BY} = -11,67 \text{ кН};$$

$$\text{при } z_2 = c; Q_{2(l_2)} = -R_{BY} + q \cdot c = -11,67 + 8 \cdot 3 = 12,33 \text{ кН}$$

$$M_2 = R_{BY} \cdot (z_2 + l_3) - q \cdot \frac{(z_2)^2}{2};$$

$$\text{при } z_3 = 0; M_{2(0)} = R_{BY} \cdot l_3 = 11,67 \cdot 2 = 23,33 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$\text{при } z_3 = c; M_{2(l_2)} = R_{BY} \cdot (l_2 + l_3) - q \cdot \frac{(l_2)^2}{2} = 11,67 \cdot (3 + 2) - 8 \cdot \frac{(3)^2}{2} = 22,33 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

Перевіримо функцію на екстремум:

$$\frac{dM_2}{dz_2} = -R_{BY} + q \cdot z_0 = Q_2 = 0;$$

$$-11,67 + 8 \cdot z_0 = 0; \quad \Rightarrow \quad z_0 = \frac{11,67}{8} = 1,46 \text{ м}$$

Відстань на якій відбувся екстремум $z_0 = 1,46 \text{ м}$. Отже, прийемо її за третю точку цієї ділянки. Підставимо значення відстані в загальне рівняння згинального моменту на другій ділянці:

$$M_{\text{екстр}} = R_{BY} \cdot (z_0 + l_3) - q \cdot \frac{(z_0)^2}{2} = 11,67 \cdot 1,46 - 8 \cdot \frac{(1,46)^2}{2} = 31,84 \text{ Нм}$$

Ділянка 3-3: $0 \leq z_3 \leq l_1$

$$Q_3 = R_{BY} = 2,33 \text{ кН};$$

$$M_3 = R_{BY} \cdot z_3;$$

$$\text{при } z_3 = 0; M_{3(0)} = 0;$$

$$\text{при } z_3 = c; M_{3(c)} = R_{BY} \cdot l_1 = 2,33 \cdot 1 = 2,33 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

За знайденими значеннями будемо епюри поперечних сил Q та згинальних моментів M_{зг} (рис.3.5.3, в, г). Позитивні значення поперечної сили відкладаємо вище нульової осі, негативні нижче. Ординати епюри згинального моменту відкладаємо з боку стиснутих волокон балки.

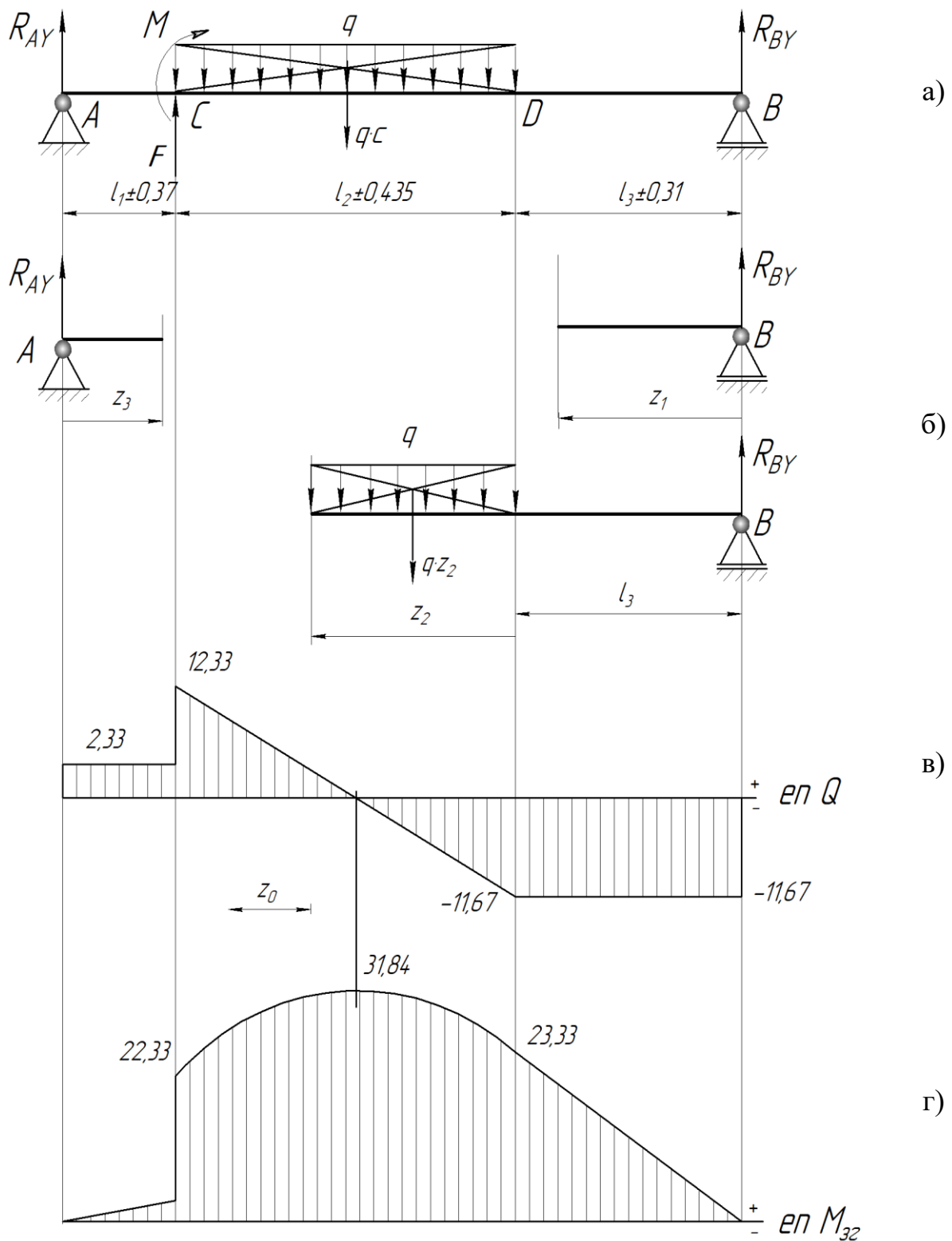


Рисунок 3.5.3 – До розрахунку однопрогінної балки на згин:
 а) розрахункова схема, б) застосування методу перерізів,
 в) епюра поперечних сил Q , г) епюра згинальних моментів M_{32} .

З епюри визначаємо небезпечний переріз балки: переріз в точці, де має місце екстремум $|M_{max}| = 31,84$ кН·м.

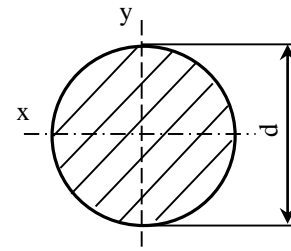
3) Із умови міцності балки на згин (1.10) підбираємо сталеву балку:

3.1) Визначаємо діаметр круглого перерізу:

$$W_{н.л.} = 0,1d^3;$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{max}}{0,1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{31,84 \cdot 10^6}{0,1 \cdot 160}} = 125,8 \text{ мм};$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 125,8^2}{4} = 12423,13 \text{ мм}^2 = 124,2 \text{ см}^2$$



3.2) Визначаємо розміри прямокутного перерізу:

$$\text{При } h = 2b ; W_{н.л.} = \frac{bh^2}{6} = \frac{b(2b)^2}{6} = \frac{2}{3}b^3;$$

$$b \geq \sqrt[3]{\frac{3 \cdot M_{max}}{2 \cdot [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 31,84 \cdot 10^6}{2 \cdot 160}} = 66,8 \text{ мм};$$

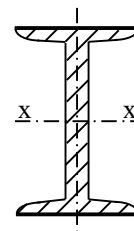
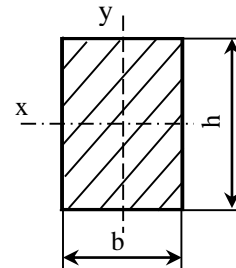
$$h = 2b = 2 \cdot 66,8 = 133,6 \text{ мм};$$

$$A = b \cdot h = 66,8 \cdot 133,6 = 8924,5 \text{ мм}^2 = 89,24 \text{ см}^2$$

3.3) Підбираємо двотавровий переріз:

$$W_{н.л.} = \frac{M_{max}}{[\sigma]} = \frac{31,84 \cdot 10^6}{160} = 1,99 \cdot 10^5 \text{ мм}^3 = 199 \text{ см}^3;$$

Із таблиці сортаменту (додаток А) обираємо двотавр № 20а, у якого $W_x = 203 \text{ см}^3$, $A = 28,9 \text{ см}^2$



4) Порівняти вагу балок круглого, прямокутного та двотаврового поперечних перерізів

$$Q = \rho \cdot V = \rho \cdot A \cdot L,$$

де Q – вага балки, кг;

ρ – щільність матеріалу балки (сталь);

V – об'єм балки:

$$V = A \cdot L,$$

де A – площа поперечного перерізу балки, см^2 ;

L – довжина балки, м

З урахуванням того, що ми порівнюємо балку однієї й тієї ж довжини та виконаної з одного й того ж матеріалу, але різної форми перерізу то порівняння ваги балок зводиться до порівняння площі поперечного перерізу:

$$Q_{\text{коло}} : Q_{\text{прямокутник}} : Q_{\text{двотавр}} = A_{\text{коло}} : A_{\text{прямокутник}} : A_{\text{двотавр}} \\ 124,2 : 89,24 : 28,9 = 4,3/3,1/1$$

Провівши аналіз отриманих даних можемо зробити висновок про те, що балка двотаврового перерізу є найбільш економічно вигіднішою із-за найменшої витрати матеріалу.

5) Побудувати епюри нормальних і дотичних напружень у найбільш небезпечному перерізі та зробити повну перевірку на міцність двотаврової балки по головним напруженням.

Визначаємо максимальні нормальні напруження за формулою 1.2, які виникають в перерізі балки у точках, найбільш віддалених від нейтральної лінії:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_{н.л}} = \frac{31,84 \cdot 10^6}{203000} = 156,8 \text{ МПа}$$

Визначаємо максимальні дотичні напруження за формулою Журавського Д.І. (формула 1.3), які виникають по нейтральній лінії, в центрі перерізу на ділянці балки де $Q_{max} = 12,33 \text{ кН}$:

$$\tau_{max} = \frac{Q_{max} \cdot S_{н.л.}^{від}}{d \cdot J_{н.л.}}$$

Із сортаменту прокатної сталі двотаврового перерізу (додаток А) запишемо геометричні характеристики перерізу:

- Статичний момент площі відсіченої частини перерізу:

$$S_{н.л.}^{від} = S_x = 114 \text{ см}^3 = 114000 \text{ мм}^3$$

- Ширина перерізу полки двотавра: $b = 110 \text{ мм}$
- Ширина перерізу стінки двотавра: $d = 5,2 \text{ мм}$
- Момент інерції відносно нейтральної лінії:

$$J_{н.л.} = J_x = 2030 \text{ см}^4 = 20300000 \text{ мм}^4$$

$$\tau_{max} = \frac{12,33 \cdot 10^3 \cdot 114000}{5,2 \cdot 20300000} = 13,3 \text{ МПа}$$

Для двотаврової балки характерними є також точки переходу перерізу полки у стінку. Позначимо їх точками 2 і 3. Прийmemo, що точка 1 – це найбільш віддалена від нейтральної осі точка, а точка 4 знаходиться на нейтральній лінії.

Визначимо нормальні напруження у точках 2 і 3 за формулою 1.1:

$$\sigma_{т.2} = \sigma_{т.3} = \frac{M_{max}}{J_x} \cdot y,$$

де y – відстань від нейтральної точки до точок 2 і 3:

$$y = \frac{h}{2} - t,$$

де h – висота двотавра (додаток А), $h = 200 \text{ мм}$

t – товщина полки двотавра (додаток А), $t = 8,6 \text{ мм}$.

$$y = \frac{200}{2} - 8,6 = 91,4 \text{ мм}$$

$$\sigma_{т.2} = \sigma_{т.3} = \frac{31,84 \cdot 10^6}{20300000} \cdot 91,4 = 143,4 \text{ МПа}$$

Визначимо дотичні напруження спочатку у точці 2 (відноситься до полки двотавра, тобто за ширину перерізу приймаємо розмір b) за формулою 1.3:

$$\tau_{т.2} = \frac{Q_{max} \cdot S_{н.л.}^{від}}{b \cdot J_{н.л.}},$$

де $S_{н.л.}^{від}$ – статичний момент площі перерізу відсіченої частини, якою є полка двотавра:

$$S_{н.л.}^{від} = A \cdot y_c,$$

де A – площа перерізу відсіченої частини:

$$A = b \cdot t = 110 \cdot 8,6 = 946 \text{ мм}^2$$

y_c – відстань до центра ваги відсіченої частини:

$$y_c = \frac{h}{2} - \frac{t}{2} = \frac{200}{2} - \frac{8,6}{2} = 95,7 \text{ мм}$$

$$S_{н.л.}^{від} = 946 \cdot 95,7 = 90532,2 \text{ мм}^3$$

$$\tau_{т.2} = \frac{12,33 \cdot 10^3 \cdot 90532,2}{110 \cdot 20300000} = 0,5 \text{ МПа}$$

Визначимо дотичні напруження у точці 3 (відноситься до стінки двотавра, тобто за ширину перерізу приймаємо розмір d) за формулою 1.3:

$$\tau_{т.3} = \frac{Q_{max} \cdot S_{н.л.}^{від}}{d \cdot J_{н.л.}},$$

$$\tau_{т.3} = \frac{12,33 \cdot 10^3 \cdot 90532,2}{5,2 \cdot 20300000} = 10,57 \text{ МПа}$$

Напруження у точці 1:

- нормальне напруження $\sigma_{т.1} = \sigma_{max} = 156,8 \text{ МПа}$
- дотичне напруження $\tau_{т.1} = 0$

Напруження у точці 4:

- нормальне напруження $\sigma_{т.4} = 0$
- дотичне напруження $\tau_{т.1} = \tau_{max} = 13,3 \text{ МПа}$

Побудуємо епюри нормальних і дотичних напружень у найбільш небезпечному перерізі двотаврової балки (рис. 3.5.4).

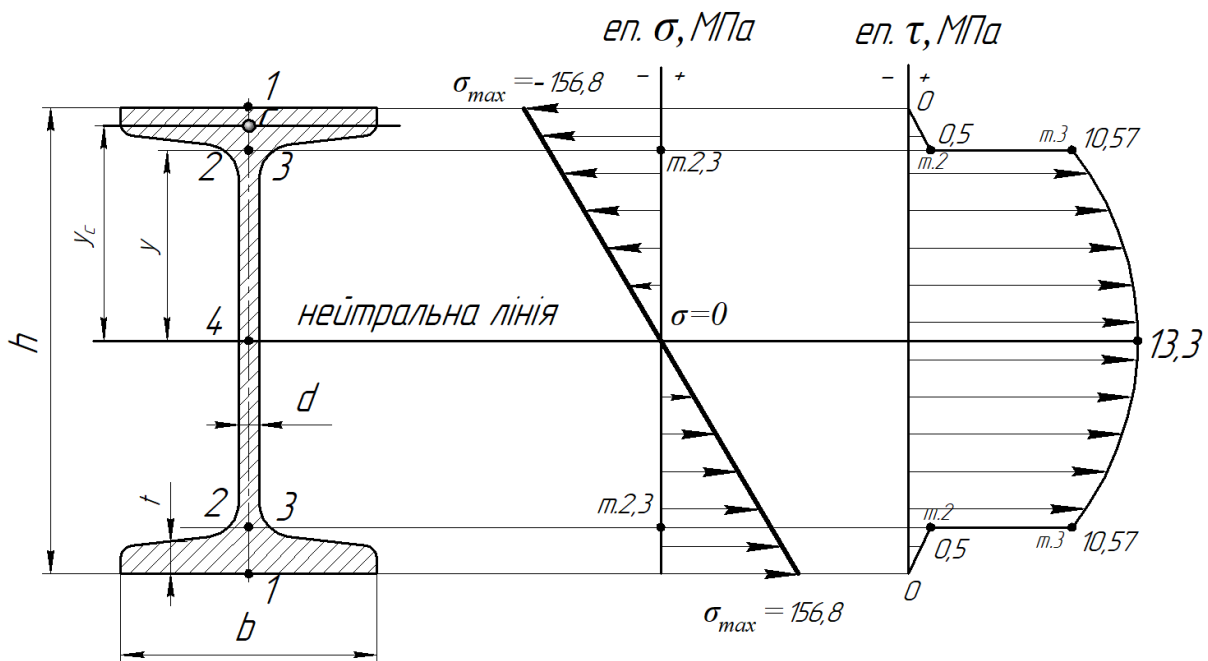


Рисунок 3.5.4 – Епюри нормальних і дотичних напружень

Перевірку міцності балки по головним напруженням проводимо для перерізу де згинальний момент і поперечна сила мають однаково найбільші значення. Тому визначимо головні напруження для перерізу в точці С, де поперечна сила $Q_C = 11,67$ кН, а згинальний момент $M_{зг} = 23,33$ МПа.

Головні напруження визначаємо у точці 3 перерізу балки, яка знаходиться на межі переходу стінки двотавра в полку:

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} \left(\sigma_{T,3} + \sqrt{(\sigma_{T,3})^2 + 4 \cdot (\tau_{T,3})^2} \right) \leq [\sigma],$$

де $\sigma_{T,3}$ – нормальні напруження перерізу С в точці 3:

$$\sigma_{T,2} = \sigma_{T,3} = \frac{M_{max}}{J_x} \cdot y,$$

$$\sigma_{T,3} = \frac{23,33 \cdot 10^6}{20300000} \cdot 46,4 = 53,3 \text{ МПа}$$

$\tau_{T,3}$ – дотичні напруження перерізу С в точці 3, $\tau_{T,3} = 10,57$ МПа

Тоді головні напруження будуть дорівнювати:

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} \left(53,3 + \sqrt{(53,3)^2 + 4 \cdot (10,57)^2} \right) = 55,3 \text{ МПа}$$

$$\sigma_1 = 55,3 \text{ МПа} < [\sigma] = 160 \text{ МПа}$$

Висновок: при однаковій міцності балка двотаврового перерізу буде більш економічною. Міцність балки по головним напруженням забезпечена.

4 КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Що називається чистим та поперечним згином?
2. Що називається балкою?
3. Що називається головною площиною балки?
4. Що таке силова лінія?
5. Що відбувається з волокнами балки при прямому згині?
6. Що відбувається з поперечними перерізами балки при прямому чистому згині?
7. Що називається нейтральним шаром? Як він розташований при чистому згині?
8. Що називають нейтральною віссю?
9. Що називають поперечною силою?
10. Що називають згинальним моментом?
11. Які дії необхідно здійснити, щоб визначити величину поперечної сили? Згинального моменту?
12. Які лінії зображують на епюрах Q і M на ділянці балки вільній від дії розподіленого навантаження?
13. Які лінії зображують на епюрі Q і M на ділянках балки, на яких діє рівномірно розподілене навантаження?
14. У яких перетинах балки на епюрі Q і M будуть стрибки?
15. Які ви знаєте диференціальні залежності при згині?
16. Чому дорівнює поперечна сила в перерізах балки, в яких згинальний момент досягає екстремального значення?
17. Що відбувається з величиною згинального моменту на ділянці балки, де поперечна сила позитивна? Негативна?
18. Які напруження виникають в поперечному перерізі балки при чистому згині? При поперечному згині?
19. Вкажіть формулу для визначення нормальних напружень в поперечному перерізі балки. Назвіть величини, що входять до цієї формули.

20. Що називається моментом опору перерізу при згині? Яка його розмірність?

21. В яких точках перерізу нормальні напруження максимальні? У яких точках вони дорівнюють нулю?

22. За якою формулою визначаються дотичні напруження в будь-якій точці поперечного перерізу? Назвіть величини, що входять до цієї формули.

23. В яких точках поперечного перерізу діють максимальні за величиною дотичні напруження? У яких точках вони дорівнюють нулю.

24. В яких точках балки міцність оцінюють за найбільшими нормальними напруженнями?

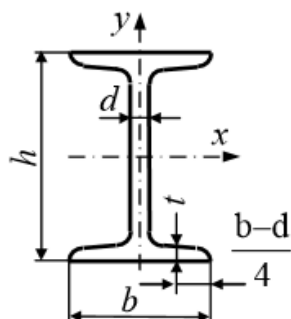
25. В яких точках балки оцінку міцності проводять за найбільшими дотичними напруженнями?

26. В яких точках балки перевірку міцності виконують по еквівалентному напруженню?

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Беляев Н.М. Сопротивление материалов /Н. М. Беляев. – М.: Наука, 1976. – 590 с.
2. Степин П.А. Сопротивление материалов / П.А. Степин. – Изд. 7-е. – М.: Высш. шк., 1983. – 303 с.
3. Цурпал І.А. Механіка матеріалів і конструкцій /І.А.Цурпал – К.: Вища освіта, 2005. -367 с.
4. Миролубов И.Н. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов / И.Н. Миролубов – К.: Наукова думка, 1985. – 218 с.
5. Дарков А.В. Сопротивление материалов: учебное пособие /А.В. Дарков, Г.С. Шапиро. – Изд. 5-е. – М.: Знания, 1989. – 622 с.
6. Справочник по сопротивлению материалов /Писаренко Г.С, Яковлев А.П., Матвеев В.В. – 2-е изд. – Киев: Наук. думка, 1988. –736 с.

Додаток А
(довідковий)
СОРТАМЕНТ ПРОКАТНОЇ СТАЛІ.
Двотаври сталеві гарячекатані
(за ГОСТ 8239-89).



A - площа поперечного перерізу;
S - статичний момент перерізу;
I - момент інерції;
i - радіус інерції;
W - момент опору;
m - маса одного погонного метра.

№	h, мм	b, мм	d, мм	t, мм	A, см ²	m, кг	I _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	S _x , см ³	I _y , см ⁴	W _y , см ³	i _y , см
10	100	55	4,5	7,2	12,0	9,5	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	14,7	11,5	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	17,4	13,7	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	160	81	5,0	7,8	20,2	15,9	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70
18	180	90	5,1	8,1	23,4	18,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
18a	180	100	5,1	8,3	25,4	19,3	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12
20	200	100	5,2	8,4	26,8	21,0	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07
20a	200	110	5,2	8,6	28,9	22,7	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32
22	220	110	5,4	8,7	30,6	24,0	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
22a	220	120	5,4	8,9	32,8	25,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50
24	240	115	5,6	9,5	34,8	27,3	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
24a	240	125	5,6	9,8	37,5	29,4	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63
27	270	125	6,0	9,8	40,2	31,5	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
27a	270	135	6,0	10,2	43,2	33,9	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80
30	300	135	6,5	10,2	46,5	33,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
30a	300	145	6,5	10,7	49,5	39,2	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95
33	330	140	7,0	11,2	53,8	42,2	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
36	360	145	7,5	12,3	61,9	48,6	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	400	155	8,3	13,0	72,6	57,0	19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03
45	450	160	9,0	14,2	84,7	66,5	27696	1231	18,1	708	808	101	3,09
50	500	170	10	15,2	100	78,5	39727	1589	19,9	919	1043	123	3,23
55	550	180	11	16,5	118	92,6	55962	2035	21,8	1181	1356	151	3,39
60	600	190	12	17,8	138	108,0	76806	2560	23,6	1491	1725	182	3,54

РОЗРАХУНОК СТАТИЧНО ВИЗНАЧЕНИХ БАЛОК НА ЗГИН

Методичні вказівки
до практичного заняття

з дисципліни «Інженерна механіка.
Механіка матеріалів і конструкцій»

Укладачі:

Бондаренко Лариса Юріївна,
Вершков Олександр Олександрович,
Антонова Галина Володимирівна

Формат 60×84 1/16. Гарнітура Times New Roman.
Папір для цифрового друку. Друк ризографічний.

Умов. друк. арк. 2,9

Наклад 30 примірників