

УДК 664.3:547

## МЕХАНІЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РЕОЛОГІЧНОЇ ПОВЕДІНКИ ХАРЧОВИХ МАТЕРІАЛІВ

Петриченко С.В., к.т.н.,

Олексієнко В.О., к.т.н.,

Паляничка Н.О., к.т.н.

*Таврійський державний агротехнологічний університет*

Тел.(06192) 42-13-06

**Анотація** – у статті виконано класифікацію основних реологічних моделей харчових продуктів з урахуванням їхньої консистенції і виду дисперсних систем. Запропоновані комбіновані моделі, що описують різноманітні харчові середовища.

**Ключові слова** – реологія, харчові маси, властивості, модель.

*Постановка проблеми.* Дослідження характеристик і процесів роботи обладнання харчової галузі невідривно пов'язане з основними властивостями харчових продуктів і сировини. У харчовій промисловості переробляють сировину і отримують продукти в різному агрегатному стані: твердому, рідкому, паро- і газоподібному. Багато харчових продуктів - це однорідні і неоднорідні суміші. До однорідних сумішей належать розчини різної природи, основна їх характеристика - концентрація розчиненої речовини. До неоднорідних сумішей належать суміші, які мають дві і більше фаз, наприклад, суміш газ-тверде, або нерозчинні одна в одній рідині.

До основних характеристик при переробці харчової сировини, що відповідають за підтримання оптимального технологічного процесу, належать її реологічні властивості, які, в свою чергу, залежать від структурно-механічних характеристик - сил зчеплення між молекулами і особливостей побудови сировини. При переробці харчової сировини необхідно подолати сили зчеплення між молекулами, тобто порушити її міцність.

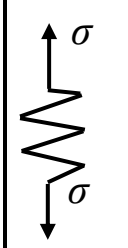
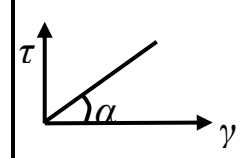
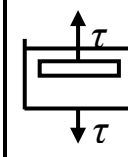
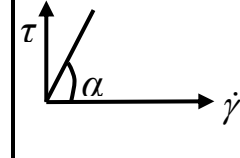
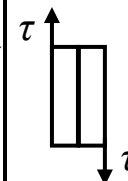
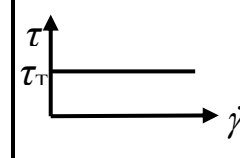
У реології розрізняють два ідеалізовані взаємопротилежні поняття: «тверде ідеально-пружне тіло» і «нев'язка рідина». Під першим розуміється таке тіло, рівноважні форма й напруга якого досягаються миттєво. Рідина називається невязкою у випадку, коли вона не здатна створювати й підтримувати напругу зсуву. Між граничними станами тіл – ідеально-пружними твердими тілами й

нев'язкими рідинами – у природі існує величезне різноманіття тіл проміжного характеру.

*Аналіз останніх досліджень.* Розглянемо основні моделі, які можуть зустрітися при вивченні реологічних властивостей харчових мас. При цьому необхідно вказати, що точні математичні закономірності отримані тільки для ньютонівських рідин, для усіх неньютонівських течій отримані тільки наближені формули.

Відомі три проміжні моделі ідеалізованих матеріалів (таблиця 1): ідеально-пружне тіло (Гука); ідеально-гужла рідина (Ньютона); ідеально-пластичне тіло (Сен-Венана).

Таблиця 1 - Реологічні моделі простих ідеалізованих тіл

Модель	Вид моделі	Графіки течії	Рівняння	Умовні позначки
Гука			$\tau = \gamma \cdot G;$ $\sigma = \varepsilon \cdot E.$	$\tau, \sigma$ – дотична й нормальна напруги, Па; $\gamma, \varepsilon$ – кутова й лінійна деформації; $G, E$ – модулі пружності при кутовій і лінійній деформації, Па.
Ньютона			$\tau = \eta \cdot \dot{\gamma};$ $\sigma = \eta_T \cdot \dot{\varepsilon}.$	$\dot{\gamma}$ – швидкість зрушення, $\text{с}^{-1}$ ; $\eta$ – в'язкість при зрушенні, $\text{с}^{-1}$ ; $\dot{\varepsilon}$ – швидкість поздовжньої течії, $\text{с}^{-1}$ ; $\eta_T$ – в'язкість при поздовжній течії (Трутона), $\text{Па} \cdot \text{с}$ .
Сен-Венана			При $\tau < \tau_T$ немає деформації; при $\tau = \tau_T$ плин	$\tau_T$ – межа текучості при зсуві, Па.

Ідеально-пружне тіло Гука. В ідеально-пружному тілі (модель – пружина) енергія, витрачена на деформацію, накопичується й може бути повернута при розвантаженні. Закон Гука описує поведінку кристалічних і аморфних твердих тіл при малих деформаціях, а також рідин при ізотропному розширенні – стиску.

Ідеально-грузла рідина Ньютона. Ідеально-грузла рідина характеризується тим, що в ній напруги пропорційні швидкості деформації. Грузла течія відбувається під дією будь-яких сил, як б малі вони не були; однак швидкість деформації знижується при зменшенні сил, а при їхньому зникненні обертається у нуль. Для таких рідин в'язкість, що є константою, пропорційна нарузі зсуву.

Закон Ньютона описує поведінку багатьох низькомолекулярних рідин при зсуві й поздовжній течії. Механічна модель ньютонівської рідини являє собою *демпфер*, що складається з поршня, який переміщається у циліндрі з рідиною. При переміщенні поршня рідина крізь зазори між поршнем і циліндром протікає з однієї частини циліндра в іншу. При цьому опір переміщенню поршня пропорційний його швидкості (див. таблицю 1).

Ідеально-пластичне тіло Сен-Венана може бути представлено у вигляді елемента, що складається *із двох притиснутих одна до одної пластин*. При відносному переміщенні пластин між ними виникає постійна сила тертя, що не залежить від стискаючої їх сили. Тіло Сен-Венана не почне деформуватися доти, поки напруги зсуву не перевищать деякого критичного значення – межі текучості  $\tau_T$  (граничної напруги зсуву), після чого елемент може рухатися з будь-якою швидкістю.

*Постановка завдання.* Розглянемо можливі комбінації у різних сполученнях моделей найпростіших ідеальних тіл для описання реологічної поведінки складних тіл залежно від властивостей їх компонентів.

*Основна частина.* Для того, щоб описати реологічну поведінку складного тіла залежно від властивостей його компонентів, можна комбінувати в різних сполученнях розглянуті вище моделі найпростіших ідеальних тіл, кожне з яких має лише одну фізико-механічну властивість. Ці елементи можуть бути скомбіновані паралельно або послідовно.

Основними складними моделями є: пружно-пластичне тіло; грузько-пружні тіла Кельвіна–Фойгта й Максвелла; грузько-пластичні тіла Бінгама, Шведова і Шведова – Бінгама (рис. 1).

Модель пружно-пластичного тіла (рис. 1, *a*) утворюється при послідовному з'єднанні пружного елемента Гука з модулем пружності  $G$  і пластичного елемента Сен-Венана із межею текучості  $\tau_T$ . При  $\tau < \tau_T$  відбувається пружна деформація матеріалу, а при  $\tau = \tau_T$  – пластична

течія.

Грузько-пружне тіло Кельвіна–Фойгта презентовано механічною моделлю, отриманою при паралельному з'єднанні пружного елемента Гука з модулем пружності  $G$  і грузлого елемента Ньютона з в'язкістю  $\eta$  (рис. 1, б). Під дією розтяжного зусилля пружина подовжується, а поршень буде рухатися у рідині. Цей рух поршня пов'язаний із грузлим опором рідини, через що повне розтягання пружини настає не відразу. Коли навантаження усунуто, пружина стискується до первісної довжини, але це вимагає часу внаслідок грузлого опору рідини.

Для написання математичної моделі тіла Кельвіна–Фойгта використовують ту обставину, що при паралельному з'єднанні елементів деформація складного тіла  $\gamma_{\text{КФ}}$  дорівнює деформації кожного елемента, а напруга сумарного елемента  $\tau_{\text{КФ}}$  дорівнює сумі напруг в окремих елементах  $\tau_{\Gamma}$  і  $\tau_{\text{Н}}$ . На підставі цього маємо систему рівнянь

$$\begin{aligned}\gamma_{\text{КФ}} &= \gamma_{\Gamma} = \gamma_{\text{Н}}, \\ \tau_{\text{КФ}} &= \tau_{\Gamma} + \tau_{\text{Н}}.\end{aligned}\quad (1)$$

Скористаємося записаними раніше математичними моделями для елементів Гука ( $\Gamma$ ) і Ньютона ( $\text{Н}$ )

$$\begin{aligned}\tau_{\Gamma} &= G\gamma_{\Gamma}, \\ \tau_{\text{Н}} &= \eta\dot{\gamma}_{\text{Н}}.\end{aligned}\quad (2)$$

Розглянувши спільно (1) і (2), одержимо остаточно математичну реологічну модель тіла Кельвіна–Фойгта

$$\tau = G\gamma + \eta\dot{\gamma}, \quad (3)$$

де  $G$  – модуль пружності при зсуві, Па;  
 $\gamma$  – кутова деформація;  
 $\eta$  – ньютонівська в'язкість, Па·с.

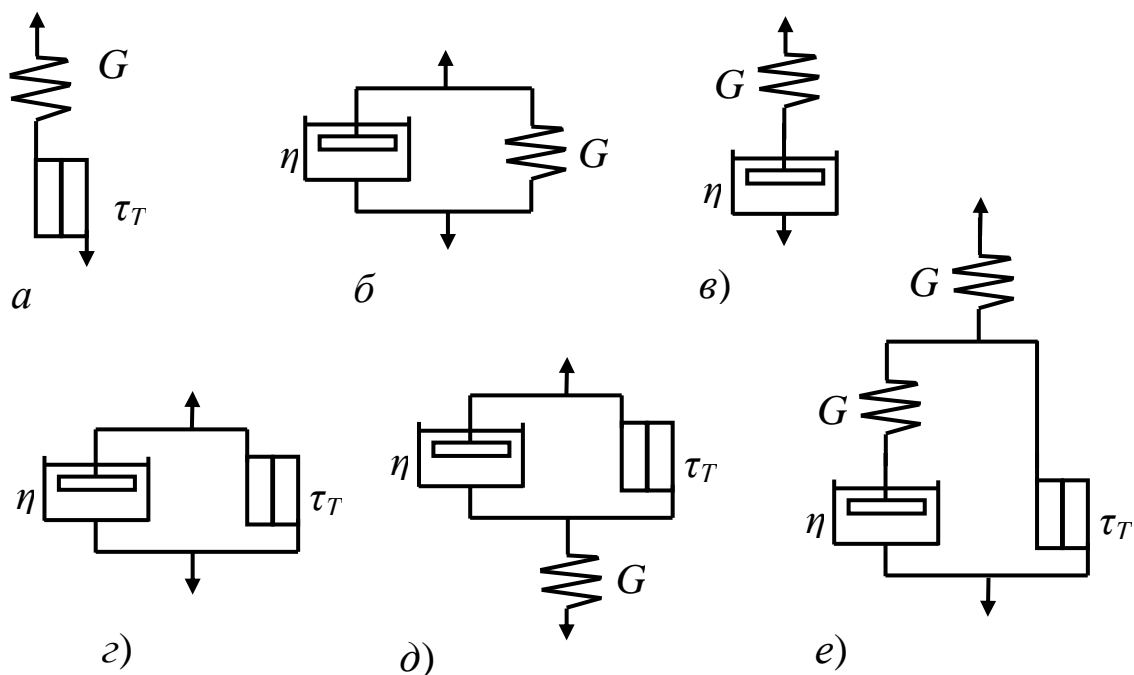
Модель тіла Кельвіна–Фойгта відбиває явище пружної післядії, яка являє собою зміну пружної деформації у часі, коли вона або постійно наростає до деякої межі після додатка навантаження, або поступово зменшується після її зняття.

Механічна модель грузько-пружного релаксуючого тіла Максвелла (рис. 1, в) являє собою послідовне з'єднання елементів Гука з модулем пружності  $G$  і Ньютона з в'язкістю  $\eta$ . На обидва елементи діє однакова

напруга  $\tau$ .

Тіло Максвелла поводитья як пружне або грузле залежно від відношення часу релаксації матеріалу до тривалості експерименту. Отже, якщо під дією миттєвого зусилля пружина розтягується, а потім відразу навантаження зняте, то поршень не встигає рухатися й система поводитья як пружне тіло. Однак, з іншого боку, якщо підтримувати розтягання пружини постійним, вона поступово релаксує, переміщаючи поршень нагору, і система поводитья як ньютонівська рідина. Реологічне рівняння тіла Максвелла має вигляд

$$\dot{\gamma} = \dot{\epsilon}/G + \tau/\eta. \quad (4)$$



*a)* модель пружно-пластичного тіла; *б)* модель Кельвіна-Фойгта; *в)* модель Максвелла; *г)* модель грузько-пластичного тіла Шведова-Бінгама; *д)* модель Бінгама; *е)* модель Шведова.

Рис. 1. Механічні моделі реологічних матеріалів.

Двоелементна механічна модель грузько-пластичного тіла Шведова-Бінгама (рис. 1, г) складається із з'єднаних паралельно елементів Ньютона з в'язкістю  $\eta$  і Сен-Венана із межею текучості  $\tau_T$ . Якщо  $\tau \leq \tau_T$ , то система поводитья як абсолютно тверде недеформоване тіло. Реологічне рівняння цього тіла при  $\tau > \tau_T$  має вигляд

$$\dot{\gamma} = (\tau - \tau_T)/\eta. \quad (5)$$

У природі є матеріали, які в першому наближенні можна розглядати як тіло Сен-Венана. Вони починають текти, коли напруга зсуву досягає граничного значення. Якщо немає грузлого опору, то швидкість течії матеріалу стане як завгодно великою. Це показує, що такі матеріали можуть тільки в першому наближенні розглядатися як тіла Сен-Венана. У другому наближенні вони повинні мати в'язкість. Все це приводить до необхідності прийняття ідеального тіла Бінгама, що поєднує пружність, в'язкість і пластичність.

Механічна модель Бінгама (рис. 1, *д*) складається з елементів Гука з модулем пружності  $G$ , Ньютона з в'язкістю  $\eta$  і Сен-Венана із межею текучості  $\tau_T$ . Елементи Ньютона й Сен-Венана з'єднані взаємно паралельно, а разом – послідовно з елементом Гука.

Під дією напруги  $\tau < \tau_T$  модель Бінгама має тільки пружну деформацію. Реологічне рівняння цієї моделі при  $\tau > \tau_T$  має вигляд

$$\dot{\gamma} = \dot{\tau} / G + (\tau - \tau_T) / \eta. \quad (6)$$

Механічна модель Шведова складається з елементів Гука з модулем пружності  $G_H$ , Сен-Венана із межею текучості  $\tau_T$  і Максвелла з модулем пружності  $G_M$  і в'язкістю  $\eta$  (рис. 1, *е*). У 80-х роках 19 століття Ф.Н. Шведов вивчав релаксаційні процеси в колоїдних розчинах і вперше виявив у них пружність і в'язкість. Модель цього тіла відрізняється від моделі Бінгама тим, що паралельно моделі Сен-Венана приєднана модель Максвелла, а в моделі Бінгама – елемент Ньютона.

При  $\tau \leq \tau_T$  деформація моделі Шведова відбувається тільки завдяки елементу Гука. При  $\tau > \tau_T$  деформуються усі елементи моделі. Реологічне рівняння моделі Шведова в диференціальній формі має вигляд

$$\dot{\gamma} = \dot{\tau} (1/G_H + 1/G_M) + (\tau - \tau_T) / \eta. \quad (7)$$

Прагнення дослідників більш точно відобразити поведінку харчових матеріалів під навантаженням привело до створення складних моделей, що значно збільшило трудомісткість розрахунків. Моделі, що мають мале число елементів, рідко дають задовільну збіжність дослідних даних з розрахованими за рівняннями.

Представлені вище реологічні моделі широко використовуються при моделюванні і описуванні властивостей реальних харчових продуктів.

Для моделювання властивостей м'ясних фаршів для варених ковбас рекомендується механічна модель Шведова-Бінгама. Так, наприклад, при моделюванні поведінки двох і більш приготовлених

зразків фаршів, що відрізняються хоча б одним показником, наприклад, в'язкістю, наочно видно, що при прикладенні навантаження однієї й тієї ж величини, більш істотної деформації піддається зразок, що має найменшу в'язкість. А у випадку, наприклад, повної втрати пластичності матеріал переходить у стан грузлого матеріалу, не здатного втримувати свою форму, тобто, буде просто розтікатися. За допомогою даної моделі можна досліджувати поведінку м'ясних фаршів, наприклад, при додаванні води, різних добавок або оцінити механічний вплив на структуру продукту і т.д.

Для опису поведінки цільної м'язової тканини м'яса може застосовуватися механічна модель Максвелла. Для опису інших матеріалів можуть застосовуватися інші механічні моделі, розглянуті вище.

*Висновки.* На підставі проведеного аналізу різних моделей харчових продуктів можна зробити висновок, що оцінку адекватності реологічної моделі можна проводити по модулю лінійної деформації й модулю деформації зсуву, тому що фізична сутність моделі і її поведінка в різних умовах навантаження при подібного роду аналізах суттєво не змінюється. Разом з тим, оцінка моделі по модулю деформації дозволяє вийти на його чисельні значення й порівняти їх з результатами спеціально проведених експериментів. При цьому слід зазначити, що збільшення кількості елементів понад чотирьох не приводить до істотної якісної зміни моделі, тому що моделі, що містять до чотирьох елементів включно, вичерпують усю різноманітність механічної поведінки даного матеріалу.

Моделювання деформаційної поведінки харчових матеріалів можна проводити не тільки на основі механічних моделей, але й електричних. При цьому напругу зіставляють із ЕРС електричного ланцюга, швидкість деформації – з електричним струмом, модуль пружності – зі зворотною величиною ємності, а в'язкість – з опором. Послідовне з'єднання елементів механічної моделі еквівалентно паралельному з'єднанню елементів електричного ланцюга, а паралельне в механічній моделі – послідовному з'єднанню в електричній. Електричне моделювання дозволяє застосовувати моделюючі ЕОМ при вивченні пружно-грузько-пластичних властивостей харчових матеріалів, а також при розрахунках процесів їх переробки.

#### Література:

1. *Рейнер М.* Реология. Пер. с англ. М.: Наука, 1965. – 224 с.
2. *Шульман З.П.,* Беседы о реофизике. Минск: Наука и техника, 1976. — 96с.

3. *Еркебаев М.Ж.* Основы реологии пищевых продуктов: учеб. пособие / М.Ж. Еркебаев, Т.К. Кулажанов, Е.Б. Медведков,- Алматы, 2006. - 298с.

4. *Мачихин Ю.А.* Реометрия пищевого сырья и продуктов: /Справочник. - М.: Агропромиздат. - 1990. - 271 с.

5. *Мачихин Ю.А.* Инженерная реология пищевых материалов /Ю.А. Мачихин, С.А. Мачихин. - М.: Легкая и пищевая пром-ть. -1981.- 216 с.

## **МЕХАНИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕОЛОГИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ПИЩЕВЫХ МАТЕРИАЛОВ**

Петриченко С.В., Алексеенко В.А., Паляничка Н.А.

*Аннотация* – в статье выполнена классификация основных реологических моделей пищевых продуктов с учетом их консистенции и вида дисперсных систем. Предложены комбинированные модели, которые описывают различные пищевые среды.

## **MECHANICAL DESIGN OF RHEOLOGICAL BEHAVIOR OF FOOD MATERIALS**

S. Petrychenko, V. Oleksiyenko, N. Palyanichka

### *Summary*

**This work is devoted to classification of basic rheological models of food products is conducted taking into account their consistency and type of the dispersible systems. The combined models that describe different food environments are offers.**