

УНІВЕРСАЛЬНА РЕОЛОГІЧНА МОДЕЛЬ НЕНЬЮТОНОВСЬКИХ РІДИН

Глушко Ю.Ю. 12 СГМ

Керівник Петриченко С.В., к.т.н., доц.

*Таврійський державний агротехнологічний університет імені
Дмитра Моторного*

**Анотація – наведені теоретичні передумови створення
універсальної реологічної моделі неньютонівських рідин.**

Рідини, у яких в'язкість залежить від напруги зсуву, прийнято називати неньютоновськими. Відоме узагальнення реологічних моделей складається з елемента Фойгта, з'єданого послідовно з елементом Максвелла. Перевагою такої моделі є молекулярна інтерпретація грузькопружних властивостей, коли деформація складається з миттєвої пружної деформації незворотного грузлого плинну й запізнілої пружної деформації. Математична модель послідовно з'єднаних елементів Максвелла й Фойгта складається із трьох рівнянь.

Ці три рівняння містять чотири параметри (по два у двох елементах). Із трьох рівнянь можна виключити два параметри й зробити перший висновок, що об'єднання елементів Максвелла й Фойгта містить тільки два незалежні параметри, тоді як універсальна реологічна модель повинна містити три незалежних параметри. Звідси впливає другий висновок: реологічна модель послідовно з'єднаних елементів Фойгта й Максвелла не є універсальною.

Покажемо, що універсальну реологічну модель можна одержати, використовуючи вектори в комплексній площині. Для цього помістимо вектори деформацій і напруг у комплексну площину так, щоб вони перетнулися на початку координат. Кут перетинання векторів δ залежить від матеріалу (фазовий кут). Проекції векторів на осі координат відображують їхні дійсні й уявні компоненти. Така інтерпретація напружено-деформованого стану матеріалу дозволяє ввести поняття комплексного динамічного модуля зрушення, комплексної швидкості зрушення й комплексної в'язкості, які пов'язані з перетвореннями енергії. Якщо компоненти напруги й деформації збігаються по фазі, то енергія накопичується, якщо вони не збігаються по фазі — енергія розсіюється. Звідси впливає третій висновок: універсальну реологічну модель можна отримати, відображаючи напружений стан неньютоновської рідини на її деформований стан за допомогою функції комплексного змінного. Для вибору такої функції врахуємо три обставини: колові діаграми напруг і деформацій застосовні для всіх матеріалів незалежно від їхніх фізико-механічних властивостей; колову діаграму напруг відображає на колову

діаграму деформацій дрібно-лінійна функція; загальний вид нескоротної дрібно-лінійної функції має три параметри.

На підставі зроблених висновків універсальна реологічна модель неньютоновської рідини прийме вид

$$W = (az+b)/(z+c), \quad (1)$$

де $z = s+it$, $W=e+ig$ — комплексні числа,

s , t і e , g — нормальні й зсувні компоненти напруг і деформацій відповідно.

Функція (1) зберігає консерватизм кутів, форму прямих і окружностей, а також взаємно однозначну відповідність, тобто забезпечує конформне відображення кіл Мору.

Рівняння (1) для дійсних осей комплексної площини дає залежність нормальних напруг від нормальних деформацій за межами області пружності

$$s = (ce-b)/(em-e), \quad (em=maxe). \quad (2)$$

Для оцінки значення em можна застосувати лінійну апроксимацію залежності $s(e)$

$$s = sm + E(e-e^*), \quad (3)$$

де e^* — границя між квазіпружною і квазіпластичною областями.

Оскільки $b=ce_0$ (e_0 - границя квазіпластичної області), то з (2) і (3) можна знайти параметри реологічної моделі. Увівши інтервали квазіпластичної, квазіпружної і граничних деформацій

$$De_1=e^*-e_0, \quad De_2=em-e^*, \quad D=em-e_0,$$

можна в інтервалі (e_0, e^*) отримати залежність $s(e)$

$$s = c(e-e_0)/(em-e). \quad (4)$$

Порівняння формули (4) з відомими формулами експонентного типу показує їхню якісну подобу, тому що всі ці формули містять загальне поняття — втрата стискальності $(em-e_0)$.

Компоненти вектора повної деформації для довільно орієнтованого майданчика визначаються підстановкою $z = s+it$, і $W=e+it$ у рівняння (1):

$$e+ig = [(ems+ce_0)(s+c) + emt^2 + ict(em-e_0)] / (s+c)^2 + t^2 \quad (5)$$

Отже, дійсні й уявні частини (5) визначають нормальні $e(s, t)$ і кутові $g(s, t)$ деформації. Тим самим показано, що побудова універсальної реологічної моделі шляхом накладення плоских колових діаграм обмежується пошуком трьох параметрів. Ці три параметри є функціями трьох незалежних змінних: модуля пружності, коефіцієнта в'язкості і його граничного значення.