

5. Лангмейер И., Матейчек З. Психическая депривация в детском возрасте. Прага: «Авицениум», 1984. 240 с.
6. Минияров В.М. Психология семейного воспитания (диагностико-коррекционный аспект). М.: Московский психолого-социальный институт; Воронеж: Изд-во НПО «МОДЭК», 2005. 550 с.
7. Нартова-Бочавер С.К., Несмеянова М.И., Малярова Н.В., Мухортова Е.А. Чей я – мамин или папин? М.: МЦНМО, 1995. 96 с.
8. Обухова Л.Ф. Детская психология: теории, факты, проблемы. М.: Тривола, 1995. 360 с.
9. Смирнова Е.О., Собкин В.С. Специфика эмоционально-личностной сферы детей, живущих в неполной семье. М., 1988. 320 с.
10. Титаренко В.Я. Семья и формирование личности. М.: Мысль, 1987. 352 с.

*Сосницька Н.Л., д.пед.н., професор,
завідувач кафедри «Вища математика і фізика»,
Таврійський державний агротехнологічний університет;
Морозов М.В., к.ф-м.н., доцент кафедри
«Вища математика і фізика»,
Таврійський державний агротехнологічний університет;
Онищенко Г.О., асистент кафедри
«Вища математика і фізика»,
Таврійський державний агротехнологічний університет*

РЕАЛІЗАЦІЯ МІЖДИСЦИПЛІНАРНИХ ЗВ'ЯЗКІВ ФІЗИКИ ТА ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ НА ОСНОВІ МАТЕМАТИЧНОГО КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

REALIZATION OF INTERDISCIPLINARY CONNECTIONS OF PHYSICS AND ELECTRICAL ENGINEERING BASED ON MATHEMATICAL COMPUTER MODELING

Анотація. Розглядається математичне комп'ютерне моделювання різноманітних електромагнітних коливань та застосування гармонічного аналізу у електротехніці та радіотехніці. Методи моделювання дозволяють дослідити залежність характеристик електромагнітних коливань (ЕМК) від параметрів електричного кола. Використовується для моделювання процесів та побудови відповідних графіків програмне забезпечення MathCad [1]. Розглянуто також явище резонансу для вимушених ЕМК.

Ключові слова: математичне комп'ютерне моделювання, електромагнітні коливання, ряд Фур'є, періодичний сигнал.

Abstract. Mathematical computer simulation of various electromagnetic oscillations and the application of harmonic analysis in electrical engineering and radio engineering are considered. Simulation methods allow us to investigate the dependence of the characteristics of electromagnetic oscillations (EMC) on the parameters of the electrical circuit. The software MathCad [1] is used to simulate processes and plot the corresponding graphs. The phenomenon of resonance for forced EMCs is also considered.

Keywords: mathematical computer simulation, electromagnetic oscillations, Fourier series, periodic signal.

Постановка проблеми. Міждисциплінарні зв'язки фізики та електротехніки легко відобразити використовуючи математичне комп'ютерне моделювання різноманітних систем та явищ, яке в науці та техніці знаходить все більш широке застосування, наприклад [6; 7]. Тому розробка імітаційних, віртуальних лабораторних робіт на базі комп'ютерного моделювання в курсі «Фізико-математичне забезпечення магістерських програм» спеціальності «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» є актуальною задачею. Вивчення різноманітних електромагнітних коливань (вільних незгасаючих коливань в ідеальному коливальному контурі, згасаючих коливань, вимушених коливань, якщо в електричному контурі діє змінна гармонічна напруга) методом моделювання дозволяє отримувати значення характеристик коливань в залежності від параметрів електричного кола та побудувати відповідні графіки для сили струму, напруги та енергії. Методи Фур'є аналізу використовують для перетворення електричних сигналів та генерації сигналів заданої форми та параметрів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Методи гармонічного аналізу та представлення періодичних сигналів функціональним рядом Фур'є широко використовують в електротехніці при розробці підсилювачів, вузькополосних фільтрів, перетворювачів та інших пристроїв. Моделювання процесу представлення періодичних функцій рядами Фур'є забезпечує автоматизацію та візуалізацію цього процесу [2; 4]. Результати досліджень використовують також для організації та проведення імітаційних лабораторних робіт з дисципліни «Фізико-математичне забезпечення магістерських програм» спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка».

Формулювання цілей статті. Розглянути моделювання різноманітних електромагнітних коливань (вільних незгасаючих, згасаючих, вимушених), дослідити залежність характеристик ЕМ – коливань та будову відповідних графіків заряду, сили струму, напруги від часу. Дослідити процес представлення періодичних функцій відповідним тригонометричним рядом Фур'є та його властивості.

Виклад основного матеріалу дослідження. Курс «Фізико-математичне забезпечення магістерських програм» спрямований на формування у магістрів спеціальності «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» сучасного наукового світогляду, оволодіння фундаментальними знаннями з таких розділів вищої математики та математичної фізики як: теорія поля, рівняння Максвелла для

електромагнітного поля в інтегральній та диференціальній формі; гармонічний аналіз та застосування рядів Фур'є; рівняння математичної фізики та застосування рівняння Шредінгера для стаціонарних станів електрона у квантових точках (QDs).

1. Розглянемо електромагнітні коливання (ЕМК) у RLC електричному контурі [7, с. 386-397]. Диференціальне рівняння для електричного заряду Q у загальному випадку має вигляд:

$$\frac{d^2 Q}{dt^2} + 2\delta \frac{dQ}{dt} + \omega_o^2 Q = \frac{\varepsilon_o}{L} \cdot \cos \omega t \quad (1)$$

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \text{ – власна циклічна частота коливань;}$$

$$\delta = \frac{R}{2L} \text{ – коефіцієнт затухання;}$$

$$\varepsilon_o \text{ – амплітуда;}$$

$$\omega \text{ – циклічна частота періодичної ЕРС;}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_o \cdot \cos \omega t.$$

У випадку $\varepsilon_o = 0$ отримуємо власні електромагнітні коливання. Якщо коливальний контур ідеальний ($R=0$, $\delta=0$) отримуємо власні незгасаючі коливання:

$$Q_1 = Q_o \cos(\omega_o t + \varphi_o) \quad (2)$$

Амплітуда Q_o та фаза φ_o визначаються початковими умовами – значення сили струму $i = \frac{dQ}{dt}$ та напруги $U = \frac{Q}{C}$ при $t=0$. У лабораторній роботі 1.1 «Моделювання вільних, незгасаючих електромагнітних коливань» представлено вивчення залежності характеристик ЕМК від параметрів електричного кола та будова графіків $i(t)$ та $U(t)$. Для реального електричного кола ($R \neq 0$, $\delta \neq 0$) виникають згасаючі власні коливання: лабораторна робота 1.2 «Моделювання згасаючих електромагнітних коливань у RLC контурі». Тоді рішення однорідного диференціального рівняння (1) при $\varepsilon_o = 0$ має вигляд:

$$Q_2 = Q_o \cdot e^{-\delta t} \cdot \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \quad (3)$$

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_o^2 - \delta^2} \text{ – циклічна частота затухаючих коливань.}$$

Моделювання ЕМК дозволяє побудувати графіки залежності заряду від часу $\varphi_1 = 0$ при різних значеннях параметрів електричного контуру (рис. 1).

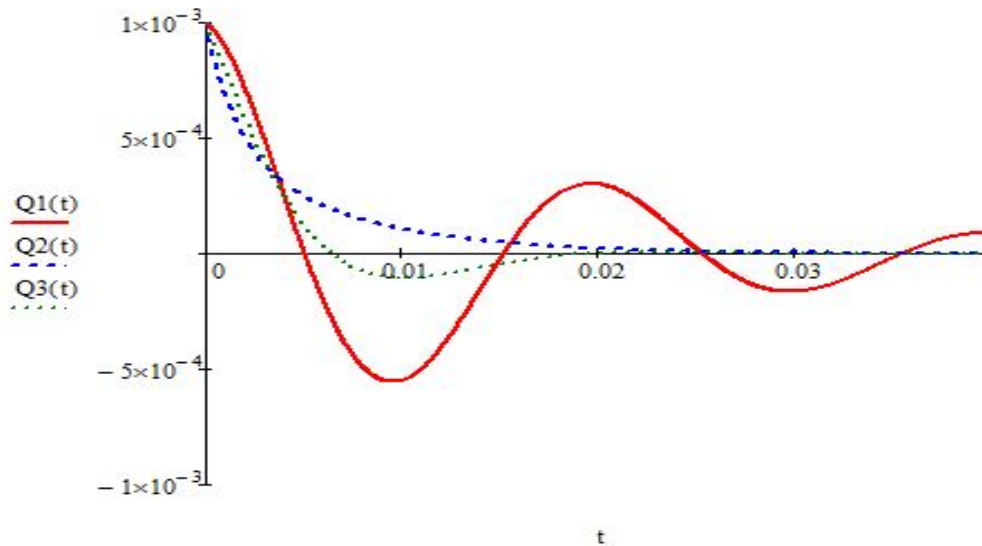


Рис. 1. Графіки залежності заряду: $Q_1(t)$ при $R_1=12$ Ом; $Q_2(t)$ при $R_2=80$ Ом; $Q_3(t)$ при $R_3=40$ Ом

Період згасаючих коливань дорівнює $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$, час релаксації (згасання) $\tau = \frac{1}{\delta}$.

У випадку, коли $\delta_3 > \omega_o$, отримуємо уявне значення циклічної частоти ω_1 та спостерігаємо так звані аперіодичні електромагнітні коливання (рис. 1). При згасаючих коливаннях повна енергія ЕМК також зменшується з часом:

$$W(t) = \frac{C \cdot U^2}{2} + \frac{L \cdot I^2}{2} \quad (4)$$

Використання команди «Animation» та змінної «Frame» дозволяє візуалізувати залежність виду графіків $i(t)$, $U(t)$, $W(t)$ від параметрів СРЛ-кола.

У випадку дії зовнішньої періодичної напруги спостерігаються вимушені електромагнітні коливання та можливе явище резонансу при наближенні частоти ω зовнішньої напруги до частоти ω_1 : лабораторна робота 1.3 «Моделювання вимушених електромагнітних коливань: змінний електричний струм». Диференціальне рівняння (1) вимушених ЕМК є рівнянням другого порядку неоднорідним зі сталими коефіцієнтами. Загальний розв'язок такого рівняння складається із суперпозиції розв'язків відповідного однорідного рівняння і частинного розв'язку неоднорідного рівняння. Розв'язком відповідного однорідного диференціального рівняння є згасаючі коливання, тому через порівняно короткий час (час встановлення коливань) після початку коливань впливом цього доданка на загальний розв'язок рівняння (1) можна знехтувати. Частинний розв'язок рівняння (1) шукаємо у вигляді:

$$Q(t) = Q_m \cdot \cos(\omega t + \varphi) \quad (5)$$

де $Q_m = \frac{\varepsilon_0}{L \cdot \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}}$ – амплітуда ЕМК;

$\varphi = \arctg \frac{R}{\omega L - \frac{1}{\omega c}}$ – фаза ЕМК.

Вимушені ЕМК є гармонічними, параметри яких незалежні від початкових умов. Напруга на конденсаторі дорівнює:

$$U_c(t) = \frac{Q_m}{c} \cdot \cos(\omega t + \varphi) = U_m \cdot \cos(\omega t + \varphi) \quad (6)$$

Сила струму дорівнює:

$$I(t) = \frac{dQ}{dt} = -Q_m \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \varphi) = I_m \cdot \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \quad (7)$$

Якщо частота ω зовнішньої напруги наближається до власної, спостерігається явище резонансу – різке зростання амплітуди ЕМК (рис. 2). Резонансна частота дорівнює:

$$\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} \quad (8)$$

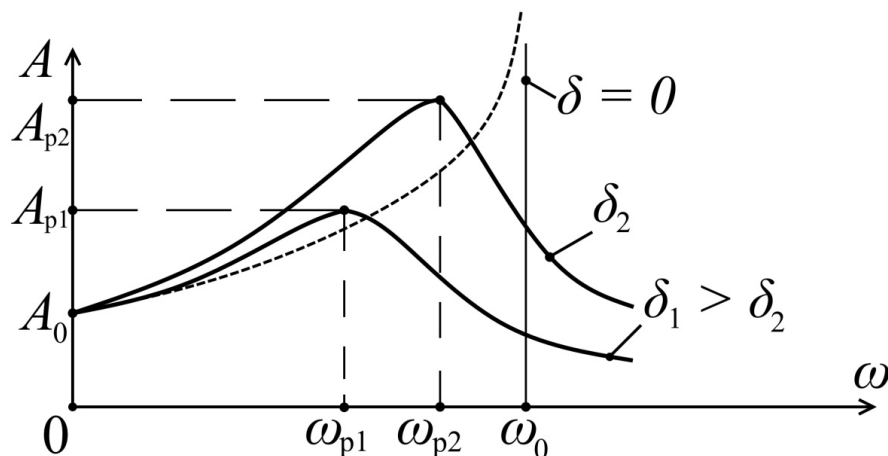


Рис. 2. Залежність амплітуди напруги у CRL – колі від циклічної частоти ω зовнішньої напруги

Застосування моделювання дозволяє розрахувати параметри вимушених електромагнітних коливань та побудувати відповідні графіки амплітудно-частотної характеристики (АЧХ).

2. Математичне комп'ютерне моделювання також може бути використано для дослідження процесу гармонічного Фур'є-аналізу [2; 4; 5]. На базі цього розроблено три імітаційні лабораторні роботи: 2.2 «Моделювання представлення непарної періодичної функції рядом Фур'є періоду 2π »; Лабораторна робота 2.3 «Моделювання представлення парної функції періоду $2l$ рядом Фур'є»; 2.4 «Моделювання

представлення парної функції періоду 2π рядом Фур'є» курсу «Фізико-математичне забезпечення магістерських програм».

Розглянемо, наприклад, представлення парної функції $\varphi(-x) = \varphi(x)$ з періодом $2l$ (рис. 3):

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 - \frac{2}{l}x & \text{при } 0 \leq x \leq l \\ 1 + \frac{2}{l}x & \text{при } -l \leq x < 0 \end{cases} \quad (9)$$

Подібну форму сигналу використовують при розробці способів та пристроїв для вимірювання жорсткості та хвилястості дифузно відбиваючої поверхні відповідальних виробів. Визначаємо коефіцієнти ряду Фур'є:

$$\varphi(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cdot \cos \frac{n\pi}{l}x + b_n \cdot \sin \frac{n\pi}{l}x \right) \quad (10)$$

$$a_0 = \frac{1}{l} \int_{-l}^l \varphi(x) dx = \frac{1}{l} \int_{-l}^0 \left(1 + \frac{2}{l}x \right) dx + \frac{1}{l} \int_0^l \left(1 - \frac{2}{l}x \right) dx = 0$$

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{l} \int_{-l}^l \varphi(x) \cos \frac{\pi n x}{l} dx = \frac{1}{l} \int_{-l}^0 \left(1 + \frac{2}{l}x \right) \cos \frac{\pi n x}{l} dx + \frac{1}{l} \int_0^l \left(1 - \frac{2}{l}x \right) \cos \frac{\pi n x}{l} dx = \\ &= \begin{cases} \frac{8}{\pi^2 n^2} & \text{якщо } n \text{ непарне} \\ 0 & \text{якщо } n \text{ парне} \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

Функція $\varphi(x)$ парна, тому $b_n = 0$.

Отримаємо ряд Фур'є при $l = 1$:

$$\varphi(x) = \frac{8}{\pi^2} \left(\cos \pi x + \frac{\cos 3\pi x}{9} + \frac{\cos 5\pi x}{25} + \dots \right) \quad (12)$$

Визначаємо часткові суми при $m = 1, 3, 5, 7, \dots, (2p + 1), \dots$

$$S_m(x) = \frac{8}{\pi^2} \sum_{p=0}^m \frac{\cos(2p+1)\pi x}{(2p+1)^2} \quad (13)$$

Програмний пакет MathCad забезпечує моделювання представлення періодичної функції в ряд Фур'є та дозволяє побудувати графіки часткових сум (рис. 3, 4).

Застосування пакету MathCad дозволяє візуалізувати процес розкладання періодичної функції в ряд Фур'є та продемонструвати збіг часткової суми $S_m(x)$ до періодичної функції $\varphi(x)$ при $m \rightarrow \infty$. Для цього використовують команду «Animation» на панелі інструментів та відповідну зміну $m := \text{Frame MathCad}$. Моделювання процесу представлення періодичної функції рядом Фур'є

використовують при організації та проведенні імітаційних лабораторних робіт і самостійної роботи з курсу «Фізико-математичне забезпечення магістерських програм» спеціальності «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка».

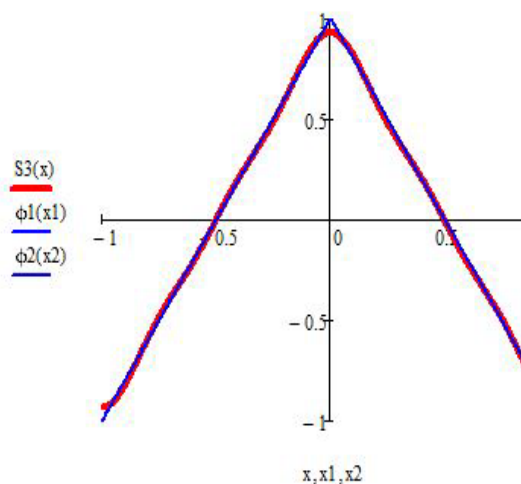


Рис. 3. Графіки часткової суми при $m=3$ та $\varphi(x)$

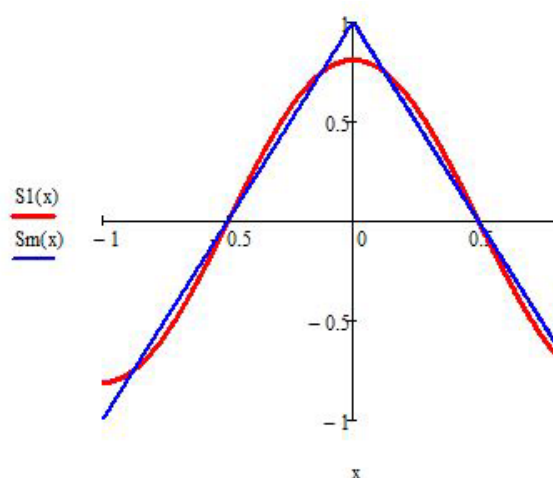


Рис. 4. Графіки часткових сум при $m=1$ та $m=15$

Висновки. Математичне комп'ютерне моделювання електромагнітних коливань дозволяє дослідити залежність характеристики ЕМК від параметрів електричного кола та побудувати графіки сили струму, напруги, енергії від часу для різноманітних коливань (власних, вимушених). Моделювання процесу Фур'є-аналізу забезпечує автоматизацію та візуалізацію отримання рядів Фур'є та організувати віртуальні імітаційні лабораторні роботи.

Представляє значний інтерес розкладення квазивидадкової періодичної функції в ряд Фур'є та використання Фур'є – представлення для розробки способів і приладів вимірювання хвилястості та шорсткості дифузно відбиваючої поверхні відповідальних виробів преценціонної техніки.

У подальшому методи математичного комп'ютерного моделювання можуть бути використані також для дослідження різноманітних квантових точок з оболонкою та розробки відповідних імітаційних лабораторних робіт з курсу «Фізико-математичне забезпечення магістерських програм» спеціальності «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», що також дозволить відобразити міждисциплінарні в'язки фізики та електротехніки.

Список використаних джерел

1. Дьяконов В.П. Mathcad 2001: энциклопедия. Спб: Питер, 2004. 832 с.
2. Залманзон Л.А. Преобразования Фурье, Уолша, Хаара и их применение в управлении, связи и других областях. Научное издание. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат.лит., 1989. 496 с.
3. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики: у 3 т.: навчальний посібник для студентів вищих технічних і педагогічних закладів освіти. Т. 2. Електрика і магнетизм. К.: Техніка, 2001. 452 с. С. 386-397.

4. Морозов М.В., Онищенко Г.О. Візуалізація розкладання періодичних функцій в ряд Фур'є засобами імітаційного комп'ютерного моделювання. «Тенденції та перспективи розвитку науки і освіти в умовах глобалізації». Матеріали ХІХ Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції. Зб. наук. праць. Переяслав-Хмельницький, 2016. Вип. 19. 614 с.

5. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Для ВТУЗов. Учебное пособие. В двух томах. Том 2. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985. 560 с.

6. Сосницька Н.Л., Дьоміна Н.А., Морозов Н.В., Онищенко Г.О. Фізичні основи сучасних інформаційних технологій: навч.-метод. посібник. Мелітополь: Видавничий будинок Мелітопольської міської друкарні, 2018. 142 с.

7. Сосницька Н.Л., Морозов М.В., Онищенко Г.О., Халанчук Л.В. Моделювання кванторозмірних гетеросистем та методичне забезпечення курсу «Фізичні основи інформаційних технологій». *Науковий вісник Льотної академії: Серія: Педагогічні науки. Збірник наукових праць*. Кропивницький: ЛА НАУ, 2019. Вип. 5. 496 с. DOI 10.3351/2522-1477-2019-5-415-421